Uma análise translog sobre mudança tecnológica e efeitos de escala: um caso de modernização ineficiente *

MARCOS CINTRA C. DE ALBUQUERQUE **

Este artigo expõe detalhadamente as principais propriedades da função de custo translog, que em seguida é utilizada, na forma fator-aumentativa (factor-augmenting), *para estimar mudanças tecnológicas na pecuária leiteira numa região paulista. As principais conclusões do estudo são de que houve mudanças "Hicks-enviesadas" (poupadoras de mão-de-obra e utilizadoras de alimentos comerciais) a uma taxa de 2,7%, mas em compensação ocorreram efeitos interativos de escala perversos a uma taxa nual de 5,5%. O efeito final foi a presença de* retrocesso tecnológico *a uma taxa de 2,8% ao ano.*

1 — Introdução

Neste artigo, a função de custo translog na forma fator-aumentativa (*factor-augmenting*) é usada para calcular alterações tecnológicas ocorridas na pecuária de leite no Brasil.

Na Seção 2, introduz-se a função transcendental logarítmica (função translog) e descreve-se, mais especificamente, a função de custo na forma fator-aumentativa; na Seção 3, são especificados os dados e o modelo a ser estimado; na Seção 4, são apresentados os resultados mais importantes; e, finalmente, a Seção 5 resume as principais conclusões, dentre elas a de que, embora o setor tenha sofrido grande modernização, constatou-se que houve *retrocesso tecnológico,* um processo que denominamos "modernização ineficiente".

Explicitam-se as vantagens da utilização da função translog (ainda relativamente desconhecida no Brasil) na mensuração de modificações tecnológicas não-neutras. Diferentemente das tradicionais (e inadequadas) Cobb-Douglas e CES, a função translog não impõe qualquer restrição aos valores da elasticidade de substituição, nem pressupõe homogeneidade da

* O presente artigo é uma versão modificada dos Capítulos 3 e 4 da tese de doutorado do autor apresentada ao Departamento de Economia da Universidade de Harvard, Estados Unidos.

** Professor da Escola de Administração de Empresas de São Paulo (EAESP), da Fundação Getulio Vargas.

Pesq. Plan. Econ. | Rio de Janeiro, | 17 (1) | 191 a 220 | abr. 1987

função. Utilizando-se os principais resultados da "teoria da dualidade", mostra-se que a estimação de uma função de custo permite recuperar todas as informações acerca da tecnologia de produção, abrindo amplo espaço para o estudo do progresso tecnológico.

O artigo expõe detalhadamente as principais propriedades e o uso da função translog.

A desagregação da taxa de progresso tecnológico mostra que houve alterações "Hicks-enviesadas" (poupadoras de mão-de-obra e utilizadoras de alimentos comerciais) a uma taxa de 2,7%, mas em compensação ocorreram efeitos interativos de escala perversos (a função mostrou não possuir a propriedade da homotetia) a uma taxa anual de 5,5%. O efeito final foi a presença de *retrocesso tecnológico* a uma taxa de 2,8% ao ano. A função de custos deslocou-se para cima no período (1960/80), implicando redução na escala de produção. Contudo, os produtores moveram-se na direção oposta, aumentando a escala de produção. Mostra-se também que a hipótese da "inovação induzida", segundo a linha "Hicks-Fellner-Ahmad", foi confirmada pelo estudo.

2 — A função translog

A função de produção transcendental logarítmica (translog), introduzida por Christensen *et alii* (1973), pode ser interpretada como uma aproximação a uma função arbitrária, $Y = F(x)$, por uma série de expansão de Taylor de segunda ordem de lnY em potências de lnX_i. Portanto:

$$lnY = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i lnX_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} lnX_i lnX_j \qquad (1)$$

onde α_0 é igual ao valor de $lnF(a)$, α_i são as primeiras derivadas parciais de lnF com relação à variável i e α_{ij} são suas segundas derivadas parciais avaliadas no ponto da expansão a. Com α_0, α_i e α_{ij} supostas constantes, a função (1) é considerada como sendo de produção por si mesma.

É uma forma funcional geral que, *a priori*, não impõe separabilidade e homogeneidade como hipóteses pressupostas, permitindo, portanto, valores arbitrários para a elasticidade de substituição entre qualquer par de insumos; é linear e possui quantidade mínima de parâmetros. Ao mesmo tempo, pode-se impor restrições aos valores de seus parâmetros e, portanto, ela pode ser usada para testar hipóteses tais como homogeneidade, separabilidade, mudanças tecnológicas e outras implicações da teoria da produção.

Embora as funções de produção devam satisfazer determinadas condições de regularidade a fim de produzir resultados econômicos significativos, a função de produção translog, infelizmente, deixa de satisfazer as condições de monotonicidade e concavidade em todo o quadrante positivo. [1] Entretanto, ela pode satisfazer as condições a nível local, fazendo-se necessário testá-las em regiões de interesse.

Há uma dualidade básica entre as funções de produção e de custo, podendo-se recuperar, sob determinadas condições, toda a informação relevante sobre a tecnologia de produção, a partir do estudo das funções de custo. Este resultado — conhecido como teoria da dualidade [2] — é de grande importância, pois permite o estudo de mudanças tecnológicas sem a necessidade de se conhecer diretamente a função de produção. É suficiente estimar os modelos econômicos derivados da função de produção, tais como as funções de custo, de lucro, de demanda de fatores ou de parcela de fatores na renda.

2.1 — A função de custo translog

Mutatis mutandis, a função de custo translog é definida de modo estritamente análogo às funções de produção translog como:

$$C(p,Y) = H(Y)\,C(p) = H(Y)\left[\beta_0 + \sum_i \beta_i ln p_i + \frac{1}{2}\sum_i \sum_j \beta_{ij} ln p_i ln p_j\right] \tag{2}$$

onde H é uma função crescente monotônica — com $H(0) = 0$ — que representa a especificação de retorno de escala da função. [3]

Em sua forma mais geral, ela pode ser representada por:

$$C = C(Y,p,t) \tag{3}$$

[1] Todas as condições de regularidade são satisfeitas globalmente somente se $\alpha_i \geqslant 0$ para todo i, $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$ e $\alpha_{ij} = 0$ para todo i, j, quando então a função translog reduz-se à função de produção Cobb-Douglas. Para uma explicação completa sobre as condições de regularidade em funções de produção e custo, e para uma revisão das principais características e vantagens da estrutura translog, ver Albuquerque (1985*c*).

[2] Ver Albuquerque (1985*c*) para um resumo dos principais resultados da teoria da dualidade. Ver também Lerda (1979).

[3] É importante assinalar que em (2) presume-se que a função de custo satisfaça às condições de homotetia. Neste caso, a forma mais geral $C(p,Y)$ é expressa por $H(Y) . C(p)$, e $C(p)$ é a função de custo translog unitária. Os deslocamentos observados nas combinações de insumos em um mapa de isoquantas são o resultado de três diferentes efeitos: de substituição ao longo de uma isoquanta; de deslocamento da isoquanta causado por efeitos de escala; e de mudanças na tecnologia [ver Albuquerque (1985*c*)]. Caso as condições de homotetia não fossem supostas, a forma translog seria aplicada à função $C(p,Y)$ com $n + 1$ variáveis (p_i para $i = 1, \ldots, n$, e Y), ao invés das n variáveis de $C(p)$; Y seria introduzida simetricamente, como qualquer outra variável p_i.

onde o custo total é uma função do nível de produção Y, do vetor de preço dos fatores p_i e do tempo, indicando a mudança tecnológica. A representação translog de (3) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$lnC = \beta_0 + \sum_i \beta_i lnp_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnp_i lnp_j + \beta_y lnY +$$

$$+ \frac{1}{2} \beta_{yy} (lnY)^2 + \beta_{yt} lnY \cdot t + \beta_t (t) + \frac{1}{2} \beta_{tt} \cdot t^2 + \sum_i \beta_{it} lnp_i \cdot t +$$

$$+ \sum_i \beta_{iy} lnp_i lnY \qquad i, j, = 1, \ldots, n \tag{4}$$

com a imposição das condições de simetria $\beta_{rr} = \beta_{rr'}$ $(v,r = 1, \ldots, n,t,y)$.

Além da concavidade e da monotonicidade – que devem ser conferidas localmente [4] –, a homogeneidade linear nos preços é uma condição que deve ser satisfeita por uma função de custo. Dada a função de custo translog $lnC(Y,p,t)$, a condição de homogeneidade linear nos preços é satisfeita se $lnC(Y,\lambda p,t) = lnC(Y,p,t) + ln\lambda$. As seguintes restrições sobre a equação (4) irão assegurar a condição acima referida:

$$\sum_i \beta_i = 1; \sum_i \beta_{it} = \sum_i \beta_{iy} = \sum_i \beta_{ij} = \sum_j \beta_{ij} = \sum_i \sum_j \beta_{ij} = 0 \tag{5}$$

Pode-se impor outras restrições importantes na função de custo translog que, embora não sejam características essenciais das funções de custos regulares, são condições importantes que a fórmula translog nos permite verificar e que têm sido freqüentemente aceitas como hipóteses de trabalho em modelos econométricos tradicionais baseados nas funções Cobb-Douglas ou CES. São elas: homoteticidade e homogeneidade.

A homotetia da função de produção nos insumos é uma suposição desejável das funções de custo, se quisermos analisar o processo de mudança tecnológica. Isto significa que os efeitos de escala no custo são representados por deslocamentos paralelos das isoquantas, deixando inalteradas as parcelas de distribuição de renda. [5]

Tradicionalmente, os estudos econométricos ignoraram a mudança tecnológica, pressupondo uma tecnologia fixa. Embora este pressuposto possa ser aceitável para uma análise a curto prazo, é certamente desprovido de realismo quando aplicado a estudos de longo prazo. Juntamente com o pressuposto de retornos constantes de escala (ou o pressuposto mais brando de homotetia), isto significa que as parcelas dos fatores permanecem cons-

[4] Binswanger (1974*b*) demonstrou que a condição de concavidade é satisfeita se a matriz de elasticidades parciais de substituições for negativa semidefinida. A monotonicidade exige que o conjunto dos parâmetros calculados seja tal que as equações (1) e (3), no Anexo, sejam positivas.

[5] Ver Anexo para maiores detalhes sobre homotetia e homogeneidade de função.

tantes, exceto para mudanças nas proporções de fatores exogenamente determinados (no caso da análise agregada) ou nos preços relativos de fatores também exogenamente determinados (no caso da análise desagregada). Isto pode ser observado se lembrarmos que, de acordo com esses pressupostos, a renda relativa dos fatores é determinada unicamente por movimentos ao longo de uma isoquanta, sem se presumir qualquer mudança tecnológica, ou seja: $\hat{S} = 1 - \frac{1}{\sigma} \hat{k}$, onde σ é a elasticidade da substituição e k a alteração percentual na relação capital/trabalho.[6]

Alternativamente, a questão da mudança tecnológica tem sido evitada, embora sua existência ainda seja reconhecida, através da aceitação de um pressuposto um pouco mais brando do que aquele da ausência de progresso tecnológico, isto é, a neutralidade de Hicks. Pelos mesmos motivos, as mudanças na utilização relativa dos fatores e na renda relativa dos fatores não irão ocorrer, a não ser que sejam impostas exogenamente ou através de mudanças nos preços dos insumos, determinadas pelo mercado.[7]

2.2 — A função de custo translog na forma fator-aumentativa (*factor-augmenting*)

Alternativamente, pode-se introduzir a mudança tecnológica através da substituição do índice t — ou $f(t)$ — por um índice de produtividade $A(t)$.[8] Portanto, a função de custo translog poderia ser escrita da seguinte maneira: $C(lnY, lnp, lnA(t))$. Esta forma, onde todos os t foram substituídos por $lnA(t)$, tem a mesma interpretação em relação aos parâmetros β, e a única diferença é o pressuposto mais realista de não se aceitar necessariamente que a mudança tecnológica ocorra suavemente ao longo do tempo, como sugere o índice t.

Se presumirmos que todas as mudanças de produtividade são fator-aumentativas, então $C(lnY, lnp, lnA(t))$, de tal forma que a função de custo translog com mudança tecnológica fator-aumentativa seria:

$$
\begin{aligned}
lnC = {} & \beta_0 + \sum_i \beta_i lnp_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j B_{ij} lnp_i lnp_j + \beta_y lnY + \frac{1}{2} \beta_{yy} lnY^2 + \\
& + \sum_i \beta_{iy} lnp_i lnY + \sum_i \beta_i lnA_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnA_i lnA_j + \\
& + \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnp_i lnA_j + \sum \beta_{iy} lnA_i lnY \qquad (6)
\end{aligned}
$$

[6] Ver Albuquerque (1985*b*); $\hat{S}$ é a mudança percentual na renda relativa dos fatores.

[7] Ver Anexo para maiores detalhes sobre a neutralidade de Hicks e sobre vieses na mudança tecnológica.

[8] Evidentemente, todos os t deverão ser substituídos na função de custo translog por $lnA_i(t)$, e lnp_i tornar-se-á $ln(p_iA_i)$.

Supondo-se, pelas razões expostas no Anexo, que a *taxa de aumento de fator* seja constante, as funções $A_i(t)$ são de tal forma que os preços nas funções de custo translog são corrigidos "pela eficiência aumentada" do insumo i. Portanto, o preço do fator i em "unidades de eficiência" é:

$$p_i^* = p_i \exp \ (a_i t) \tag{7}$$

de tal forma que $C(lnY, \ lnp + lnA(t)) = C(lnY, \ lnp_i^*)$ e $A_i(t) = \exp \ (a_i t)$.

Substituindo na equação (6):

$$\begin{aligned} lnC = \beta_0 + \sum_i \beta_i lnp_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnp_i lnp_j + \beta_y lnY + \frac{1}{2} \beta_{yy} lnY^2 + \\ + \sum_i \beta_{iy} lnp_i lnY + \sum_i \beta_i a_i t + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} a_i a_j t^2 + \\ + \sum_i \sum_j \beta_{ij} a_j lnp_i t + \sum_i \beta_{iy} a_i t \, lnY \end{aligned} \tag{8}$$

A equação (8), comparada à equação (4), possui n novos parâmetros, isto é, as taxas constantes do aumento de fator a_i [9] (*constant rates of factor augmentation*).

3 — Especificações do modelo

O modelo a ser usado na estimativa empírica está baseado numa função de custo translog na forma fator-aumentativa, caracterizada por uma taxa constante de aumento de fator, permitindo assim a mudança tecnológica não-neutra, como expressa pela equação (8), onde C é o custo total, p_i são os preços do insumo, Y é a produção total anual de leite, a_i são as taxas do aumento de fator e β_0, β_i e β_{ij} são os coeficientes translog. [10]

Uma função de custo translog com quatro insumos foi utilizada, permitindo observar-se efeitos de escala e mudança tecnológica não-neutra na forma fator-aumentativa. Como tal, além do tempo, os dados utilizados

[9] Mesmo pressupondo taxas constantes de aumento de fator, caímos no caso Cobb-Douglas ao impor a neutralidade Hicks de forma paramétrica. Este não é o caso, entretanto, pressupondo *taxas iguais e constantes* de aumento de fator, em que as restrições a serem impostas são $\Sigma\beta_{iy} = 0$ e $\beta_{ij} = 0$, que são um pouco mais brandas do que no caso Cobb-Douglas, que necessita fazer todos os $\beta_{iy} = 0$. Entretanto, isto significa que não se supõe homotetia (ela exige $\beta_{iy} = 0$), e nesse caso os efeitos de escala não podem ser isolados dos efeitos da mudança tecnológica. Ver Anexo, para detalhes.

[10] Os dados primários foram recolhidos no Instituto de Economia Agrícola da Secretaria da Agricultura do Estado de São Paulo para o período que vai de 1961/62 a 1979/80.

incluem custo da produção (a variável dependente) e quantidades do produto e preços dos insumos (as variáveis independentes). Os insumos foram classificados em quatro categorias: insumos de capital, mão-de-obra, alimentação (incluindo alimentação comercial e alimentação produzida na fazenda) e "outros insumos". Sob a denominação "outros insumos" foram classificados os seguintes itens: fertilizantes, calcário, materiais veterinários, sementes e mudas, herbicidas, inseticidas e pesticidas, energia elétrica, serviços de comunicação e transporte de pessoal, material para escritório, utensílios gerais, serviços públicos, frete, serviços de comercialização, consumo próprio dos produtos da fazenda e "diversos". Portanto, as variáveis exigidas para cálculo foram: custo da produção, quantidade dos produtos, preços dos serviços de mão-de-obra, preço dos serviços de capital, preços da alimentação e preços de outros insumos. [11]

3.1 — Algumas evidências sobre a mudança tecnológica

Fellner (1971), Resek (1963), Kendrick e Sato (1963), entre outros, elaboraram e testaram importantes hipóteses sobre mudança tecnológica, sem realmente calcularem os valores dos parâmetros da tecnologia. Ao invés disso, baseados em observações e estimativas da relação capital/trabalho, produtividade da mão-de-obra, preços dos fatores, produtividade, renda dos fatores, elasticidade de substituição e taxas marginais de substituição técnica, conseguiram — sob determinados pressupostos — extrair hipóteses sobre o curso do progresso tecnológico. Esses estudos geralmente encerravam um raciocínio tortuoso e deduções causais pouco intuitivas, apesar dos pressupostos simplificadores, tais como funções de produção de dois fatores e rendimentos constantes de escala. [12]

Nosso estudo envolve um conjunto muito mais complexo de relações entre as variáveis. O fato de estarmos trabalhando com quatro fatores de produção e não usando quaisquer pressupostos simplificadores — como a neutralidade do progresso técnico ou retornos constantes à escala — aponta a necessidade de instrumentos de análise mais eficientes, sem as desvantagens encerradas na utilização das funções Cobb-Douglas ou das funções de produção de elasticidade da substituição constante.

Fellner (1961 e 1966) sugeriu a presença de mecanismos indutores de vieses específicos na mudança tecnológica, causados por movimentos nos preços dos fatores. Mencionando as contribuições à teoria da inovação induzida por modelos do tipo Samuelson-Kennedy-Weizsäcker, onde "o viés induzido das inovações irá compensar suficientemente o crescimento na relação salário/preço do capital para manter inalterada a distribuição da

[11] Ver Albuquerque (1985*a*) para um relato detalhado sobre a metodologia usada na composição dos dados.

[12] Kendrick e Sato (1963) posteriormente simplificaram a análise aceitando o progresso tecnológico neutro.

renda", Fellner (1966, p. 29) sugere hipóteses mais "brandas", de acordo com as quais "é possível justificar a preferência por inovações poupadoras de mão-de-obra quando a relação salário/preço do capital demonstrar tendência crescente, e poupadoras de capital, se a relação salário/preço do capital demonstrar tendência decrescente".[13] Nesta forma, um fator de produção que está se tornando mais escasso macroeconomicamente, tanto que seu suprimento a uma determinada empresa deixa de ser infinitamente elástico, "faz com que as inovações tendam a poupar estes fatores que estão se tornando escassos" [Fellner (1966, p. 28)].

Uma análise preliminar dos dados de nossa amostra demonstra que a composição do custo permaneceu relativamente constante durante o período 1962/80, apesar de ter havido um pequeno aumento nas parcelas de custo da mão-de-obra e alimentação, compensado por uma queda na parcela de custo de "outros insumos". No que diz respeito aos preços dos fatores, houve um aumento evidente no preço da mão-de-obra e uma queda no preço da alimentação; os preços do capital e de outros insumos não demonstraram tendência significativa. A utilização relativa dos fatores também permaneceu relativamente estável, exceto quanto ao uso da alimentação, que apresentou um aumento significativo em proporção aos insumos restantes.

Portanto, de acordo com a linha de Kennedy-Samuelson-Weizsäcker, deveríamos esperar que a mudança tecnológica economizasse mão-de-obra e alimentação e se utilizasse de outros insumos, ao passo que, seguindo a linha de Hicks-Ahmad-Fellner, deveríamos esperar que a mudança tecnológica mostrasse alguns vieses a favor da utilização de alimentos e economia de mão-de-obra.

Entretanto, nada de conclusivo pode ser extraído da análise dos dados, não sendo possível, *a priori*, relacionar vieses específicos na mudança tecnológica com renda relativa dos fatores. Mudanças nos preços dos fatores e valores variáveis para a elasticidade de substituição são responsáveis pelas dificuldades encontradas em tal tarefa.[14] Mesmo que pudesse ser demonstrado que, de acordo com as hipóteses de Fellner, os vieses tecnológicos foram poupadores de mão-de-obra e não de alimentação, ainda não estaríamos aptos a predizer suas conseqüências sobre as parcelas de custo devido aos efeitos de substituições ao longo de uma determinada função estática de produção. Se não houvesse mudanças na intensidade de uso

[13] Como se pode concluir a partir de evidência empírica, as propostas "rígidas" de Samuelson *et alii* são muito mais difíceis de justificar em bases microeconômicas. Portanto, as propostas de Fellner parecem ser menos limitantes.

[14] Corry (1966, p. 40) identificou duas dificuldades básicas em relação à teoria da inovação induzida: *a*) "dificuldades estatísticas em se distinguir os efeitos da inovação dos efeitos da substituição"; e *b*) (mais fundamental) por que um aumento na proporção salário/preço de capital induziria técnicas de capital intensivas? A primeira dificuldade está sendo solucionada com o auxílio de novas funções de produção, como a função translog; a resposta à segunda dificuldade é em parte fornecida por Fellner, ao estabelecer hipóteses menos restritivas do que a abordagem de Samuelson.

dos fatores, esperaríamos que as parcelas de renda do capital e de outros insumos permanecessem constantes, que a parcela de mão-de-obra diminuísse e que a parcela relativa à alimentação aumentasse. Os fatos não apóiam estas previsões. Deve-se, evidentemente, esperar a substituição no uso de fatores porque seus preços relativos não permaneceram constantes, e espera-se que os proprietários de fazendas sejam maximizadores de lucros. Além disso, presumindo-se a possibilidade de substituições entre fatores, torna-se virtualmente impossível predizer o comportamento das parcelas de renda dos fatores, pois as inúmeras combinações entre valores da elasticidade de substituições e vieses tecnológicos que poderiam resultar na mesma composição de parcelas relativas de renda dos fatores tornam esta tarefa totalmente impossível.

3.2 — Estimativa do modelo

Assim, é necessário calcular, simultaneamente, tanto os coeficientes de aumento de fatores como as diversas elasticidades de substituições. O uso da função de custo translog permitir-nos-á efetuar tal tarefa e, além disso, irá produzir estimativas dos parâmetros de escala e das elasticidades-preço da demanda derivada para os fatores de produção.

Abordagens alternativas poderiam ter sido utilizadas. Dentre as chamadas funções de elasticidade de substituição variável, destaca-se a função de produção generalizada de Zellner-Revankar, que permite valores arbitrários para a elasticidade de substituição em função do uso relativo de fatores e também admite que o parâmetro de rendimentos de escala varie em função do nível de produção. No Brasil, esta abordagem foi usada por Mascolo e Braga (1985), embora sua utilização com n variáveis e pela utilização da função de custo, como foi nosso objetivo, não apresente a mesma conveniência matemática que os modelos translog, ou outros semelhantes, como a função de custo generalizada de Diewert. A aplicação do modelo translog no Brasil foi feita em Rossi (1985).

Os parâmetros da função de custo translog foram identificados através da estimativa simultânea de um sistema de quatro equações compostas pela função de custo total e por três das quatro funções de parcela de custo. [15] Os dados da amostra foram reunidos havendo o pressuposto de uma função de produção uniforme e estabilidade de parâmetros *cross-section*.

15 Como as parcelas do custo somam-se à unidade, é necessário suprimir uma equação para evitar uma matriz de covariância singular. Evidentemente, é possível obter-se todos os coeficientes desejados estimando-se somente a função do custo total. Por outro lado, a disponibilidade dos dados das parcelas de custo permite incorporar as funções de parcelas de custo à função do custo total, o que resultou em uma maior eficiência dos coeficientes calculados.

O procedimento estatístico usado para estimar o sistema de equações foi um método não-linear, de regressão multivariada, através do qual a função negativa "log-likelihood" é minimizada, resultando em estimativas de máxima verossimilhança.

O modelo é composto das seguintes equações: [16]

– Equação translog do custo total:

$$\begin{aligned}
P_4 = {} & \alpha_0 + \beta_1 (P_1 - P_4) + \beta_2 (P_2 - P_4) + \beta_3 (P_3 - P_4) + \\
& + [a_4 + \beta_1 (a_1 - a_4) + \beta_2 (a_2 - a_4) + \beta_3 (a_3 - a_4)] \cdot t - \\
& - \beta_{12} \, 1/2 \, (P_1 - P_2)^2 - \beta_{13} \, 1/2 \, (P_1 - P_3)^2 - \beta_{14} \, 1/2 \, (P_1 - P_4)^2 - \\
& - \beta_{23} \, 1/2 \, (P_2 - P_3)^2 - \beta_{24} \, 1/2 \, (P_2 - P_4)^2 - \beta_{34} \, 1/2 \, (P_3 - P_4)^2 + \\
& + [\beta_{12} (a_2 - a_1) + \beta_{13} (a_3 - a_1) + \beta_{14} (a_4 - a_1)] (P_1 - P_4) \cdot t + \\
& + [\beta_{12} (a_1 - a_2) + \beta_{23} (a_3 - a_2) + \beta_{24} (a_4 - a_2)] (P_2 - P_4) \cdot t + \\
& + [\beta_{13} (a_1 - a_3) + \beta_{23} (a_2 - a_3) + \beta_{34} (a_4 - a_3)] (P_3 - P_4) \cdot t + \\
& + \beta_y lnY + \beta_{yy} (lnY)^2 \, 1/2 + \beta_{1y} (P_1 - P_4) \, lnY + \\
& + \beta_{2y} (P_2 - P_4) \, lnY + \beta_{3y} (P_3 - P_4) \, lnY + \\
& + [\beta_{1y} (a_1 - a_4) + \beta_{2y} (a_2 - a_4) + \beta_{3y} (a_3 - a_4)] \, lnY \cdot t - \\
& - [\beta_{12} (a_1 - a_2)^2 + \beta_{13} (a_1 - a_3)^2 + \beta_{14} (a_1 - a_4)^2 + \\
& + \beta_{23} (a_2 - a_3)^2 + \beta_{24} (a_2 - a_4)^2 + \beta_{34} (a_3 - a_4)^2] \cdot t^2 \, 1/2
\end{aligned}$$

– Equações de parcela de custo de fatores:

$$\begin{aligned}
S_1 = {} & \beta_1 - \beta_{12} (P_1 - P_2) - \beta_{13} (P_1 - P_3) - \beta_{14} (P_1 - P_4) + \\
& + [\beta_{12} (a_2 - a_1) + \beta_{13} (a_3 - a_1) + \beta_{14} (a_4 - a_1)] \cdot t + \beta_{1y} lnY \\
S_2 = {} & \beta_2 + \beta_{12} (P_1 - P_2) - \beta_{24} (P_2 - P_4) - \beta_{23} (P_2 - P_3) + \\
& + [\beta_{12} (a_1 - a_2) + \beta_{23} (a_3 - a_2) + \beta_{24} (a_4 - a_2)] \cdot t + \beta_{2y} lnY \\
S_3 = {} & \beta_3 + \beta_{13} (P_1 - P_3) + \beta_{23} (P_2 - P_3) - \beta_{34} (P_3 - P_4) + \\
& + [\beta_{13} (a_1 - a_3) + \beta_{23} (a_2 - a_3) + \beta_{34} (a_4 - a_3)] \cdot t + \beta_{3y} lnY
\end{aligned}$$

[16] O modelo 1 compõe-se da função de custo total translog e de três equações de parcela de custo descobertas através do uso do lema de Sheppard e com a imposição de restrições de simetria e de homogeneidade linear nos preços. Acharam-se as equações das parcelas de custo diferenciando-se a função de custo total em relação a um preço de insumo, p_i. Portanto, $\frac{\partial lnC}{\partial lnp_i} = \frac{\partial C}{\partial p_i} \frac{P_i}{C}$, mas, de acordo com o lema de Sheppard, $\frac{\partial C}{\partial p_i} = x_i$, onde x_i é a demanda derivada para o insumo i. Então, $\frac{\partial lnC}{\partial lnp_i} = Si$, onde Si é a parcela de custo atribuível ao insumo x_i. A outra equação da parcela de insumo foi retirada do modelo, pois não fornecia informação independente.

onde, para $i,j = 1, 2, 3, 4$;

$C = lnC$ = logaritmo natural do custo total;
$P_1 = lnP_K$ = logaritmo natural do preço dos serviços de capital;
$P_2 = lnP_L$ = logaritmo natural do preço dos serviços de mão-de-obra;
$P_3 = lnP_F$ = logaritmo natural do preço da alimentação;
$P_4 = lnP_O$ = logaritmo natural do preço de outros insumos;
t = índice de tempo com 1962 = 1 a 1980 = 19;
Y = produção total anual de leite;
S_i = parcelas de custo de fatores;
$\alpha_0, \beta_1, \beta_{ij}$ = coeficientes translog; e
α_i = taxas de aumento do fator.

4 — Análise dos resultados

A Tabela 1 resume os principais resultados estatísticos obtidos. O modelo translog resultou na estimativa direta de 32 coeficientes, 15 deles estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 1% (teste bicaudal), 18 ao nível de 5% e 22 ao nível de 10%.

4.1 — Mudança tecnológica, progresso tecnológico e efeitos de escala

Definimos *progresso tecnológico* como deslocamentos para baixo das isoquantas de produção, independentemente de outros efeitos tecnológicos, tais como escala. A *mudança tecnológica* é definida em nosso modelo como os efeitos do progresso tecnológico somados aos efeitos gerados pela interação entre tecnologia e escala. Neste caso, a escala de produção pode influenciar o efeito tecnológico de determinados tipos de métodos de produção.

O primeiro resultado importante produzido pela estimativa translog é que não houve mudança tecnológica desejável. Três dentre as nossas quatro estimativas das taxas de aumento de fator não são significativamente diferentes de zero, enquanto que a única taxa significativa de aumento de fator — a taxa relacionada aos insumos de alimentação — apresentou sinal positivo, refletindo uma queda na eficiência do insumo.[17] Somente a

[17] O progresso tecnológico produziria uma queda no "preço-eficiência" de um insumo, exigindo um sinal negativo para o expoente.

TABELA 1

Coeficientes do modelo 1: taxas de aumento de fator e vieses de Hicks

Coefi-cientes	Origem	Valor	Estatís-tica t	Significado econômico	
a_0	regressão	17,94	5,07		
β_1	regressão	0,154	1,89		
β_2	regressão	0,605	6,44		
β_3	regressão	0,042	0,33*		
β_4	$1-\beta_1-\beta_2-\beta_3$	0,198	2,95		
a_1	regressão	0,0641	0,97*	taxa média do aumento de capital	taxas de declínio dos "preços" dos fatores
a_2	regressão	−0,012	−0,63*	taxa média do aumento de mão-de-obra	
a_3	regressão	0,118	4,61	taxa média do aumento de alimentação	
a_4	regressão	0,0048	0,30*	taxa média do aumento de outros insumos	
β_{11}	$-\beta_{12}-\beta_{13}-\beta_{14}$	0,0125	2,70	capital	coeficientes relacionados à elasticidade-preço e elasticidade de substituição
β_{12}	regressão	−0,0026	−0,57*	(capital/trabalho)	
β_{13}	regressão	−0,0073	−1,33*	(capital/alimentação)	
β_{14}	regressão	−0,0025	−0,76*	(capital/outros insumos)	
β_{22}	$-\beta_{12}-\beta_{23}-\beta_{24}$	0,0773	8,12	(mão-de-obra)	
β_{23}	regressão	−0,0188	−2,44	(mão-de-obra/alimentação)	
β_{24}	regressão	−0,0558	−8,79	(mão-de-obra/outros insumos)	
β_{33}	$-\beta_{13}-\beta_{23}-\beta_{34}$	−0,0489	4,41	(alimentação)	
β_{34}	regressão	−0,0227	−4,25	(alimentação/outros insumos)	
β_{44}	$-\beta_{14}-\beta_{24}-\beta_{34}$	0,081	12,07	(outros insumos)	
β_y	regressão	−2,41	−4,01	efeito de escala pura, termo constante, componente autônomo	
β_{yy}	regressão	0,286	5,57	efeito de escala pura, dependente da escala	
β_{1y}	regressão	−0,0038	0,54*	efeito da interação escala/preço do capital devido à não-homotetia	
β_{2y}	regressão	−0,0152	−1,92	efeito da interação escala/preço da mão-de-obra devido à não-homotetia	

β_{3y}	regressão	0,0389	3,58	efeito da interação escala/preço da alimentação devido à não-homotetia
β_{4y}	$-\beta_{1y}-\beta_{2y}-\beta_{3y}$	−0,0199	−3,48	efeito da interação escala/preço de outros insumos devido à não-homotetia
β_{yt}	$\beta_{1y}(a_1-a_4)+$ $+\beta_{2y}(a_2-a_4)+$ $+\beta_{3y}(a_3-a_4)$	0,0044	2,53	efeito da interação tecnologia/escala devido à não-homoteticidade
β_t	$a_4+\beta_1(a_1-a_4)+$ $+\beta_2(a_2-a_4)+$ $+\beta_3(a_3-a_4)$	0,0084	0,44*	progresso tecnológico neutro puro, termo constante, componente autônomo
β_{tt}	$\beta_{12}(a_1-a_2)^2+$ $+\beta_{13}(a_1-a_3)^2+$ $+\beta_{14}(a_1-a_4)^2+$ $+\beta_{23}(a_2-a_3)^2+$ $+\beta_{24}(a_2-a_4)^2+$ $+\beta_{34}(a_3-a_4)^2$	−0,0007	−1,94	progresso tecnológico neutro puro, dependente do tempo
β_{1t}	$\beta_{12}(a_2-a_1)+$ $+\beta_{13}(a_3-a_1)+$ $+\beta_{14}(a_4-a_1)$	−0,00005	−0,04*	viés de capital Hicks
β_{2t}	$\beta_{12}(a_1-a_2)+$ $+\beta_{23}(a_3-a_2)+$ $+\beta_{24}(a_4-a_2)$	−0,00361	−2,60	viés de mão-de-obra Hicks
β_{3t}	$\beta_{13}(a_1-a_3)+$ $+\beta_{23}(a_2-a_3)+$ $+\beta_{34}(a_4-a_3)$	0,00543	2,84	viés de alimentação Hicks
β_{4t}	$\beta_{14}(a_1-a_4)+$ $+\beta_{24}(a_2-a_4)+$ $+\beta_{34}(a_3-a_4)$	−0,00177	−1,88	viés de "outros insumos" Hicks

NOTA: Teste $t2$ de significância bicaudal ao nível 0,01 obtida quando $t \simeq 2{,}62$; ao nível 0,05, $t \simeq 1{,}98$; e, ao nível 0,1, $t \simeq 1{,}66$. Um asterisco indica não-significância ao nível 0,1.

mão-de-obra foi "aumentada", evidenciando uma elevação de sua eficiência, apesar de não representar um resultado estatisticamente significativo.

Embora não tenha ocorrido qualquer *mudança tecnológica* positiva, houve *progresso tecnológico.*

Diferenciando-se totalmente a função de custo translog, é possível a análise da decomposição das alterações no custo, devidas unicamente a mudanças nos aspectos tecnológicos da produção. A taxa da mudança tecnológica (TMT) é dada por:

$$\frac{\partial lnC}{\partial t} = \beta_t + \beta_{tt}t + \sum_i \beta_{it}p_i + \beta_{yt}lnY \qquad (9)$$

e reflete mudanças na eficiência da produção. Como estamos lidando com uma função de custo, maior eficiência é demonstrada por TMT com sinal negativo, indicando, *coeteris paribus,* uma queda nos "custos de produção". Entretanto, maior eficiência não é resultado somente do progresso tecnológico. Como pode ser observado na expressão (9), ela pode ser decomposta em três partes: PTN, um componente neutro do progresso tecnológico $(\beta_t + \beta_{tt}t)$; PTE, um componente enviesado do progresso tecnológico $(i\beta_{it}p_i)$; e ET, um componente de interação que reflete mudanças na escala $(\beta_{yt}lnY)$. As estimativas dos coeficientes da função de custo translog foram usadas para calcular os valores para tais magnitudes, reproduzidas na Tabela 2.

Houve uma taxa negativa da mudança tecnológica, apesar de estar caindo a uma taxa decrescente. Em 1962, a mudança tecnológica fez cair aproximadamente 4% a produtividade total dos fatores, enquanto que em 1980 a queda foi apenas 2%. Durante o período de 20 anos, as mudanças tecnológicas fizeram cair a produtividade a uma taxa média de 2,8% ao ano.

Entretanto, a fonte dessa queda na produtividade não se encontra na falta de progresso tecnológico. Muito pelo contrário, houve progresso tecnológico, estimado em aproximadamente 2,7% ao ano, como pode ser observado na coluna rotulada PTT na Tabela 2. O progresso tecnológico total (PTT) esteve presente durante o período sob investigação. Inicialmente, o componente neutro do progresso tecnológico era positivo, tendo atingido zero por volta de 1973/74 e tornando-se negativo no período 1975/80.[18] O progresso tecnológico enviesado tornou-se também cada vez mais negativo durante todo o período, resultando que o progresso tecnológico total (PTT) apresentou um sinal negativo, indicando um efeito desejável sobre a taxa da mudança tecnológica.

Por outro lado, houve efeitos de interação tecnologia/escala (ET) extremamente indesejáveis. Como pode ser observado na Tabela 2, deve ter havido ajustes de escala nas fazendas de leite, que impediram que o progresso técnico puro aumentasse a eficiência na produção. Desta forma,

[18] Um valor positivo para PTT, PTE e PTN significa retrocesso tecnológico, e vice-versa.

TABELA 2

Médias anuais para os componentes da taxa de mudança tecnológica (TMT)

Anos	Progresso tecnológico neutro (PTN)	Progresso tecnológico enviesado (PTE)	Progresso tecnológico total (PTT)	Efeito escala/tecnologia (ET)	Taxa da mudança tecnológica (TMT)*
1962	0,008	—0,022	—0,014	0,055	0,041
1963	0,007	—0,018	—0,015	0,058	0,043
1964	0,006	—0,022	—0,016	0,055	0,039
1965	0,006	—0,023	—0,017	0,054	0,037
1966	0,005	—0,025	—0,020	0,054	0,034
1967	0,004	—0,025	—0,021	0,056	0,035
1968	0,004	—0,025	—0,021	0,055	0,034
1969	0,003	—0,025	—0,022	0,055	0,033
1970	0,002	—0,028	—0,026	0,056	0,030
1971	0,002	—0,030	—0,028	0,053	0,025
1972	0,001	—0,030	—0,029	0,055	0,026
1973	0,000	—0,030	—0,030	0,056	0,026
1974	0,000	—0,029	—0,029	0,055	0,026
1975	—0,001	—0,029	—0,030	0,054	0,024
1976	—0,002	—0,030	0,032	0,054	0,022
1977	—0,002	—0,030	—0,032	0,053	0,021
1978	—0,003	—0,030	—0,033	0,054	0,021
1979	—0,004	—0,031	—0,035	0,053	0,018
1980	—0,004	—0,030	—0,034	0,055	0,021
Média	0,001	—0,028	—0,027	0,055	0,028
	(0,25)	(—5,16)	(—3,18)	(2,97)	(3,03)

NOTA: As estatísticas *t* estão entre parênteses.

*Um valor positivo da TMT indica, *coeteris paribus*, custos mais elevados; uma TMT negativa indica queda nos custos, isto é, maior eficiência.

chegamos à conclusão de que alterações na escala — ao invés de deslocamentos independentes da função de custo (ou de sua dual, a função de produção) — foram responsáveis pelo retrocesso tecnológico observado na amostra. [19]

[19] Se fosse presumida homotetia, os coeficientes β_{yt} e β_{iy} teriam sido restritos a zero. Neste caso, o efeito de interação ET teria sido nulo e os conceitos de mudança tecnológica e progresso tecnológico iriam coincidir. Em nosso modelo β_{yt} e três dos quatro coeficientes β_{iy} tornaram-se significativamente diferentes de zero, permitindo-nos rejeitar a hipótese da homotetia.

4.2 — Progresso tecnológico enviesado e a hipótese de inovação induzida

A derivativa da equação de parcela de custo com relação ao tempo produz estimativas dos vieses de Hicks.[20] Na Tabela 3 são comparados os vieses com taxas de alterações nos preços e parcelas de custos dos fatores.

Os vieses de Hicks fornecem estimativas de como as parcelas de custo dos fatores teriam evoluído na ausência de mudanças nos preços e na ausência de efeitos de escala. A utilização mais intensa da alimentação é o viés mais forte, pois indica que a parcela de custo da alimentação dentro do custo total teria aumentado cerca de 0,5% por ano — seguido por um viés poupador de mão-de-obra de aproximadamente 1/3 de 1% ao ano. O viés poupador de outros insumos é muito mais brando, sendo menos que 1/5 de 1% ao ano, enquanto o viés na utilização de capital foi praticamente inexistente.

Essas magnitudes apóiam as proposições "brandas" de Hicks-Ahmad-Fellner mencionadas anteriormente, já que a força do viés relativo a um fator está intimamente relacionada com o vigor da taxa de mudanças no preço deste fator. Portanto, o maior aumento de preço está associado ao fator que demonstrou o mais forte viés poupador deste fator (mão-de-obra) e a maior queda de preço está associada ao fator que demonstrou o mais forte viés utilizador deste fator (alimentação). "Outros insumos", que

TABELA 3

Mudanças de preços, parcelas de custo e estimativas dos vieses de Hicks

	Capital	Mão-de-obra	Alimentação	Outros insumos
Preço médio (1962/70)	238,74	7,57	0,24	85,79
Preço médio (1971/80)	238,28	9,36	0,089	72,48
Parcela média de custo (1962/70)	0,165	0,333	0,295	0,207
Parcela média de custo (1971/80)	0,174	0,336	0,302	0,188
Taxa de mudança de preço	—0,002	0,236	—0,629	—0,155
Taxa da mudança de parcela de custo	0,054	0,009	0,024	—0,092
Viés de Hicks (taxa média da mudança da parcela de custo corrigida para neutralizar efeitos de mudanças de preço e efeitos de escala)	—0,00005 (—0,04)	—0,00361 (—2,60)	0,00543 (2,84)	—0,00177 (—1,88)

NOTA: As estatísticas t estão entre parênteses.

[20] Lembrar que a neutralidade da mudança tecnológica de Hicks requer constância das parcelas relativas de custo ao longo de uma trajetória onde a proporção capital/mão-de-obra seja constante [ver Albuquerque (1985*b*)].

demonstraram taxas de declínio de preço muito mais baixas, foram associados a um viés mais brando, ao passo que não houve praticamente qualquer viés em relação ao capital, que não demonstrou uma tendência clara de mudanças de preço. Por outro lado, os mecanismos de induções descritos por Samuelson-Kennedy-Weizsäcker pouco apoio receberam de nossas estimativas, já que os vieses observados não demonstraram tendência para compensar mudanças nas parcelas de custo dos fatores causados por alterações de preços, como sugerido por aqueles autores.

4.3 — Economias de escala

Economias de escala podem ser convenientemente medidas com o auxílio da estrutura translog. De modo semelhante à análise da mudança tecnológica, a diferenciação da função de custo translog resulta em uma expressão para a elasticidade-custo da produção.

$$\text{Elasticidade-custo da produção (ECP)} = \frac{\partial lnC}{\partial lnY} =$$

$$= \beta_y + \beta_{yy} lnY + \beta_{yt} t + \sum_i \beta_{iy} p_i \qquad (10)$$

A ECP expressa a mudança percentual no custo total causada por cada ponto percentual de alteração no nível de produção: se for superior a 1, o custo unitário do produto aumenta, indicando que a produção ocorre no segmento ascendente da função de custo unitário (em forma de U); se for inferior a 1, a produção caracteriza-se por custos unitários decrescentes e situa-se no segmento descendente da função de custo unitário; e, finalmente, se a ECP for igual a 1, os custos unitários são mínimos e invariantes em relação ao nível da produção.

A elasticidade-custo da produção tem dois componentes: EEP, um efeito de escala puro $(\beta_y + \beta_{yy} lnY)$, e TI, um termo de interação entre escala, tecnologia e preços de fatores $(\beta_{yt} t + \sum_i \beta_{iy} p_i)$. Como os custos unitários variam em relação ao nível da produção, a estrutura translog permite a estimativa das curvas clássicas de custo, em forma de U.

A Tabela 4 resume os parâmetros de escala para o período 1962/80. O efeito de escala puro (EEP) tem sido positivo e maior que 1, indicando custos unitários de produção crescentes em relação ao aumento da produção. O valor do parâmetro $\beta_y = -2{,}41$ indica uma tendência inicial para economias de escala bastante fortes. Na verdade, suficientemente fortes para causar uma queda no custo total ao elevar-se a produção. Este efeito é contrabalançado pelo termo relacionado à produção: $\beta_{yy} = 0{,}286$. Como esperado, as economias de escala diminuem à medida que aumenta a produção, pois o valor de β_{yy} é positivo. A soma desses dois efeitos é tal que, no segmento coberto por nossos dados médios anuais de produção, o efeito de escala pura apresenta um valor maior que 1, indicando a existência de custos crescentes.

TABELA 4

Médias anuais para os componentes da elasticidade-custo da produção (ECP)

Anos	Efeito de escala puro (EEP)	Termo de interação escala/tecnologia e escala/preço de fatores (TI)	Elasticidade-custo da produção (ECP)
1962	1,125	−0,186	0,939
1963	1,118	−0,156	0,962
1964	1,147	−0,174	0,973
1965	1,151	−0,178	0,973
1966	1,096	−0,185	0,911
1967	1,143	−0,173	0,970
1968	1,153	−0,168	0,985
1969	1,169	−0,171	0,998
1970	1,150	−0,187	0,963
1971	1,089	−0,197	0,892
1972	1,101	−0,184	0,917
1973	1,124	−0,179	0,945
1974	1,149	−0,172	0,977
1975	1,079	−0,171	0,908
1976	1,107	−0,175	0,932
1977	1,078	−0,166	0,912
1978	1,092	−0,162	0,930
1979	1,007	−0,167	0,840
1980	1,096	−0,150	0,946
Média	1,112	−0,174	0,938
	(4,45)	(−5,49)	(3,86)
			(−0,255)*

NOTA: As estatísticas t estão entre parênteses.
*Estatística t para a hipótese nula de ECP = 1.

O termo de interação da elasticidade-custo da produção causou, durante o período analisado, uma redução líquida da ECP, como pode ser observado na Tabela 4. A média para o período 1962/80 foi de — 0,174. Um componente interessante de TI é o termo $\beta_{yt}t$. Como $\beta_{yt} = 0{,}0044$, o valor da ECP tende a aumentar em quase 0,5% ao ano, sugerindo que, com o passar do tempo, a curva do custo médio unitário desloca-se para cima, como será demonstrado mais adiante.

Os efeitos combinados de EEP e TI produzem uma elasticidade-custo da produção ligeiramente abaixo da unidade, sugerindo que — na média — os produtores operaram no segmento descendente de suas curvas de custo unitário.

Este segmento é caracterizado pela existência de economias de escala, de forma que, na média, 10% de aumento no produto implica um aumento de 9,4% no custo total. Dever-se-ia observar, entretanto, que — na média — os produtores de leite situaram-se, estatisticamente, no ponto horizontal de suas curvas de custo, como se pode concluir pelo fato de não ser possível rejeitar a hipótese nula de ECP = 1, como demonstrado na Tabela 4.

Evidentemente, não é razoável presumir, porque na média os produtores parecem estar operando no ponto de custo mínimo, que individualmente também operem no mesmo segmento plano de suas curvas de custo. Muito pelo contrário, nossos dados indicam que os fazendeiros operaram, durante o período 1962/80, em níveis de produção bastante diferenciados, e que podem ter tomado a direção errada ao ajustar os níveis de produção às condições correntes, já que o deslocamento para cima das curvas de custo tenderiam a reduzir o nível de produção maximizador do lucro; [21] a tendência geral foi de aumentar a produção, enquanto as condições econômicas indicariam que a produção ótima estava sendo reduzida.

4.4 — Curvas de custo médio

O modelo translog foi usado para simular a curva de custo médio da amostra — como reproduzido no gráfico a seguir —, a qual foi avaliada mantendo os preços dos fatores nas médias da amostra. Além disso, a referida curva foi determinada em quatro diferentes anos, acompanhando seus deslocamentos ao longo do tempo. [22]

Os períodos de tempo foram T1 (1962), T7 (1968), T13 (1974) e T19 (1980), e as curvas de custo médio foram calculadas usando-se os preços médios dos fatores nos períodos 1962/80, 1962/70 e 1971/80.

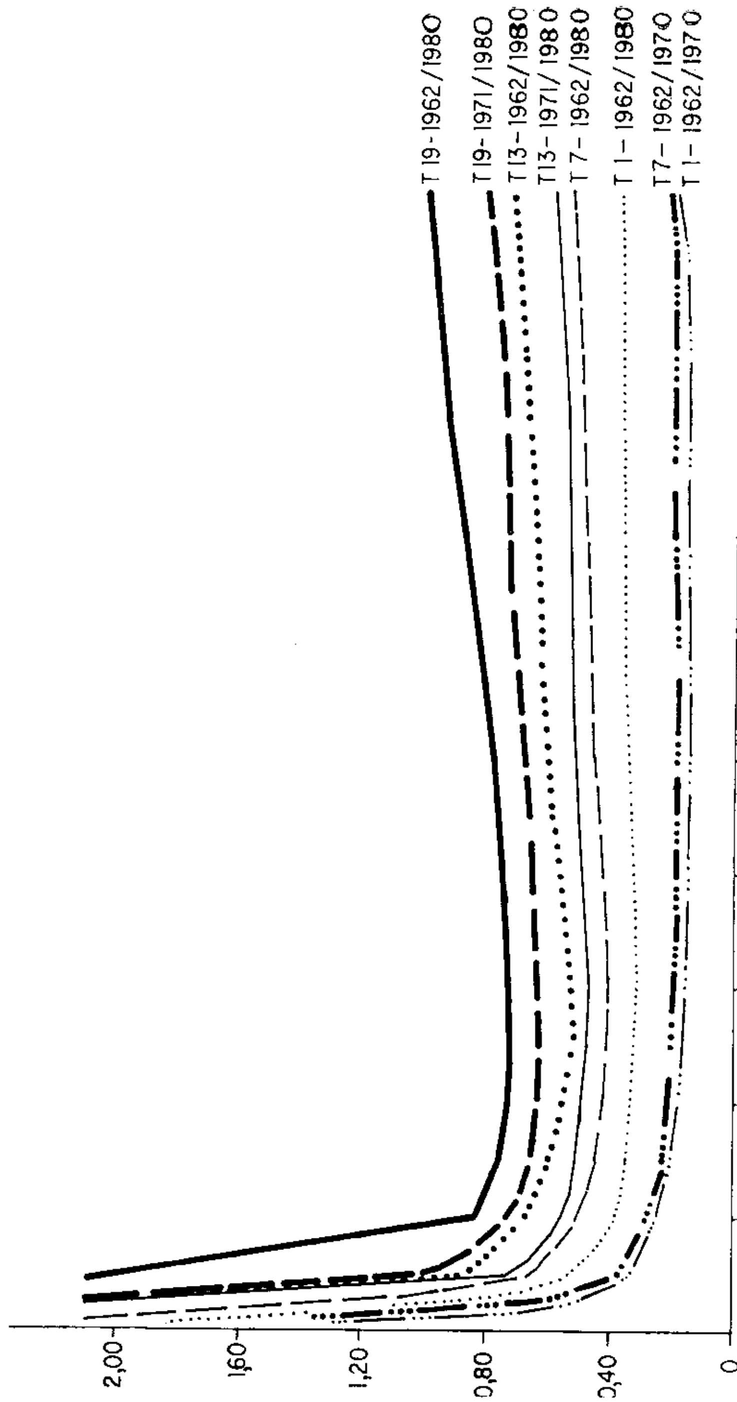
Como esperado, as curvas de custo médio são em forma de U. O custo mínimo determina o tamanho ótimo, onde o valor da ECP é igual à unidade. Como pode ser visto no gráfico, as curvas de custo deslocaram-se para cima de tal maneira que reduziram o nível ótimo de produção.

O efeito do tempo em si, ao deslocar as curvas de custo, pode ser observado comparando-se os movimentos entre T1, T7, T13 e T19 para cada nível de preços médios dos fatores. Tomando-se o preço médio dos fatores para o período 1962/70, o tamanho ótimo entre T1 e T7 caiu de 550.000 para 500.000 litros por ano. Tomando-se o preço médio dos fatores para o período 1971/80, a evolução do tamanho ótimo entre T13 e T19 demonstra uma queda na produção anual de 300.000 para 250.000 litros.

[21] Em condições competitivas, a maximização de lucro requer que o custo marginal seja igual ao preço. Esta igualdade é alcançada quer no segmento crescente da função de custo (se o preço está acima do custo mínimo), quer em seu ponto mínimo (soluções a longo prazo). Os preços do leite no Brasil eram regulados pelo governo, com o nível de preço estabelecido em valores baixos, em relação aos custos. Portanto, presumimos que estejam muito próximos ao nível de custo mínimo (algumas vezes mesmo abaixo desse nível de custo mínimo), de modo que a produção ótima coincidiria com o ponto de minimização de custos.

[22] Christensen e Greene (1976) usaram a função de custo translog para estudar economias de escala na indústria de energia elétrica dos Estados Unidos. Entretanto, ao contrário de nosso estudo, eles não admitiram mudanças tecnológicas.

CURVAS DE CUSTO MÉDIO ESTIMADAS



Combinando-se esses dois efeitos, torna-se evidente que o tamanho ótimo tendeu a cair — de 550.000 litros (T1, 1962/70) para 250.000 litros (T13, 1962/80; T19, 1962/80; e T19, 1971/80). Estas evidências apóiam a hipótese anteriormente mencionada de que os produtores caminharam na direção errada no que se refere à minimização dos custos de produção.

4.5 — Elasticidade de substituição

As estimativas dos parâmetros translog foram usadas para calcular as elasticidades parciais de substituição de Allen e as elasticidades-preço da demanda derivada, constantes das Tabelas 5 e 6.

TABELA 5

*Elasticidades parciais de substituição de Allen * (calculadas na média dos dados)*

	Capital	Mão-de-obra	Alimentação	Outros insumos
Capital	—4,45 (—27,98)	0,954 (11,73) (—0,56)	0,857 (7,95) (—1,32)	0,926 (9,47) (—0,75)
Mão-de-obra	— — —	—1,32 (—15,17) —	0,810 (10,38) (—2,43)	0,154 (1,60) (—8,81)
Alimentação	— — —	— — —	—1,79 (—14,55) —	0,622 (7,00) (—4,25)
Outros insumos	— —	— —	— —	—1,97 (—11,74)

NOTA: As estatísticas t estão entre parênteses e foram calculadas como se segue:

— para a hipótese nula de $\sigma_{ij} = 0$:

$$t = \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{SE\ (\sigma_{ij})}$$

onde $SE\ (\sigma_{ij}) = \dfrac{SE\ (\beta_{ij})}{S_i S_j}$; e

— para a hipótese nula de $\sigma_{ij} = 1$:

$$t = \frac{\hat{\sigma}_{ij} - 1}{SE\ (\sigma_{ij})}$$

(segundo número entre parênteses).

Observar que σ_{ii} não tem significado econômico.

*As fórmulas para determinar as elasticidades de substituição [ver Binswanger (1974b, pp. 970-1)] são:

$$\sigma_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{S_i S_j} + 1 \text{ e } \sigma_{ii} = \frac{\beta_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i^2}$$

onde S_i é a parcela de custo do fator i.

TABELA 6

*Elasticidade-preço da demanda derivada * (avaliada na média dos dados)*

Elasticidade-preço da demanda derivada:

$$N_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i}$$

i	Capital	Mão-de-obra	Alimentação	Outros insumos
Capital	−0,756 (27,89)	0,315 (11,75)	0,256 (7,92)	0,185 (9,48)
Mão-de-obra	0,162 (11,73)	−0,436 (15,14)	0,243 (10,38)	0,031 (1,61)
Alimentação	0,146 (7,97)	0,267 (10,38)	−0,537 (14,55)	0,124 (7,00)
Outros insumos	0,157 (9,45)	0,051 (1,61)	0,187 (6,95)	−0,395 (11,79)

NOTA: As estatísticas t entre parênteses para a hipótese nula de $N_{ij} = 0$ são:

$$t = \frac{\hat{N}_{ij}}{SE\ (N_{ij})}$$

onde $SE\ (N_{ij}) = \frac{SE\ (\beta_{ii})}{S_i}$.

*As fórmulas para derivar as elasticidades-preço da demanda derivada são:

$$N_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i} = \frac{\beta_{ij}}{S_i} + S_j \quad \text{e} \quad N_{ii} = \frac{\beta_{ii}}{S_i} + S_i - 1$$

Todas as elasticidades de substituição possuem o sinal correto. O capital é o fator mais facilmente substituível — demonstrando valores que não são significativamente diferentes de 1. Todas as outras elasticidades parciais de substituição de Allen são significativamente diferentes da especificação $\sigma_{ij} = 1$ de Cobb-Douglas e, à exceção da elasticidade de substituição entre mão-de-obra e outros insumos, todas são significativamente diferentes da especificação $\sigma = 0$ de Leontieff. A alimentação é o segundo fator mais substituível, seguido pela mão-de-obra, e outros insumos.

É interessante observar que nenhuma das elasticidades de substituição estava acima da unidade, o que demonstra que a faculdade da substituição conferida à produção de leite não é tão extensa quanto na agricultura como um todo, onde os valores freqüentemente estimados são mais altos que os indicados em nossos resultados [Binswanger (1974*a*)]. [23]

[23] Deveríamos também observar que a principal vantagem das estimativas translog aplicadas às elasticidades de substituição não é o fato de serem variáveis ao longo do tempo (realmente elas são razoavelmente estáveis), mas sim de não serem forçadas a ser iguais. Com relação às elasticidades-preço da demanda, nossos resultados indicam valores mais baixos do que aqueles relatados por Yotopoulos e Lau (1979) ao usarem funções de lucro.

4.6 — Elasticidades-preço da demanda derivada de fatores

A Tabela 6 reproduz as elasticidades-preço da demanda dos fatores. As elasticidades de substituição e a elasticidade-preço cruzada da demanda são positivas para os insumos substitutos e negativas para os insumos complementares. [24] Em nossa amostragem, todas as elasticidades-preço possuem o sinal correto. A demanda derivada para todos os insumos é bastante inelástica, e todas as elasticidades cruzadas demonstram que os fatores se substituem. Portanto, um aumento no preço relativo de um fator provoca uma queda na sua quantidade demandada e um aumento na demanda de todos os demais insumos. O fator capital demonstrou o maior valor para a elasticidade-preço da demanda, seguido por alimentação, mão-de-obra e outros insumos. Com relação à mão-de-obra e outros insumos, as elasticidades cruzadas não são significativamente diferentes de zero, indicando — como sugerido pelo valor da elasticidade de substituição entre elas — que a demanda por uma não é influenciada por mudanças de preço da outra, isto é, elas são usadas em proporções fixas. [25] Também a inelasticidade da demanda na pecuária leiteira mostra que, *coeteris paribus,* uma alteração no preço de um fator causa uma mudança simétrica na parcela de custo daquele fator.

5 — Resumo das principais conclusões

A função de custo translog na forma fator-aumentativa revelou-se particularmente útil na análise do progresso tecnológico não-neutro. Os resultados do uso do modelo translog revelaram que na pecuária leiteira paulista:

a) não houve mudança tecnológica positiva e, embora o setor tenha sofrido grande modernização, constatou-se que houve retrocesso tecnológico — perda de eficiência na produção —, um processo que denominamos "modernização ineficiente" (durante o período de 20 anos, houve queda de eficiência e os custos unitários de produção elevaram-se em média 2,8% ao ano);

24 A definição de insumos complementares ou substitutos é freqüentemente efetuada em termos de análise do sinal da segunda derivada cruzada da função de produção. Esta definição não mantém a produção constante quando um dos insumos é aumentado, e o efeito-produção pode dominar o efeito-substituição, invertendo o relacionamento real entre os insumos. Utilizando-se como norma o sinal da elasticidade de substituição, evita-se este problema restringindo a substituição ao longo de uma isoquanta [ver Ferguson (1971, p. 109)].

25 Não foram usados os resultados obtidos para testar a separabilidade dos insumos, já que os métodos sugeridos por Berndt e Christensen (1973*a* e 1973*b*) e por Fuss *et alii* (1978) presumem homotetia que não foi confirmada por nossas estimativas.

b) a queda na produtividade não se encontra na inexistência de progresso tecnológico, que efetivamente existiu à taxa de 2,7% ao ano; contudo, existiram efeitos contrários de interação tecnologia/escala que sobrepujaram esses efeitos e causaram o "retrocesso tecnológico";

c) o progresso tecnológico observado foi Hicks-poupador de mão-de-obra e Hicks-intensivo-em-alimentos; tais resultados confirmam as hipóteses de "inovação induzida" de Hicks-Ahmad-Fellner, contrariando as concepções de Samuelson-Kennedy-Weizsäcker sobre o assunto;

d) as curvas de custo médio — corrigidas pelos efeitos de interação tecnologia/escala — deslocaram-se para cima e para a esquerda durante o período analisado;

e) os efeitos da escala sugerem que os produtores foram induzidos a operar no segmento ascendente de suas curvas de custo médio, ultrapassando a escala ótima de produção;

f) as elasticidades de substituição foram em geral estimadas entre zero e a unidade; nenhuma estava acima da unidade, o que demonstra que a faculdade de substituição de fatores da pecuária de leite não é tão extensa quanto para a agricultura como um todo; e

g) a elasticidade-preço da demanda derivada para os insumos é baixa.

Anexo — A função de custo translog

A equação (4) poderia ser diferenciada com relação a seus argumentos. Ao diferenciar em relação ao preço de insumos p_i, temos:

$$\frac{\partial lnC}{\partial lnp_i} = \frac{\partial C}{\partial p_i} \frac{p_i}{C}$$

Mas $\frac{\partial C}{\partial p_i} = X_i$ de acordo com o lema de Sheppard, onde X_i é a demanda derivada para o insumo i. [26] Então:

$$\frac{\partial lnC}{\partial lnp_i} = \frac{X_i p_i}{C} \equiv D_i$$

[26] Um resultado conhecido como lema de Sheppard permite-nos diferenciar $C(p,y)$ e chegar a funções da demanda consistentes com o comportamento otimizador descrito pela função de custo. Desta forma, a função de demanda do fator $X_i(p,Y)$ é dada por:

$$X_i\ (p,Y) = \frac{\partial C\ (p,Y)}{\partial p_i}$$

$$i = 1, \ldots, n$$

é a parcela de custo atribuível ao insumo X_i. Desta forma:

$$D_i = \beta_i + \sum_i \beta_{ij} ln p_j + \beta_{it} t + \beta_{iy} ln Y \qquad (11)$$
$$i,j = 1, \ldots, n$$

é um sistema de n equações que mostram as parcelas de custo com funções dos preços dos insumos, da mudança tecnológica e da escala da operação. Além disso:

$$\frac{\partial lnC}{\partial (t)} = \beta_t + \beta_{tt} t + \beta_{yt} ln Y + \sum_i \beta_{it} ln p_i \qquad (12)$$

é a taxa do progresso tecnológico, isto é, a redução no custo devido somente à passagem do tempo, todas as outras variáveis, tais como preços e quantidades, permanecendo constantes. E, por último:

$$\frac{\partial lnC}{\partial lnY} = \beta_y + \beta_{yy} ln Y + \beta_{yt} t + \sum_i \beta_{iy} ln p_i \qquad (13)$$

mostra o efeito no custo das mudanças no nível de produção. A função de custo translog pode ser calculada diretamente através da equação linear (4) anterior, ou indiretamente através de sistemas compostos pelas equações (11) e (12). Podem-se impor restrições paramétricas à equação (4) para que a mesma satisfaça determinadas condições desejadas.

A homotetia implica que a função de custo pode ser expressa como sendo separável em relação ao produto, de um lado, e aos preços dos fatores e ao tempo, de outro. Portanto, $C(Y,p,t) = C^*(p,t) H(Y)$. As seguintes restrições implicam que a função de custo (4) é homotética:

$$\beta_{yt} = \beta_{iy} = 0 \qquad (14)$$
$$i = 1, \ldots, n$$

Um pressuposto mais forte é o da homogeneidade, implicando retornos constantes de escala (homogeneidade linear) ou um grau constante de retorno de escala (homogeneidade de grau s).

A homogeneidade implica — além das restrições acima — que a elasticidade de custo em relação ao produto é constante $(= s)$. Desta forma, isto significa que:

$$ln \{C^*(p,t) H(\lambda Y)\} = ln\{C^*(p,t) H(Y)\} + s ln\lambda$$

e pode ser satisfeita se:

$$\beta_y = s; \quad \beta_{yy} = 0 \qquad (15)$$

lembrando que retornos constantes de escala significam $s = 1$.

Uzawa (1964) demonstrou que a função de produção com alteração tecnológica neutra de Hicks pode ser expressa da seguinte maneira:

$$F(x,t) = J(t) F(x)$$

onde $J(t)$ é uma função do tempo. Em termos de sua dual, a função de custo, significa que $C(Y,p,t) = J^*(t)\,C(Y,p)$. Portanto, a neutralidade de Hicks pode ser imposta na equação (4), fazendo com que ela satisfaça as seguintes restrições:

$$\beta_{yt} = 0; \quad \beta_{it} = 0 \qquad (16)$$

$$i = 1, \ldots, n$$

A função de custo translog generalizada (4) poderia ter sido expressa da seguinte maneira:

$$lnC = C\{lnp,\ lnY,\ f(t)\}$$

ao invés de aceitar, como em (4), que $f(t) = t$. Wills (1979) calculou as funções de custo translog usando diversas especificações alternativas. Uma delas era um modelo de mudança tecnológica enviesada, presumindo-se $f(t) = t$. Toda (1974), usando uma função de produção translog, fez $f(t) = t^2$. Ambos os modelos introduziram a mudança tecnológica fazendo-a uma função do índice t, o qual, devido à sua natureza dinâmica, representa um processo contínuo de mudanças tecnológicas. Esta estrutura, sem se presumir a neutralidade de Hicks, permite medir o viés da mudança tecnológica; os termos β_{it} são estimativas de vieses na utilização de fatores introduzidos pelas mudanças tecnológicas, pois medem a mudança na renda relativa de fator atribuída somente à passagem do tempo, mantendo constante todas as outras variáveis. A partir das equações (11), e lembrando o significado das equações (12), (13) e (5), tem-se a medida do viés — pressupondo $f(t) = t$ — da seguinte maneira:

$$\frac{\partial D_i}{\partial t} = \beta_{it} \qquad (17)$$

$$i = 1, \ldots, n$$

Este modelo também permite considerar um componente neutro simultâneo da mudança tecnológica. Como inferido pelo conceito de neutralidade, a medida do componente neutro não se acha expressa na equação (11), pois a neutralidade não afeta a renda relativa dos fatores, mas é diretamente mensurável a partir da equação (12), sendo igual a $\{\beta_t + \beta_{tt} \cdot t\}$. Os termos restantes na equação (12) mostram os efeitos sobre a taxa de mudança tecnológica dos componentes não-neutros ($\Sigma\, \beta_{it} ln p_i$) e um termo ($\beta_{yt} lnY$) que apreende os efeitos das alterações de escala, como se eles fossem devidos a mudanças na tecnologia.

Vale lembrar que, aceitando-se a condição de homotetia, devem-se impor as condições (14), eliminando-se, assim, este último termo da equação (12) e também o termo $(\beta_{iy} lnY)$ das equações (11), uma outra fonte de indeterminação entre os efeitos das mudanças tecnológicas e das alterações de escala.[27]

No caso da função translog na forma fator-aumentativa — equação (6) —, as equações (11), (12) e (13) tornam-se:

$$D_i = \beta_i + \sum_j \beta_{ij} lnp_j + \beta_{iy} lnY + \sum_j \beta_{ij} lnA_j \tag{18}$$

$$\frac{\partial lnC}{\partial t} = \sum_i \left(\frac{\partial lnC}{\partial lnA_i} \frac{\partial lnA_i}{\partial t} \right) = \sum_i \Big[\beta_i + \sum_j \beta_{ij} lnA_j + \sum_j \beta_{ij} lnp_j + \\ + \beta_{iy} lnY\Big] \frac{\partial lnA_i}{\partial t} \tag{19}$$

$$\frac{\partial lnC}{\partial lnY} = \beta_y + \beta_{yy} lnY + \beta_{iy} \ (lnp_i + lnA_i) \tag{20}$$

A neutralidade de Hicks na forma fator-aumentativa requer que:

$$C\,(lnp + lnA,\ lnY) = H\,(lnA) \ \ C^*\,(lnp,\ lnY)$$

Os termos envolvendo lnA_i são:

$$\sum_i \beta_i lnA_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnA_i lnA_j + \sum_i \sum_j \beta_{ij} lnp_i lnA_j + \\ + \sum_i \beta_{iy} lnA_i lnY \tag{21}$$

Esta expressão só será exclusivamente uma função dos coeficientes fator-aumentativos se:

$$\beta_{iy} = 0 \quad \text{e} \quad \beta_{ij} = 0$$

o que vem a reduzir a função de custo translog ao caso Cobb-Douglas.[28]

[27] A condição de homoteticidade tem de ser presumida se o progresso tecnológico acha-se identificado com mudanças no custo total observado. Evidentemente, a condição *coeteris paribus* deve ser satisfeita (isto é, proporções relativas de insumos constantes), fato este bastante improvável; senão, os dados de custo devem ser ajustados para refletir condições constantes da produção. A estimativa da curva de custo translog permite que a mudança tecnológica seja medida sem que se aceite a condição de homotetia, uma solução para o chamado problema da "impossibilidade" na mensuração do progresso tecnológico.

[28] $\beta_{it} = 0$ juntamente com a restrição relativa à forma fator-aumentativa $\beta_{yt} = 0$ significa que a função deve ser homotética. As restrições restantes $\beta_{ij} = 0$ reduzem a função de custo translog ao caso Cobb-Douglas (aceitando-se a homogeneidade nos preços).

Supondo-se taxas de aumento de fatores (*rates of factor augmentation*) iguais e homogeneidade nos preços das funções de custo, $A_i(t) = A_j(t)$, então (21) torna-se:

$$lnA\,(1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} ln p_i) \qquad (22)$$

Agora, (22) não pode ser igual a zero, a não ser que $\beta_{ij} = 0$, e neste caso voltamos à função Cobb-Douglas. Portanto, não sabemos como expressar parametricamente a neutralidade de Hicks na forma fator-aumentativa.[29]

Abstract

This article explains in detail the main properties of the translog cost function, that is used, in its factor-augmenting version, to estimate the patterns of technological change in dairy farming of a São Paulo region. The study's main conclusions are that "Hicks-biased" technical change (labor saving and cash-feed using), has taken place, at a rate of 2,7%; but this was compensated by perverse interactive scale effects, at a rate of 5,5%. The net effect was the presence of a technological retrocession, *at a rate of 2,8% per year.*

Bibliografia

AHMAD, S. On the theory of induced innovation. *Economic Journal*, Cambridge, *76*:344-57, June 1966.

ALBUQUERQUE, M. C. C. de. *A translog analysis of technological change and scale effects in Brazilian agriculture: a case of inefficient modernization*. Ph.D. Thesis. Ann Arbor, MI, Harvard University, University Microfilms International, 1985*a*.

———. *The economic theory of technological change*. EAESP/FGV, 1985*b*, mimeo. [Tradução publicada em *Estudos Econômicos*, São Paulo, *16* (2), 1986.]

———. *Measures of technological change and the use of the translog function*. EAESP/FGV, 1985*c*, mimeo.

BERNDT, E. R., and CHRISTENSEN, L. R. The translog function and the substitution of equipment, structures and labor in US manufacturing — 1929-1968. *Journal of Econometrics*, Amsterdam, *1* (1) :81-113, 1973*a*.

[29] Podemos ainda testar a neutralidade de Hicks com $\beta_{ij} = 0$ e $\beta_{iy} = 0$ (evidentemente, isto seria, na verdade, um teste para a forma Cobb-Douglas).

———. The internal structure of function relationship: separability, substitution and aggregation. *Review of Economic Studies*, Edinburg, *40* (3):403-10, July 1973*b*.

BINSWANGER, H. P. A cost function approach to the measurement of elasticities of factor demand and elasticities of substitution. *American Journal of Agricultural Economics,* Lexington, *56* (2) :377-86, May 1974*a*.

———. A microeconomic approach to induced innovation. *Economic Journal,* Cambridge, *84* (336):940-58, Dec. 1974*b*.

CHRISTENSEN, L. R., and GREENE, W. H. Economies of scale in US electric power generation. *Journal of Political Economy,* Part 1, Chicago, *84* (4) :655-76, Aug. 1976.

CHRISTENSEN, L. R., JORGENSON, D. W., and LAU, L. J. Transcendental logarithmic production frontiers. *Review of Economics and Statistics,* Cambridge, *55* (1) :28-45, Feb. 1973.

CORRY, B. A. The role of technological innovation in theories of income distribution. *American Economic Review,* Nashville, *56*:33-42, May 1966.

FELLNER, W. Two propositions in the theory of induced innovation. *Economic Journal,* Cambridge, *71*:305-08, June 1961.

———. Profit maximization, utility maximization and the rate and direction of innovation. *American Economic Review,* Nashville, *56*:24-32, May 1966.

———. Empirical support for the theory of induced innovation. *Quarterly Journal of Economics,* Cambridge, *85* (4) :580-605, Nov. 1971.

FERGUSON, C. E. *The neo-classical theory of production and distribution.* Cambridge, Cambridge University Press, 1971.

FUSS, M., MCFADDEN, D., and MUNDLAK, Y. A survey of functional forms in the economic analysis of production. In: FUSS, M., and MCFADDEN, D., eds. *Production economics: a dual approach to theory and applications.* Amsterdam, North Holland, 1978. v. 1 part 2. (Contributions to economic analysis, 110.)

JORGENSON, D. W., and GRILICHES, Z. The explanation of productivity changes. *Review of Economic Studies,* Edinburg, *34* (99):249-83, July 1967.

———. Issues in growth accounting: a reply to Edward F. Dennison. In: JORGENSON, D. W., GRILICHES, Z., and DENNISON, E. F. *The measurement of productivity.* Harvard University, May 1972 (Reprints in Economic Theory and Econometrics, 51).

KENDRICK, J. W., and SATO, R. Factor prices, productivity and economic growth. *American Economic Review*, Nashville, *53*:974-1.003, Dec. 1963.

KENNEDY, C. Induced bias in innovation and the theory of distribution. *Economic Journal*, Cambridge, *74*:541-47, Sep. 1964.

KENNEDY, C., and THIRLWALL, A. P. Surveys in applied economics: technical progress. *Economic Journal*, Cambridge, *82* (325) :11-72, Mar. 1972.

LERDA, J. C. Resultados básicos na teoria de dualidades: vantagens e alguns usos em microeconomia. *Estudos Econômicos*, São Paulo, *9* (1):101-27, jan./abr. 1979.

MASCOLO, J. L., e BRAGA, H. C. Características tecnológicas do setor industrial exportador. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, *15* (2) :339-68, ago. 1985.

RESEK, R. Neutrality of technical progress. *Review of Economics and Statistics*, Cambridge, *45*:55-63, Feb. 1963.

ROSSI, J. Substituição entre os insumos energéticos da economia brasileira: uma ilustração do usado Modelo Translog. *Revista de Econometria*, Rio de Janeiro, *5* (1) :63-82, abr. 1985.

RUSSEL, E. R. Functional separability and partial elasticities of substitution. *Review of Economic Studies*, Edinburg, *42* (1) :79-85, Jan. 1975.

SAMUELSON, P. A. A theory of induced innovation along Kennedy-Weizsäcker lines. *Review of Economics and Statistics*, Cambridge, *47*:343-56, Nov. 1965.

TODA, Y. Capital-labour substitution in production functions: the case for Soviet manufacturing for 1950-71. In: ALTMANN *et alii*, 1974.

UZAWA, H. Duality principles in the theory of cost and production. *International Economic Review*, Osaka, *5* (2) :216-20, May 1964.

WILLS, J. Technical change in the US primary metals industry. *Journal of Econometrics*, Amsterdam, *10* (1) :85-98, Apr. 1979.

YOTOPOULOS, P. A., and LAU, L. J. Resource use in agriculture: applications of the profit function to selected countries. *Food Research Institute Studies*, Stanford, *17* (1), 1979.

(Originais recebidos em maio de 1985. Revistos em julho de 1986.)