

# MODELOS VaRs E A NOVA FÓRMULA DA EXIGÊNCIA DE CAPITAL DA CARTEIRA *TRADING*: UMA ANÁLISE NO MERCADO BRASILEIRO

Cleysson Ribeiro Vieira\*

Oswaldo Candido da Silva Filho\*\*

Neste artigo, tendo em vista a mudança na fórmula de cálculo da exigência de capital da carteira *trading* trazida pelo conjunto de alterações no arcabouço regulamentar motivadas pela crise do *subprime* e o início do processo de autorização para uso de modelos internos no Brasil, montamos uma carteira teórica composta de títulos públicos, ações e moedas baseada no perfil de carteira dos principais bancos em operação no Brasil com o objetivo de analisarmos duas questões intimamente interligadas: *i*) a acurácia dos modelos Valor em Risco (VaR) utilizados por esses bancos no cálculo do risco de mercado; e *ii*) a suficiência da nova regra em suportar perdas reais e hipotéticas do portfólio. Encontramos que apesar dos modelos VaR, em geral, subestimarem o risco, as alocações de capital geradas por esses modelos, quando usamos a nova fórmula, foram excessivamente conservadoras em todos os testes realizados. Adicionalmente, propomos duas modificações na regra dessa exigência de modo a torná-la menos punitiva aos bancos, mas sem perda da confiabilidade.

Palavras-chave: Exigência de capital; *value at risk*; carteira *trading*; acordos de Basileia.

## 1 INTRODUÇÃO

A última grande crise financeira atravessada pelas grandes economias, que teve origem no mercado de hipotecas norte-americano e ficou apelidada de crise do *subprime*, foi a grande motivadora das novas diretrizes postas pelo Comitê de Basileia – Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) – para a regulação do setor financeiro. Após esta crise, diversas medidas foram tomadas pelo Comitê de Estabilidade Financeira do Banco de Compensações Internacionais – Bank for International Settlements (BIS) – com o objetivo de construir um sistema financeiro mais seguro e assegurar sua resiliência em períodos de estresse. Segundo Caruana (2010), a visão do comitê é de que a promoção da estabilidade financeira requer: *i*) regulação prudencial; *ii*) reconhecimento do papel essencial das políticas macroeconômicas, tanto monetária quanto fiscal; e *iii*) disciplina de mercado. Ainda segundo ele, a crise revelou uma gama de deficiências relacionadas à governança, gerenciamento de riscos, *due diligence*, entre outros, que o setor privado precisa tratar.

---

\* Mestre em Economia pela Universidade Católica de Brasília (UCB) e gerente de risco de mercado da Caixa Econômica Federal (CEF).  
E-mail: clvieira@panamericano.com.br

\*\* Professor e pesquisador do Programa de Pós-Graduação em Economia (PPGE) da UCB.

Foi nesse contexto que o Comitê publicou o documento de consulta *Strengthening the Resilience of the Banking Sector*,<sup>1</sup> o então denominado Basileia III.<sup>2</sup> O pacote de reformas anunciadas visava: *i*) melhorar consideravelmente a qualidade do capital dos bancos; *ii*) aumentar o nível de capital requerido; *iii*) reduzir risco sistêmico; e *iv*) considerar tempo suficiente para uma transição suave ao novo regime.

Os itens *i* e *ii* tratam basicamente da redefinição do capital dos bancos, especialmente a parte do capital do banco que é considerado de alta qualidade e do aumento no nível de capital exigido, como o aumento no requerimento mínimo de capital de 2% (Basileia II) para 4,5%. O terceiro ponto tem dois aspectos importantes: o aspecto pró-cíclico e o contracíclico. No aspecto pró-cíclico, Basileia III pretende promover a acumulação de reservas em bons tempos que podem ser reduzidas em períodos de estresse.

Já o estoque de capital contracíclico, que tem sido calibrado entre 0% e 2,5%, seria acumulado durante períodos de rápido crescimento do crédito agregado, caso as autoridades monetárias julgassem que esse crescimento estaria agravando o risco sistêmico. Por outro lado, esse capital poderia ser liberado na diminuição do ciclo. Isso poderia, por exemplo, reduzir o risco de o crédito disponível ser restringido pelos requerimentos de capital regulamentar. A intenção é, assim, atenuar os impactos do sobe-e-desce dos ciclos econômicos.

Em relação ao último ponto, a preocupação do Comitê de Basileia é introduzir as reformas de modo que não impeça a recuperação da economia real, que vem sofrendo com o temor de recessão de economias como as dos Estados Unidos e da China, ainda em consequência da crise de 2007.

Apesar de Basileia III (BCBS, 2009) não introduzir novas diretrizes para o gerenciamento do risco de mercado, em julho de 2009 já haviam sido publicados pelo Comitê de Basileia os documentos *Enhancements to the Basel II Framework*, *Revisions to the Basel II Market Risk Framework e Guidelines for Computing Capital for Incremental Risk in the Trading Book*, propondo medidas adicionais para o fortalecimento e maior solidez do mercado financeiro.

Os novos documentos, entre outras alterações, aumentaram o montante de capital a ser alocado pelos bancos que desejassem utilizar os seus modelos internos de Valor em Risco (VaR) para calcular a exigência de capital da carteira *trading*.<sup>3</sup>

---

1. *Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision, Consultative Document, Strengthening the resilience of the banking sector*. Basel, Switzerland, December 17, 2009, <<http://www.bis.org/publ/bcbs164.pdf>>

2. De fato, o Basileia III é um trabalho *in progress*. A partir da primeira versão, de dezembro de 2009, foram feitas várias modificações, e novos documentos foram sendo incorporados (documentos relativos ao Basileia III podem ser vistos em <<http://www.bis.org/bcbs/basel3.htm>>

3. De acordo com a Resolução nº 3.464/07, do Conselho Monetário Nacional (CMN), a carteira *trading* ou carteira de negociação consiste em todas as operações com instrumentos financeiros e mercadorias, inclusive derivativos, detidas com intenção de negociação ou destinadas a *hedge* de outros elementos da carteira de negociação, e que não estejam sujeitas à limitação da sua negociabilidade.

Basileia concede às instituições financeiras, desde que permitida pelas autoridades monetárias dos países participantes do acordo, a possibilidade do uso de modelos internos para cálculo da exigência de capital para cada parcela de risco (crédito, operacional e mercado), que em geral é realizado por cálculo padronizado e definido pelos bancos centrais. Esse capital é exigido dos bancos pelos reguladores a fim de diminuir o risco de possíveis quebras em momentos de crise, evitando o contágio e a ruptura do sistema financeiro, oferecendo maior segurança à poupança dos agentes depositada nessas instituições. Esse incremento na parcela da exigência referente ao risco de mercado deu-se por meio da inclusão do conceito de Valor em Risco Estressado (sVaR) na fórmula do requerimento.

Em julho de 2009, com a publicação da Circular nº 3.478, o Banco Central do Brasil (BCB) estabeleceu os critérios e o cronograma para o processo de autorização do uso de modelos internos para cálculo da parcela de risco de mercado (PRM) no Brasil, instituindo que a partir do dia 30 de junho de 2010 os bancos podem requerer essa permissão. O órgão regulador brasileiro adotou integralmente as recomendações de Basileia, confirmando a inclusão do sVaR. Apesar de o Brasil já adotar um modelo conservador para o cálculo padronizado, estima-se que essa inclusão elevará consideravelmente a alocação de capital por parte dos bancos, levando a discussões sobre a viabilidade de se utilizarem os modelos internos, já que um elevado percentual da carteira *trading* seria exigido como garantia contra crises.

Este cenário, que inclui a nova fórmula para o cálculo do requerimento de capital e a possibilidade de uso de modelos internos pelas instituições financeiras brasileiras para cômputo desse requerimento, motivou a realização deste estudo, que objetivou avaliar dois aspectos: primeiro, se as abordagens VaRs utilizadas pela indústria bancária brasileira para mensurar o risco de mercado são precisas o bastante para medir adequadamente a volatilidade dos ativos brasileiros; e segundo, se a nova fórmula para a exigência gera requerimento de capital suficiente para cobrir as perdas da carteira *trading* em situações extremas dos mercados, independentemente da metodologia VaR utilizada.

Apesar das constantes inovações e melhorias nos modelos VaRs no mundo acadêmico, em consulta ao *site* dos principais bancos brasileiros, pode-se verificar que eles ainda utilizam os modelos clássicos de cálculo do VaR, como a metodologia da RiskMetrics™, a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo (MC). Nesse contexto, discutimos e avaliamos a acurácia desses modelos no período 2005-2010. Para isso, foi construída uma carteira teórica baseada nas carteiras *trading* dos grandes bancos nacionais. Essa carteira foi composta de títulos públicos, ações e moedas, principais ativos encontrados nesses portfólios.

Para avaliar as abordagens de cálculo do VaR, foram aplicados o teste regulamentar de Basileia, o Teste de Kupiec (1995) e o teste de cobertura condicional de

Christoffersen (1998) para quatro períodos distintos: pré-crise (considerado neste trabalho de janeiro de 2005 a junho de 2007); crise do *subprime* (julho de 2007 a dezembro de 2008); pós-crise (janeiro de 2009 a junho de 2010); e a amostra completa de janeiro de 2005 a junho de 2010.

Com vistas a abordar o segundo ponto desta pesquisa, utilizamos os mesmos portfólio e modelos VaRs supracitados para avaliar o grau de conservadorismo da nova regra de cálculo do requerimento de capital da carteira *trading*. O primeiro teste consistiu em calcular, pelas três técnicas, a parcela de risco de mercado, pela nova regra, que o banco fictício incorreria no dia imediatamente anterior ao pior período de 21 dias de perdas para a sua carteira durante a crise do *subprime*, avaliando se a alocação demandada seria suficiente para suportar a desvalorização que os ativos sofreriam nos 21 dias subsequentes.

Um teste complementar foi realizado em 1º de julho de 2010, quando os mercados estavam presenciando baixa volatilidade e os modelos VaRs encontravam-se em patamares mais baixos em relação ao teste anterior, o que poderia gerar uma exigência de capital menor e menos confiável. Foram conduzidos testes de estresse históricos e simulação de cenários prospectivos para avaliar se a alocação estimada por meio de cada metodologia VaR seria suficiente para cobrir as perdas caso essas diversas situações ocorressem naquela data.

A partir dos resultados encontrados, que demonstraram excessivo conservadorismo da regra atual da exigência, foram propostas duas modificações no cálculo da parcela de risco de mercado a fim de reduzir o montante de capital requerido, verificando sua adequação pelos mesmos testes descritos nos parágrafos anteriores.

A discussão relacionada aos aspectos levantados neste trabalho não é recente. Desde a emenda de 1996 ao Basileia I de 1988, permitindo o uso de modelos internos pelos bancos comerciais para o cálculo dos requerimentos de capital devido ao risco de mercado, que a acurácia e eficácia desses modelos têm sido postas em xeque. Principalmente quando a economia entra em crise. Existe uma vasta literatura sobre o tema, porém encontramos poucos trabalhos que abordam o assunto do ponto de vista prático. Dentre estes podemos citar Berkowitz e O'Brien (2002) e Pérignon, Deng e Wang (2008).

Os primeiros estudaram o desempenho dos modelos VaRs utilizados por seis grandes bancos dos Estados Unidos e os últimos estudaram o poder preditivo dos modelos VaRs usados por seis grandes bancos do Canadá usando medidas por eles chamadas de *risk-overstatement*. Em ambos os trabalhos, a conclusão dos autores é de que os modelos VaRs usados eram, em geral, conservadores. Esse conservadorismo foi atribuído principalmente ao próprio conservadorismo dos bancos, que agem com extrema cautela e não põem em xeque sua reputação, e também a

subestimação do efeito diversificação ao não levarem em conta o leque de categorias de risco existentes ao calcularem o VaR agregado. Seguindo essa linha, McAleer, Jiménez-Martín e Pérez-Amaral (2010) fazem uma comparação entre modelos VaRs e propõem uma metodologia de cálculo robusta a crises. A base de dados usada por estes autores são as perdas/ganhos – Profit and Loss Statement (P/L) – das atividades de *trading* (carteira *trading*) reportadas pelos bancos. O problema nessa base é que estão incluídas no valor das P/L a taxação sobre os rendimentos, o que pode gerar distorções no VaR calculado.

Existe outra gama de autores que usam dados apenas dos índices de mercados financeiros (*stock market indexes*). Nessa vertente podemos encontrar trabalhos que fazem comparações entre mercados desenvolvidos e mercados emergentes. Dentre estes, podemos citar Todorova (2009) e Dimitrakopoulos *et al.* (2010). Este último compara índices de mercados financeiros de vários países, divididos em emergentes e desenvolvidos, e coloca como um resultado interessante a obtenção de estimativas VaRs conservadoras para países emergentes enquanto para os desenvolvidos o VaR é subestimado.

Nosso trabalho se diferencia dos demais pela base de dados que utilizamos. Montamos uma carteira teórica (que será detalhada nas próximas seções) composta de títulos públicos, ações e moedas baseada no perfil de carteira dos principais bancos em operação no Brasil. Encontramos o trabalho de Jackson, Maude e Perraudin (1998) que usa algo semelhante. Esses autores usam uma carteira *trading* disponibilizada por um banco ativo, composta por títulos, ações e moedas e a partir dessa carteira eles constroem outros portfólios e analisam modelos paramétricos e não paramétricos no cálculo do VaR e da parcela de capital requerido. Os seus resultados apontam na mesma direção dos nossos. Nessa linha, não encontramos aplicações para países emergentes. Sendo assim, nosso trabalho está contribuindo, por um lado, na forma de cálculo do VaR, olhando a composição da carteira *trading*, e por outro, aplicando a análise ao Brasil, ampliando portanto a literatura sobre países emergentes.

Assim, o trabalho foi dividido da seguinte forma: além desta breve introdução, na seção 2 apresentamos o cálculo da parcela de risco de mercado adotada pelo BCB e alguns modelos VaRs. Na seção 3 discutimos os métodos de avaliação para o VaR. Nas seções 4 e 5 detalhamos a formação da carteira teórica utilizada em nossos cálculos e apresentamos os resultados dos modelos VaRs estimados e para a parcela de risco de mercado. Por fim, na seção 6, temos algumas considerações finais.

## 2 CÁLCULO DA PARCELA DE CAPITAL PARA RISCO DE MERCADO E MODELOS VaRs

A Circular Bacen nº 3.478/2010, modificada pela Circular Bacen nº 3.498/2010 adotou a seguinte fórmula para o cálculo da PRM:

$$PRM_t = \max \left\{ \max \left\{ \left( \frac{M}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right), VaR_{t-1} \right\} + \right. \\ \left. + S_2 \cdot \max \left\{ \left( \frac{M}{60} \sum_{i=1}^{60} sVaR_{t-i} \right), sVaR_{t-1} \right\}, S_1 \cdot VPad_t \right\}$$

onde:  $PRM_t$  é o valor diário referente à parcela de risco de mercado, para o dia útil (d.u.)  $t$ ;  $VaR_t$  corresponde ao VaR do d.u.  $t$ , calculado por meio de modelos internos de risco de mercado;  $sVaR_t$  é o VaR estressado do d.u.  $t$ , calculado por meio de modelos internos de risco de mercado;  $M$  é um multiplicador;  $VPad_t$  representa o valor diário referente à parcela de risco de mercado calculada conforme modelos padronizados;  $S_1$  é o fator de transição para modelos internos, e  $S_2$  um fator de transição para o  $sVaR$ .

De acordo com o Artigo 8º da Circular Bacen nº 3.478/2010, o VaR deve ser apurado diariamente, para um intervalo de confiança unicadastral de 99% e período de manutenção (*holding period*) de, no mínimo, dez dias úteis, adequado ao tamanho da exposição e às condições de liquidez do instrumento. Podem ser utilizados valores de VaR calculados para períodos de manutenção mais curtos, se convertidos para dez dias úteis ou mais.

Outra exigência é que os modelos que utilizem base histórica de retornos para o cálculo do VaR devem fazer uso da janela de observações de, no mínimo, um ano. É admitida a utilização de períodos históricos de observações menores do que um ano, desde que adequados às características das volatilidades e ao modelo utilizado, e sujeitos à avaliação do supervisor.

O  $sVaR$  deve seguir as mesmas diretrizes do cálculo do VaR, podendo, todavia, ser apurado semanalmente. Seu objetivo é replicar o cálculo do VaR que seria feito em um determinado período histórico de estresse, porém utilizando a carteira atual da instituição. Assim, os parâmetros do modelo devem estar calibrados com dados referentes a um período histórico de 12 meses que represente um estresse relevante para o perfil atual da carteira da instituição. A base histórica para seleção do período de estresse deve considerar dados a partir de janeiro de 2004.

O multiplicador  $M$ , utilizado na equação do PRM, corresponde à equação:

$$M = 3 + A_{bkt} + A_{qlt}$$

na qual  $A_{bkt}$  é o adicional relativo aos testes de aderência e  $A_{qlt}$  é o adicional relativo à avaliação qualitativa do banco pelo BCB. O valor do adicional  $A_{bkt}$  deve ser apurado nas datas-base de 31 de março, 30 de junho, 30 de setembro e 31 de dezembro, da seguinte forma:

- identificar, entre os últimos 250 dias úteis, o número de dias nos quais ocorreram perdas efetivas que excederam o respectivo VaR, considerando o total da carteira, com base em um intervalo de confiança unicaudal de 99% e período de manutenção de um dia;
- identificar, entre os últimos 250 dias úteis, o número de dias nos quais ocorreram perdas hipotéticas que excederam o respectivo VaR, considerando o total da carteira, com base em um intervalo de confiança unicaudal de 99% e período de manutenção de um dia; e
- considerar o máximo entre os valores identificados nas alíneas  $a$  e  $b$ , na tabela 1.

TABELA 1

**Valor do adicional de *Backtesting***

Máximo de perdas que excederam o VaR	$A_{bkt}$
4 ou menos	0,00
5	0,40
6	0,50
7	0,65
8	0,75
9	0,85
10 ou +	1,00

Fonte: Circular Bacen nº 3.478/2009.

O novo valor determinado para o  $A_{bkt}$  deve ser utilizado a partir do primeiro dia útil do segundo mês subsequente às respectivas datas-base.

O valor do adicional  $A_{qlt}$  é determinado pelo regulador, para cada instituição, com base na avaliação dos aspectos qualitativos do modelo interno de risco de mercado e da estrutura de gestão do risco de mercado, assumindo um valor entre zero e um.

Os fatores de transição estão definidos na Circular Bacen nº 3.498/2010. O  $S_1$  corresponde a um fator que começa em 0,90 a partir do primeiro dia de utilização do modelo interno para cálculo da PRM, e assume zero, 1.096 dias corridos após essa data. O fator  $S_2$  é um fator gradual que se inicia em zero a partir de 31 de dezembro de 2011, e vai até o valor um, após 30 de junho de 2012.

Para que a instituição financeira requeira ao BCB a autorização para o uso de abordagens internas para o cálculo do PRM da carteira *trading*, aquela deve cumprir uma série de requisitos tanto qualitativos quanto quantitativos, se submetendo a um criterioso processo de validação tanto interna quanto externa da sua estrutura de gerenciamento de risco de mercado. A efetiva utilização dos modelos internos gera, portanto, um indicativo para o mercado de que o banco tem políticas e estrutura consistentes e compatíveis com a complexidade de seus negócios.

Um dos aspectos quantitativos necessários é a definição pelo banco de um modelo de VaR que mensure corretamente o risco dos instrumentos da carteira. Atualmente, há uma série de metodologias no mercado que se diferenciam nas suas premissas e técnicas utilizadas. Dessa forma, as instituições passam pelo problema de definição de um modelo VaR robusto para cálculo da exigência de capital, que mensure corretamente as perdas máximas que a carteira pode sofrer em situações de normalidade e no caso do sVaR, em situações de estresse do mercado.

Duffie e Pan (1997) definem valor em risco, ou simplesmente VaR (sigla do inglês *Value at Risk*), como a perda máxima esperada da carteira para um determinado período de tempo e um nível de confiança estabelecido, sob condições normais de mercado.

Entretanto, o VaR não é destinado a oferecer a pior perda possível. O risco presente na cauda da distribuição dos retornos pode trazer sérios problemas práticos em alguns casos. O comportamento na cauda da distribuição dos retornos pode ser analisado por meio de técnicas de testes de estresse ou medidas de *tail risk*, que devem ser vistas como complemento indispensável ao VaR.

Desde o surgimento da exigência de alocação de capital para risco de mercado, onde os bancos passaram a manter, junto à autoridade monetária, capital suficiente para cobrir sua exposição a esse risco, o VaR sempre foi consenso de que seria a medida adequada para calcular o montante a ser alocado. Por outro lado, a utilização de resultados de cenários de estresse para alocação de capital sempre foi rejeitada pelas instituições financeiras, sob a alegação de que negócios habituais seriam paralisados (JORION, 2003).

Apesar das constantes inovações nas metodologias de cálculo do VaR, com intenção de reproduzir com maior precisão a distribuição empírica dos retornos, que, como se sabe, apresentam assimetria e caudas pesadas, na indústria bancária,



em geral, ainda se tem utilizado os modelos clássicos, com assunção de distribuição normal na maioria dos casos.

## 2.1 Modelo Delta-Normal

Classificado por Jorion (2003) como um método de avaliação local ou analítica, essa metodologia depende da hipótese de normalidade para os fatores de risco, assumindo a propriedade de invariância das variáveis normais: carteiras compostas por variáveis normais são também normalmente distribuídas. Essa avaliação abrange somente a primeira derivada parcial ou a sensibilidade da carteira a mudanças nos preços avaliada na posição inicial. Para uma carteira de renda fixa isso se assimilaria à *modified duration* e para uma carteira de derivativos ao delta.

No tocante a nossa abordagem, foram testadas três formas de cálculo distintas para o VaR Delta-Normal (DN). Na primeira, utilizou-se a técnica de ponderação dos dados conhecida como EWMA,<sup>4</sup> utilizando para o alisamento exponencial o fator de decaimento 0,94. Segundo a metodologia EWMA, que é um aperfeiçoamento do método de média móvel simples, com a diferença de que nessa atribuem-se pesos iguais a todos os retornos, enquanto no EWMA são atribuídos pesos maiores aos retornos mais recentes, o estimador da variância dos retornos é representado matematicamente pela equação:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{t|t-1}^2 + (1 - \lambda) R_t^2$$

onde  $\sigma_{t+1|t}^2$  é a previsão de volatilidade para  $t + 1$ ,  $R_t$  é o retorno do ativo em  $t$  e  $\lambda$  é o fator de decaimento ou de alisamento exponencial que deve estar entre zero e um.

Em mudanças abruptas da conjuntura macroeconômica, a diminuição do fator de decaimento faz com que o modelo reflita com mais rapidez a nova situação. Após um movimento extremo, a volatilidade declina exponencialmente à medida que o peso da observação do choque diminui, diferentemente do método da média móvel, em que os movimentos são lentos.

No segundo cálculo, não foi utilizada nenhuma técnica de ponderação dos dados, calculando-se, portanto a variância amostral dos retornos por média móvel simples.

Na terceira forma, que chamamos de modelo híbrido, o resultado do VaR de uma determinada data é sempre o máximo entre o VaR calculado com EWMA, para lambda 0,94, e o VaR calculado via variância amostral.

4. *Exponentially Weighted Moving Average* – método de suavização exponencial que pondera as observações conforme o parâmetro lambda escolhido. O RiskMetrics utiliza o modelo EWMA com fator de decaimento 0,94 para retornos diários, obtidos após estudo realizado em 480 séries temporais de diferentes ativos em diversos países.

As covariâncias dos fatores de risco são dadas por:

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^N \left[ \left( \frac{\lambda^{t-1}}{\sum_{j=1}^N \lambda^{j-1}} \right) * ({}_i r_t - {}_i \bar{r}_t) * ({}_j r_t - {}_j \bar{r}_t) \right]$$

$N$  = tamanho da amostra para se estimar a Matriz de Covariância: 252 dias;

$\lambda$  = constante de decaimento para o cálculo das volatilidades e das correlações segundo a metodologia de decaimento exponencial – EWMA: 1 (variância amostral) ou 0,94;

${}_i r_t$  = Valor do Retorno correspondente ao fator de risco  $i$ , no “ $t$ -ésimo dia retroagido”;

${}_i \bar{r}_t$  = Valor do Retorno Médio correspondente ao fator de risco  $i$  que, em razão do tamanho da amostra, é estimado como igual a zero (retorno médio da população = zero);

${}_j r_t$  = Valor do Retorno correspondente ao fator de risco  $j$ , no “ $t$ -ésimo dia retroagido”;

${}_j \bar{r}_t$  = Valor do Retorno Médio correspondente ao fator de risco  $j$  que, em razão do tamanho da amostra, é estimado como igual a zero.

O VaR com Efeito Diversificação da carteira é determinado pela fórmula:

$$VaR = \sqrt{V \times \Omega \times V'} \times Z \times \sqrt{t}$$

onde  $Z$  é o fator da curva normal correspondente ao intervalo de 99% de confiança (2,3263419...);  $t$  é o horizonte de tempo;  $V = [P_1 \ P_2 \ \dots \ P_n]$  é o vetor linha das posições marcadas a mercado classificadas por fator de risco;  $\Omega$  corresponde à Matriz de Covariância entre os retornos das posições e  $V'$  é a matriz transposta de  $V$ .

O sVaR com efeito diversificação é calculado a partir da matriz de covariância de estresse, matriz apurada no período histórico de estresse considerando a volatilidade dos retornos dos fatores de risco a partir de 1º de janeiro de 2004, e das posições marcadas a mercado na data de cálculo.

A matriz de covariância de estresse é a que gera o maior resultado de VaR entre as diversas matrizes calculadas a partir de 1º de janeiro de 2004 e para o período histórico de observações de 252 dias úteis.

$$sVaR_{cd} = \sqrt{V \times \Omega_{Estresse} \times V'} \times Z_{ic} \times \sqrt{t}$$

onde  $\Omega_{Estresse}$  é a matriz de covariância de estresse.

## 2.2 Simulação histórica

O VaR histórico é mensurado a partir dos retornos diários dos fatores de risco/vértices da carteira. Calcula-se a variação no valor de mercado do portfólio supondo-se que as oscilações ocorridas dia a dia dentro da janela utilizada (no caso, 252 dias úteis) ocorreriam na data de movimento. Assim, teríamos 252 cenários alternativos que poderiam acontecer entre hoje e amanhã. Isso define a distribuição de probabilidade para as mudanças diárias no valor do portfólio. O VaR é a perda no  $\alpha$ -ésimo percentil, onde  $\alpha = (1 - p)$  e  $p$  é o nível de confiança do VaR.

Como visto, uma dificuldade essencial na simulação histórica é mensuração do VaR para períodos de tempo longos. Uma alternativa é o escalonamento do VaR de um dia para horizontes maiores. Entretanto, o VaR histórico corresponde a um quantil de uma distribuição empírica não especificada e não obedece à “regra da raiz quadrada do tempo”, exceto se os retornos forem i.i.d. e normalmente distribuídos. Essa assunção será feita neste trabalho, com o VaR sendo escalonado pela regra da raiz do tempo, assim como o DN. Essa assunção pode levar a uma subestimação do risco, entretanto, conforme veremos adiante, isso somente ratificaria as conclusões da pesquisa.

O sVaR é calculado a partir do período histórico de estresse considerando os retornos dos fatores de risco a partir de 1º de janeiro de 2004, e das posições marcadas a mercado na data de cálculo. Esse período de estresse é definido como o intervalo de 252 dias úteis que gera o maior resultado de VaR Histórico para o portfólio.

## 2.3 Monte Carlo

Assim como a simulação histórica, a simulação de MC é um método não paramétrico. Dowd (1998) assegura que é a abordagem mais popular quando se precisa de um sistema de VaR robusto e sofisticado, mas também de longe a mais desafiadora de se implementar.

Em nosso caso, utilizamos a equação de movimento browniano, frequentemente utilizada na precificação de carteiras, para estimar o preço dos ativos ao final do período (MUN, 2006):

$$P_t = P_0 \cdot \exp \left[ \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t + \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot z \right]$$

onde  $P_0$  é o preço do ativo  $i$  na data do cálculo;  $\mu$  é a média dos log-retornos;  $\sigma^2$  a variância dos log-retornos, calculada pelo processo de otimização descrito a seguir;  $t$  a defasagem do cálculo do VaR em dias; e  $z$  é um número aleatório que segue uma  $N(0,1)$ .

Um VaR acurado deve ter desempenho nos testes de aderência consistente com o nível de probabilidade. Isso significa que as perdas da carteira irão exceder o VaR na porcentagem de casos próxima ao  $\alpha$  escolhido.

Tradicionalmente, as técnicas de *backtesting* são aplicadas para avaliar os modelos de VaR e nenhum método de estimação garante um VaR com perfeita *performance* fora da amostra (*out-of-sample*). Entretanto, Huang (2010) propõe aplicar-se um conceito similar para ajustes dentro da amostra (*in-sample*) durante o processo de estimação. Considere a seguinte razão:

$$\pi(t, t+k) = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$$

onde  $n_1$  é o número de vezes em que o VaR previsto é excedido (unicaudal) e  $n_2$  corresponde ao número de vezes em que o VaR não é excedido (unicaudal).

Então o desempenho do VaR pode ser medido anteriormente à estimação, usando a expressão:

$$\min[\pi(t-k, t-1) - \alpha]^2$$

Um método que produz estimativas de VaR que minimizem a equação acima tenderá a apresentar resultados ótimos de *backtesting*.

Para iniciar o processo de otimização, são produzidas estimativas de VaR pelo método MC para cada um dos 252 dias anteriores à data de cálculo, utilizando-se a variância dos log-retornos nos últimos 252 dias. As estimativas são comparadas com os respectivos valores de P/L calculados, estimando-se  $\hat{\pi}(t-k, t-1)$ .

Se  $\hat{\pi}$  for igual a  $\alpha$ , então a variância amostral pode ser utilizada para estimar o VaR para a data. No caso de 99%, o modelo com duas ou três violações estaria consistente com o nível de acurácia. De outro modo, se  $\hat{\pi}$  for diferente de  $\alpha$ , aplica-se um multiplicador à variância, calculada por:

$$M = \frac{\phi^{-1}(\alpha)}{\phi^{-1}(\hat{\pi})}$$

onde  $\phi^{-1}(x)$  é o inverso da distribuição normal padrão no ponto  $x$ , conforme proposto por Wichura (1988).

As estimativas de VaR são novamente geradas utilizando o mesmo multiplicador para cada dia dentro da janela. Ao final, calcula-se novamente  $\hat{\pi}$ . O processo continua até que  $\hat{\pi} = \alpha$ .

Apesar de o modelo utilizado considerar suposições fortes, como a normalidade, o processo de otimização irá alterar o multiplicador no tempo, desde que  $\hat{\pi} \neq \alpha$ . De fato, uma vez que  $\hat{\pi} > \alpha$ , onde o modelo subjacente do VaR subestima o risco, o multiplicador pode ser aplicado para aumentar a variância e, por sua vez, o VaR. Consequentemente, os resultados finais de VaR são livres de qualquer suposição distribucional implícita ao modelo subjacente (HUANG, 2010).

A partir dos cenários gerados para os preços, calcula-se a variação da carteira em cada cenário somando-se os retornos dos  $n$  ativos da carteira:

$$P/L_{Carteira}_t = \sum_{i=1}^n MtM_{i,t} \times \left( \frac{P_t}{P_o} - 1 \right)$$

Calcula-se o percentil ( $\alpha = 0,01$ ) correspondente na série de 5000 P/L da carteira. Esse percentil é o valor de VaR para o horizonte de tempo definido.

O sVaR é definido como o pior VaR dentre a série de valores de VaR gerados tomando-se a carteira do dia e utilizando as correlações e a variância (ajustada pelo processo de otimização) calculadas em cada dia da janela, utilizando dados desde 2004.

### 3 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DOS MODELOS VaRs

Modelos VaRs são úteis unicamente quando conseguem prever o risco de forma razoável. A avaliação de um modelo é o processo geral por meio do qual se verifica se uma metodologia é ou não adequada. Entre as ferramentas para tal análise, encontram-se os testes de aderência, ou *backtesting*. Jorion (2003) define *backtesting* como a ferramenta estatística formal para verificar a consistência entre as perdas observadas e as perdas previstas. Isto é, comparar o histórico das perdas estimadas pelo VaR com os retornos observados da carteira.

#### 3.1 Teste regulamentar de Basileia

A possibilidade de uso de modelos internos de VaR para mensuração do tamanho da alocação de capital para risco de mercado torna óbvia a necessidade de um mecanismo consistente de *backtesting* para evitar que os bancos subestimem suas medidas de risco. Assim, Basileia (BCBS, 1996) estabeleceu uma metodologia-padrão para a avaliação dos modelos de VaR baseada na contagem do número de violações/exceções da variação da carteira em relação ao VaR calculado.

O teste considera apenas a violação unicaudal, uma vez que o enfoque é a perda. A violação unicaudal ocorre quando o resultado negativo supera a perda máxima prevista (VaR calculado).

A abordagem do teste é o arcabouço clássico de testes para sequências de sucessos e fracassos também chamados de eventos de *Bernoulli*. O número de exceções,  $N$ , possui distribuição de probabilidade binomial:

$$f(N) = \binom{T}{N} p^N (1-p)^{T-N}$$

onde  $p$  corresponde ao nível de probabilidade e  $T$  é o número de observações.

O Comitê da Basileia (BCBS,1996) definiu zonas de risco de acordo com o número de violações observadas no período de 250 dias úteis e VaR calculado com 99% de confiança:

- zona branca: até quatro violações;
- zona preta: entre cinco e nove violações;
- zona cinza: mais que dez violações.

A classificação na zona verde sugere que não há problema com a qualidade ou acurácia<sup>5</sup> do modelo. Resultados na zona amarela são cabíveis tanto para modelos acurados como inacurados, porém, a presunção de inacurácia aumenta com o número de violações (de cinco a nove) e, conseqüentemente, o modelo sofre penalização gradativa pelo  $A_{bkt}$ . O enquadramento na zona vermelha indica problemas com o modelo e a instituição deve usar o adicional máximo no cálculo do requerimento de capital. Jorion (2003) atribui a falta de poder desse teste à escolha de nível de confiança muito alto para o VaR, que resulta em exceções insuficientes para um teste confiável.

### 3.2 Teste de Kupiec

O mais amplamente conhecido teste baseado em taxas de exceções foi desenvolvido por Kupiec (1995). O Teste de Kupiec, também conhecido como teste de proporção de falhas, mede se o número de violações é consistente com o grau de confiança.

A hipótese nula do teste é:

$$H_0 : p = \hat{p} = \frac{N}{T}$$

5. O delineamento das zonas e suas fronteiras foram definidos balanceando os dois tipos de erros estatísticos: Erro do tipo I – possibilidade de classificar um modelo acurado como inacurado e Erro do tipo II – possibilidade de se aceitar um modelo inacurado. Na tabela 2, estão delimitadas as zonas do teste, suas respectivas taxas de erro tipo I e o valor do  $A_{bkt}$  correspondente.

em que  $p$  é o nível de probabilidade,  $T$  representa o número de observações e  $N$  a quantidade de violações acumuladas.

Kupiec gerou regiões de confiança de aproximadamente 95% para o teste, definidas pela seguinte razão de log-verossimilhança, com distribuição assintótica qui-quadrada com um grau de liberdade, sob a hipótese de que  $p$  é a verdadeira probabilidade:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[ (1-p)^{T-N} p^N \right] + 2 \ln \left\{ [1 - (N|T)]^{T-N} (N/T)^N \right\}$$

Se o valor da estatística LR exceder o valor crítico da distribuição qui-quadrada, a hipótese nula é rejeitada e o modelo considerado inadequado.

O Teste de Kupiec é suscetível a dois tipos de deficiências. Primeiro, o teste é estatisticamente fraco em tamanhos de amostra pequenos. Segundo, considera somente a frequência das violações e não o tempo em que elas ocorreram. Como resultado, pode-se cometer um erro ao rejeitar um modelo que produziu exceções clusterizadas. Assim, a avaliação dos modelos não deve recair somente sobre testes de cobertura incondicional (CAMPBELL, 2005).

### 3.3 Teste de Christoffersen

Os testes regulamentar e de Kupiec focam somente sobre o número de exceções. Entretanto, espera-se que essas violações sejam uniformemente espalhadas no tempo. Nieppola (2009) afirma que bons modelos de VaR são capazes de reagir a mudanças de volatilidade e correlações de modo que falhas ocorram independentemente umas das outras, enquanto modelos ruins tendem a produzir sequências de exceções consecutivas. Christoffersen (1998) define um procedimento para a verificação da precisão das previsões para intervalos de confiança que tenta capturar a condicionalidade das estimativas. Ele usa a mesma base do teste de log-verossimilhança de Kupiec (1995), mas estende o teste para incluir uma estatística separada para a independência das exceções.

Seja  $\{y_t\}_{t=1}^T$  a sequência observada da variável aleatória  $y_t$ , o retorno de um ativo ou do portfólio. O teste é conduzido por uma variável binária que tem o valor de 1, se o VaR é excedido e 0, se não há violação:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{se } y_t < -VaR_t \\ 0, & \text{se } y_t \geq -VaR_t \end{cases}$$

Assim, tem-se um vetor de zeros e uns e a propriedade de independência das exceções ao longo do tempo implica que cada par de elementos desse vetor deve ser independente um do outro. Um modelo de VaR bem ajustado também irá gerar uma sequência de modo que  $E[I_t] = p$ , para todo  $t$ .

Para testar estas duas hipóteses, Chistoffersen (1998) sugere um teste conjunto de dois testes de razão de verossimilhança. O primeiro testa a adequação não condicional das estimativas. O segundo testa a independência da sequência  $\{I_t\}_{t=1}^T$ .

No primeiro teste a hipótese nula de que  $E[I_t] = p$  é testada contra a alternativa de que  $E[I_t] \neq p$ . Sobre a nula a verossimilhança é igual a:

$$L(p : I_1, \dots, I_t) = (1 - p)^{T-N} \cdot p^N$$

onde  $N$  é o número de observações em que  $I_t = 1$ . Sobre a alternativa, a verossimilhança fica:

$$L(\Pi : I_1, \dots, I_t) = (1 - \Pi)^{T-N} \cdot \Pi^N$$

onde  $\Pi = N/T$  é o estimador de máxima verossimilhança de  $\Pi$ .

A estatística do teste de razão de verossimilhança é igual a:

$$RV_{nc} = -2 \ln \left[ \frac{L(p : I_1, \dots, I_t)}{L(\Pi : I_1, \dots, I_t)} \right] \sim \chi^2(1)$$

Assim, aceita-se a hipótese nula se esta estatística não exceder os valores críticos da distribuição qui-quadrada com um grau de liberdade.

No teste de independência o autor usa uma cadeia de Markov para dois resultados consecutivos de  $I_t$ . A matriz de transição de probabilidade é dada por:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{bmatrix}$$

Aqui  $\pi_{ij} = P(I_t = j | I_{t-1} = i)$  é a probabilidade de  $j$  ocorrer, dado que  $i$  ocorreu no tempo  $t - 1$ . A fórmula abaixo mostra a função de verossimilhança neste caso:

$$L(\Pi_1 : I_1, \dots, I_t) = (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{01}^{n_{01}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}} \pi_{11}^{n_{11}}$$



onde  $n_{ij}$  é o número de observações com valor  $i$  seguido de  $j$ . Estima-se a matriz de transição markoviana por meio dos estimadores de máxima verossimilhança da verdadeira matriz:

$$\hat{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} \frac{n_{00}}{n_{00} + n_{01}} & \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \\ \frac{n_{10}}{n_{10} + n_{11}} & \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \end{bmatrix}$$

Porém, se os elementos do vetor de resultados  $I_t$  são independentes, a matriz de transição de probabilidade deve ser:

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_2 & \pi_2 \\ 1 - \pi_2 & \pi_2 \end{bmatrix}$$

Ou seja, não há diferença entre as probabilidades de uma exceção ou não exceção para um certo dia, não importando o resultado no dia anterior. A hipótese nula do teste fica  $H_0: \pi_{01} = \pi_{11} = \pi_2$ . O estimador de máxima verossimilhança para  $\pi_2$  é:

$$\hat{\pi}_2 = \frac{(n_{01} + n_{11})}{(n_{00} + n_{10} + n_{01} + n_{11})}$$

A função de verossimilhança sob a hipótese nula fica:

$$L(\Pi_2 : I_1, \dots, I_t) = (1 - \pi_2)^{(n_{00} + n_{10})} \pi_2^{(n_{01} + n_{11})}$$

Finalmente, podemos computar a estatística do teste, que também segue uma distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade, pela seguinte fórmula:

$$RV_{ind} = -2 \ln \left[ \frac{L(\hat{\Pi}_2; I_1, \dots, I_t)}{L(\hat{\Pi}_1; I_1, \dots, I_t)} \right] \sim \chi^2(1)$$

O teste conjunto consiste em testar a hipótese nula do teste não condicional contra a alternativa do teste de independência. A estatística do teste conjunto de razão de verossimilhança é dada por:

$$RV_{conjunto} = -2 \ln \left[ \frac{L(p; I_1, \dots, I_t)}{L(\hat{\Pi}_1; I_1, \dots, I_t)} \right] \sim \chi^2(2)$$

Que se aproxima de uma distribuição qui-quadrada com dois graus de liberdade e equivale à soma das estatísticas dos dois testes independentes:

$$RV_{conjunto} = RV_{nc} + RV_{ind}$$

### 3.4 Testes de estresse

Os modelos estatísticos de cálculo de risco de mercado costumam apresentar problemas em períodos de variação no padrão de comportamento dos dados. O teste de estresse é uma ferramenta complementar para a avaliação do risco de mercado, sendo utilizado em conjunto com o VaR, este último refletindo o risco cotidiano e o primeiro o risco em situação de crise.

Nesta pesquisa, foi desenvolvida a análise de cenários com a reprodução de períodos históricos e um teste de estresse baseado na aplicação de desvios-padrão na volatilidade histórica dos preços dos ativos da carteira teórica.

A análise de cenários baseados em eventos históricos, segundo Dowd (2002), tem duas vantagens em comparação a outros cenários: o fato de que já tenham realmente ocorrido reduz a arbitrariedade e é mais plausível; é mais inteligível e útil, considerando que uma afirmação como “o banco poderia perder R\$ X milhões se a crise de 1987 se repetisse amanhã” tem maior efetividade na comunicação do risco.

As premissas básicas assumidas pelo modelo são de que os movimentos históricos de estresse nas curvas de mercado podem ocorrer novamente e choques históricos de estresse podem se repetir independentemente das condições macroeconômicas vigentes.

A construção dos cenários está baseada no trabalho de Vieira Neto e Urban (2000), que se tornou clássico no mercado financeiro brasileiro. A partir da análise dos impactos das oscilações diárias dos fatores de desconto das curvas de mercado, dos índices da BM&F Bovespa e das taxas de câmbio sobre a carteira, as datas de estresse são definidas como aquelas cujos deslocamentos no valor dos ativos

geram os piores resultados para a carteira de negociação caso esses movimentos se repetissem na data de cálculo, sendo este valor definido como VaR de estresse.<sup>6</sup>

O teste de estresse – cenários históricos consideram duas possibilidades: *i*) a ocorrência do efeito diversificação entre os fatores de risco ou o pior cenário para uma data; e *ii*) a não ocorrência do efeito diversificação ou o pior cenário por fator de risco.

Considerado o efeito da diversificação, a data de estresse na data de cálculo é aquela que gera o menor valor de mercado para a carteira de negociação. O VaR de estresse da carteira de negociação será a diferença entre o valor marcado a mercado na data de cálculo e o menor valor de mercado após a aplicação do choque, ou seja, o menor MtM Estresse.

Desconsiderando o efeito da diversificação, em que se quebra a premissa das correlações, apuram-se as datas de estresse para cada fator de risco, podendo haver datas distintas de estresse. O VaR de estresse da carteira *trading* é a soma de cada um dos resultados de VaR de estresse dos fatores de risco.

Alternativamente, é possível gerar cenários baseando-se na volatilidade dos ativos na data de cálculo. Com a aplicação de desvios-padrão nessas volatilidades, obtêm-se cenários de possíveis realizações para o movimento dos preços.

Com o objetivo de se obter o pior cenário possível, foram desconsideradas as correlações entre os ativos e o choque foi calculado da seguinte maneira:

$$\text{Choque}_d(f; i) = P_d(f; i) \times \sqrt{h} \times \sigma(f; i) \times n$$

onde  $\sigma(f; i)$  é a volatilidade diária dos preços do fator de risco  $f$  e vértice  $i$  (para títulos públicos) e  $n$  é o número de desvios-padrão.

Da mesma maneira que no teste histórico, aplica-se o choque aos valores de mercado dos fatores de risco e vértices, somando-se o MtM Estresse para se obter o valor da carteira em situação de estresse. A diferença do valor original do portfólio e do valor de estresse caracteriza a perda que a carteira sofreria na ocorrência de determinado movimento das taxas e preços.

#### 4 CARTEIRA TEÓRICA

Para a definição da carteira teórica de investimento utilizada na pesquisa, tentamos montar uma carteira *trading* que se assemelhasse às dos grandes bancos em operação no Brasil. Para a composição, foram consultados os últimos balancetes das maiores

6. Note que esta medida é diferente do conceito de sVaR adotado por Basileia.

instituições financeiras e verificou-se uma predominância em três tipos de ativos, por ordem de importância: títulos públicos, ações e moedas.<sup>7</sup>

Os títulos públicos detêm a maior participação em todas as carteiras dos principais bancos consultados. Ações e moedas estrangeiras representam um percentual menor mas ainda significativo dos ativos. Mercadorias (*commodities*), títulos públicos estrangeiros e títulos nacionais privados em geral representam parcela irrelevante na carteira de negociação dos bancos e foram deixados de fora da pesquisa, entretanto, não se pode desconsiderar o risco de crédito que esses últimos papéis possuem, em especial em situações de estresse.

Em relação aos derivativos, bancos em geral os utilizam como proteção de ativos da carteira. O maior exemplo são os contratos futuros de Depósito Interfinanceiro (DI) de um dia, que em geral são vendidos, de forma que o banco troca a remuneração prefixada que receberia dos títulos da carteira pela correção do Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI), reduzindo a sensibilidade da carteira a variações nas taxas de juros. Como o desejado na pesquisa era obter uma carteira de maior risco, não foi introduzido *hedge* na carteira teórica.

A carteira teórica de 2005 a 2010 (junho), período em que foram testados os modelos VaRs, foi, em média, composta de 77% de títulos públicos, 15% de ações e 8% de moedas. As participações permaneceram relativamente estáveis, devido ao rebalanceamento anual da carteira, tendo essas porcentagens oscilado durante o ano devido apenas às variações nos preços de mercado dos ativos.<sup>8</sup>

A carteira de títulos públicos foi formada por Letras Financeiras do Tesouro (LFT), que têm como indexador a taxa do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (SELIC), por Letras do Tesouro Nacional (LTN) e Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F), ambas prefixadas, e pelas Notas do Tesouro Nacional série B – NTN-B, corrigidas pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). A participação de cada indexador foi espelhada na composição da carteira teórica utilizada para cálculo do Índice de Mercado da Anbima (IMA).

A carteira de ações foi distribuída em investimentos nos principais segmentos de atuação das empresas listadas na BM&F Bovespa além da simulação da posse de um índice de mercado. Para o cálculo dos preços, foram utilizados os índices setoriais da Bovespa que utilizam a capitalização de mercado como fator de ponderação.

---

7. Visando comparar os resultados para uma carteira de maior risco, foi montado outro portfólio fictício, composto de 50% de ações e 50% de moedas. Os detalhes da carteira e os resultados obtidos encontram-se no apêndice A.

8. Os preços de mercado dos ativos foram coletados com periodicidade diária (dias úteis) para o período de 2/1/2004 a 2/7/2010. Os índices dos segmentos da BM&F Bovespa, ponderados pelo fator de capitalização do mercado, e as taxas de câmbio utilizadas na pesquisa foram coletadas na Economática. Os preços de mercado e as taxas indicativas dos títulos públicos foram coletados no *site* da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima).

As participações de cada índice foram mantidas constantes nos rebalaneamentos anuais: mercado (25%), setor financeiro (25%), bens de consumo (15%), setor industrial (15%), companhias de óleo e gás (10%) e empresas de telecomunicações (10%).

De modo análogo, na carteira de moedas, as parcelas permaneceram fixas. Pela sua importância nas carteiras dos bancos, o dólar dos Estados Unidos representa metade da carteira de câmbio, com a libra detendo 30% de participação e o euro, os restantes 20%.

#### 4.1 Mapeamento em fatores de risco e vértices

O grande número de ativos da carteira de negociação exige o agrupamento das posições em fatores de risco para a redução do custo computacional na estimação do VaR. Nestes termos, adotamos como referencial para o mapeamento a metodologia do *Riskmetrics*<sup>TM</sup> que consiste na escolha de um conjunto de ativos referenciais para o qual a posição em todos os outros ativos é mapeada. O mapeamento em fatores de risco está previsto na Circular Bacen nº 3.478/2009.

As exposições em taxas de juros, representadas pelos títulos públicos, foram divididas nos fatores de risco SELIC, Prefixado e Cupom do IPCA, conforme os indexadores de cada título.

As volatilidades desses ativos foram calculadas com base nos retornos das curvas de mercado de cada um dos fatores de risco. As curvas de mercado, ou estrutura a termo, são vetores de taxas de desconto para cada ponto no tempo e são calculadas de forma que ao se dividir o valor nominal do papel (mais os pagamentos de juros para os títulos com cupom) pelo fator de desconto no ponto da curva correspondente à data do fluxo, obtém-se os preços unitários de mercado divulgados diariamente pela Anbima.

Foi especificado um fator de risco para cada uma das moedas da carteira – dólar, libra e euro – sendo seus retornos calculados a partir das respectivas taxas de conversão para o real. E para as exposições em preço de ações, cada fator de risco representou um segmento de mercado, e os retornos foram calculados a partir dos números índice de cada segmento.

Outra exigência do supervisor para o cálculo do VaR é a utilização de estruturas a termo e número de vértices suficientes para avaliar adequadamente os riscos das exposições em taxas de juros. Os vértices são prazos-padrão, estabelecidos para fluxos de caixa de uma carteira de títulos, visando à simplificação dos cálculos matemáticos. Diversos títulos possuem pagamento de juros periódicos (em geral, semestrais ou anuais) e alguns são amortizados em diversas parcelas. Se cada fluxo desses papéis fosse tratado como um ativo *zero coupon*, a quantidade de ativos do

portfólio seria demasiadamente grande, dificultando o processamento dos cálculos do VaR. Então, agrupam-se esses diversos fluxos de pagamento em prazos preestabelecidos, que são os vértices.

Foram definidos 18 vértices, descritos na tabela 2, de forma a abranger os prazos representativos do mercado e assim obter um número razoável de volatilidades e correlações para o cálculo do valor em risco da carteira.

TABELA 2

**Zonas do teste regulamentar de Basileia (Cobertura: 99%, 250 dias)**

Zona	Violações	Abkt	Probabilidade	Erro do tipo I	Distr. Acum.
	0	0,00	8,11%	100,0%	8,11%
Verde	1	0,00	20,47%	91,9%	28,58%
	2	0,00	25,74%	71,4%	54,32%
	3	0,00	21,49%	45,7%	75,81%
	4	0,00	13,41%	24,2%	89,22%
	5	0,40	6,66%	10,8%	95,88%
Amarela	6	0,50	2,75%	4,1%	98,63%
	7	0,65	0,97%	1,4%	99,60%
	8	0,75	0,30%	0,4%	99,89%
Vermelha	9	0,85	0,08%	0,1%	99,97%
	10	1,00	0,02%	0,0%	99,99%
	> 10	1,00	0,00%	0,0%	100,00%

Fonte: BCBS, 1996.

A alocação dos fluxos de caixa em vértices é baseada no RiskMetrics™ (1996). O método consiste na distribuição do valor de mercado nas proporções  $\alpha_0$  e  $(1 - \alpha_0)$  nos vértices imediatamente anterior (vértice 1) e posterior (vértice 2), onde  $\alpha_0$  é definido por:

$$\alpha_0 = \frac{\text{Prazo Vértice 2} - \text{Prazo Fluxo}}{\text{Prazo Vértice 2} - \text{Prazo Vértice 1}}$$

Desta forma, cada fluxo que não tenha o prazo coincidente com um dos vértices será mapeado em dois outros fluxos cujos valores serão proporcionais ao valor do fluxo original:

$$VMTM_{v1} = \alpha_0 \times VMTM$$

$$VMTM_{v2} = (1 - \alpha_0) \times VMTM$$

onde  $VMTM$  é o valor do fluxo marcado a mercado original;  $VMTM_{v1}$  é o valor do fluxo marcado a mercado alocado no vértice 1; e  $VMTM_{v2}$  é o valor do fluxo marcado a mercado alocado no vértice 2.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Independentemente do modelo VaR utilizado, alguns parâmetros gerais são padronizados. Para a comparação entre os modelos quanto à sua acurácia em prever a perda máxima da carteira foi utilizado um horizonte de um d.u., horizonte considerado padrão, inclusive para o teste de aderência de Basileia.

Apesar de o mínimo exigido pela Circular Bacen nº 3.478/09 ser de dez d.u., devido ao tamanho da carteira, a exigência de capital foi calculada com os números de VaR calculados ou escalonados para o horizonte de 21 d.u., correspondente a um mês. Os cálculos do VaR e do sVaR foram realizados com intervalo de 99% de confiança unicaudal, exigência do regulador.

Nos modelos baseados em observações passadas, o VaR em cenário de normalidade e o sVaR foram mensurados utilizando-se período histórico de retornos de 252 dias úteis.<sup>9</sup> A escolha do período histórico de observação está em conformidade com Basileia e a Circular Bacen nº 3.478/09.

Com o objetivo de dar destaque à crise *subprime*, a amostra de dados foi dividida em quatro períodos de análise: pré-crise, compreendendo o período entre janeiro de 2005 a junho de 2007; crise, abrangendo a fase de maior volatilidade da crise do *subprime*, entre julho de 2007 e dezembro de 2008; pós-crise, de 2009 a junho de 2010; e a análise da amostra completa dos dados, de 2005 a 2010. O ponto de corte dos períodos foi determinado por meio da observação dos retornos e dos fatos acontecidos nos mercados financeiros durante a crise, conforme descrito na introdução. A tabela 3 resume as estatísticas do P/L diário da carteira em cada um desses momentos.

Nota-se que somente durante o período da crise, a média das variações da carteira foi negativa. Outro fato marcante é o desvio-padrão na ordem de R\$ 269,1 milhões, o maior entre os analisados. Apesar de todos os cortes da amostra apresentarem excesso de curtose em relação à gaussiana, a totalidade da amostra apresentou curtose bem acima daquela.

Os momentos analisados apresentaram grandes diferenças no que tange às violações observadas e ao modelo considerado mais adequado para cálculo do VaR. Conforme detalhado na tabela 4, no período pré-crise, apenas os modelos DN, com EWMA 0,94 e Híbrido, apresentaram número de violações consistente com o grau de confiança adotado (99%).

9. As informações utilizadas no cálculo do VaR foram atualizadas diariamente e do sVaR mensalmente, tempo máximo permitido pelo BCB.

TABELA 3

**Mapeamento dos fluxos de pagamentos dos ativos de renda fixa em vértices**

Vértice	Mapeamento em vértices		
	Prazo do fluxo	Vértice	Prazo do fluxo
1	1 dia	378	1,5 anos
21	1 mês	504	2 anos
42	2 meses	756	3 anos
63	3 meses	1.008	4 anos
84	4 meses	1.260	5 anos
105	5 meses	2.520	10 anos
126	6 meses	3.780	15 anos
189	9 meses	5.040	20 anos
252	1 ano	7.560	30 anos

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 4

**Estatísticas descritivas dos retornos da carteira nos períodos de análise**

Período	Pré-crise	Crise	Pós-crise	Amostra completa
	03/01/2005 a 29/06/2007	01/07/2007 a 31/12/2008	02/01/2009 a 30/06/2010	03/01/2005 a 30/06/2010
Dias úteis	624	380	373	1377
Média P/L	18.486.242,88	(9.285.017,16)	9.184.381,59	8.302.747,54
Erro padrão P/L	5.733.859,18	13.806.290,91	7.469.006,90	5.041.397,77
Mediana P/L	18.084.730,07	(7.167.748,78)	8.343.255,00	10.568.226,09
Desvio-padrão P/L	143.231.756,46	269.134.156,38	144.250.483,11	187.075.939,44
Curtose P/L <sup>1</sup>	2,23	3,91	0,99	6,30
Assimetria P/L	0,06	0,03	0,07	(0,07)
P/L Mínimo	(628.214.869,08)	(1.284.500.874,05)	(433.384.991,91)	(1.284.500.874,05)
P/L Máximo	718.801.335,18	1.244.141.421,12	507.112.853,37	1.244.141.421,12

Fonte: Elaboração própria.

Nota: <sup>1</sup> A fórmula utilizada para a curtose,  $\frac{\sum (x - \mu)^4}{\sigma^4} - 3$ , considera a curva normal como tendo curtose 0 (zero).

Durante a crise, todos os métodos de estimação do VaR tenderam a subestimar o risco da carteira, apresentando violações bem acima do normal. O modelo de MC, devido ao processo de otimização utilizado para aumentar a variância do modelo quando o número de violações se eleva, apresentou o melhor comportamento, com nove violações, ainda assim acima do esperado (três a quatro violações). Calculado pela técnica DN por variância amostral, o VaR apresentou a média de uma violação por mês (21 d.u.).

Com o passar da volatilidade gerada pela crise, os modelos que extraem informações por igual de toda a amostra tenderam a ficar mais conservadores e se mantiveram em patamares elevados, influenciados pela volatilidade do período anterior. Assim, a simulação histórica não sofreu nenhuma violação e o DN – variância amostral, e consequentemente o híbrido, apresentaram uma violação apenas.

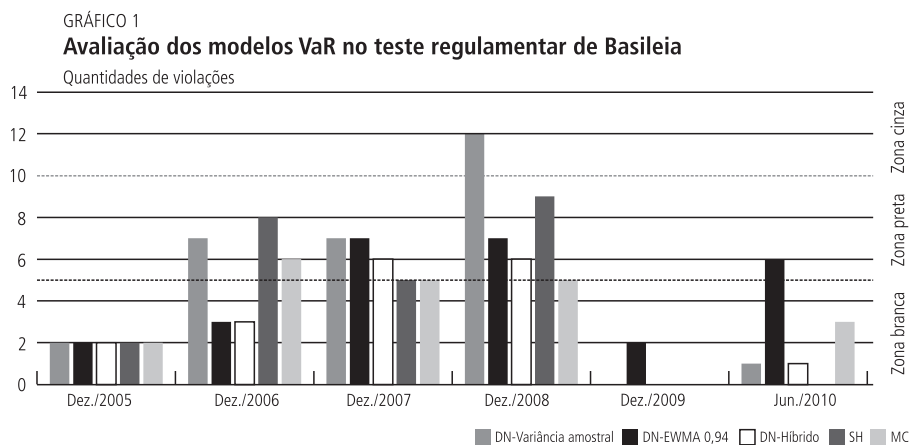


Por conta do péssimo desempenho durante a crise, os modelos ficaram acima da faixa de exceções esperada, considerando toda a amostra. O modelo Híbrido, que na crise se beneficiou do poder de reação do EWMA 0,94 e, após ela, da lentidão da variância amostral, se mostrou a abordagem que menos subestimou o VaR (18), seguido do modelo de MC (21). Os demais métodos apresentaram, em média, o dobro de violações do que seria o ideal.

### 5.1 Teste regulamentar de Basileia

Como o teste de Basileia estabelece a janela-padrão de 250 observações, aproximadamente um ano, foram realizados testes nos últimos dias úteis de cada ano, abrangendo períodos de volatilidades distintas.

Podemos verificar no gráfico 1, onde as linhas pontilhadas preta e cinza indicam o começo das zonas de mesma cor, que nos anos de 2005, 2009 e 2010 (até junho), quando os mercados viveram períodos de calma, os modelos de forma geral se enquadraram na zona branca. Nos anos de 2006, com o estresse vivido nos meses de maio e junho, e em 2007 e 2008, no auge da crise *subprime*, as metodologias estiveram na maior parte do tempo na zona amarela, situação que embora exija a atenção do gestor, não desqualifica os modelos como previsores das perdas máximas da carteira.



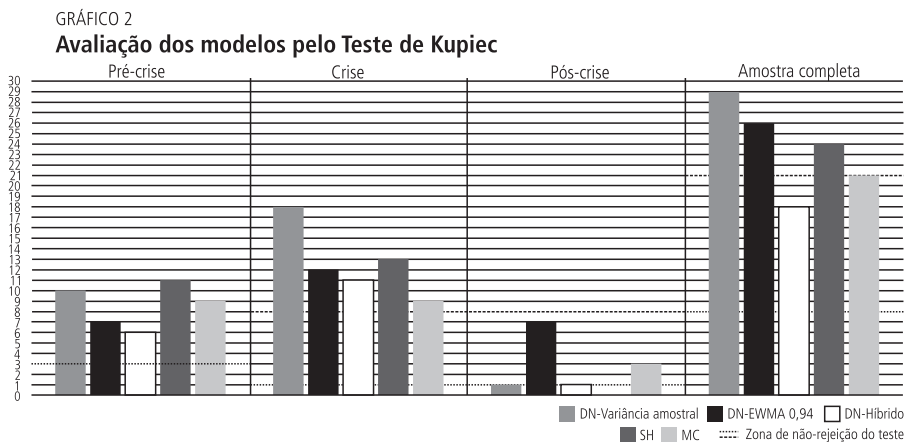
Somente a abordagem DN por variância amostral foi classificada na zona cinza do teste de Basileia na data-base 31 de dezembro de 2008, *status* que considera o modelo como incurado. Por terem saído da zona branca, todos os modelos foram penalizados com um valor de  $A_{bkr}$  diferente de zero ao fim dos anos de 2007 e 2008.

O modelo híbrido obteve o melhor desempenho no teste, se enquadrando, na maior parte dos anos, na zona branca, onde é alta a probabilidade de erro do tipo I. Segundo as diretrizes dadas por Basileia III, de primar pelo conservadorismo, o modelo híbrido pode ser considerado o modelo mais adequado dentre os analisados para a alocação de capital de um banco com esse perfil de carteira. Isso pelo caráter misto que tem, de combinar a maior estabilidade do modelo de variância amostral, evitando que o VaR caia abruptamente em épocas de mercados mais amenos, e a rapidez em capturar os regimes de volatilidade de curto prazo do método EWMA.

Entretanto, deve-se ressaltar a pouca adequação do modelo para carteiras não lineares e a alta flexibilidade do modelo de MC, que pode ser ajustada para diferentes distribuições e diferentes formas de cômputo da variância e média dos retornos, tendo neste artigo sido utilizada a forma mais simples, que é a estimação da variância e média diretamente da amostra dos dados. Ajustes nesse modelo poderiam torná-lo mais aderente às características dos retornos. Essa flexibilidade não existe no modelo DN, em que podem ser ajustados somente o parâmetro de alisamento e a janela de observação dos retornos.

## 5.2 Teste de Kupiec

O Teste de Kupiec (1995) foi conduzido nos quatro períodos de análise detalhados anteriormente. De acordo com o gráfico 2, o teste apresentou resultados distintos, dependendo do período em questão. No período pré-crise, os modelos se mantiveram dentro da região de confiança do teste, aceitando-os como bons preditores das perdas máximas da carteira.



Já durante a crise, todos os modelos caíram na zona de rejeição, extrapolando o limite superior. Kupiec (1995) afirma que as abordagens que violam o limite

superior tendem a subestimar o risco da carteira, podendo ocorrer perdas relevantes além do VaR. No período pós-crise, novamente as metodologias voltaram a se enquadrar na zona de aceitação, à exceção da simulação histórica que ficou abaixo do limite inferior, tendo superestimado o VaR no período. Abrangendo todo o período de análise, o teste não rejeitou apenas os modelos híbrido e de MC.

No geral, os modelos tiveram tendência a subestimar o risco de mercado da carteira de negociação, sendo considerados pouco conservadores, na contramão do que Basileia vem tentando pregar para o mercado no seu pilar III, a disciplina de mercado. Assim, o supervisor deveria ter atenção aos bancos que utilizam esses modelos para o cálculo do VaR. Tanto os métodos paramétricos quanto os não paramétricos não foram capazes de medir os riscos na cauda da distribuição empírica dos retornos durante períodos de maior volatilidade.

### 5.3 Teste de Christoffersen

Os resultados do teste estão mostrados nas tabelas de 5 a 8. No período pré-crise, o teste condicional de Christoffersen (1998), a 95% de confiança, considerou todas as técnicas como adequadas para cálculo do VaR. Entretanto, o modelo de simulação histórica ficou próximo do valor crítico para o teste de cobertura, e seria rejeitado em nível de significância de 10%.

TABELA 5

#### Violações acumuladas pelos modelos VaRs nos períodos de análise

		Metodologias				
		DN - Variância amostral	DN - EWMA 0,94	DN - Híbrido	SH	MC
Pré-crise	Quantidade violações	10	7	6	11	9
	Quantidade esperada	6 a 7				
	Frequência (dias)	62	89	104	57	69
Crise	Quantidade violações	18	12	11	13	9
	Quantidade esperada	3 a 4				
	Frequência (dias)	21	32	35	29	42
Pós-crise	Quantidade violações	1	7	1	0	3
	Quantidade esperada	3 a 4				
	Frequência (dias)	373	53	373	-	124
Amostra completa	Quantidade violações	29	26	18	24	21
	Quantidade esperada	13 a 14				
	Frequência (dias)	47	53	77	57	66

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 6

**Resultado do Teste de Christoffersen para o período pré-crise**

Teste	Estatística	Valor crítico	Metodologias				
			DN - variância amostral	DN - EWMA 0,94	DN - híbrido	MC	SH
Independência	RV	3,84	0,326	0,159	0,117	0,264	0,395
	Valor-p	5%	57%	69%	73%	61%	53%
Cobertura	RV	3,84	1,95	0,09	0,01	1,09	3,00
	Valor-p	5%	16%	76%	93%	30%	8%
Conjunto	RV	5,99	2,27	0,25	0,13	1,36	3,40
	Valor-p	5%	32%	88%	94%	51%	18%

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 7

**Resultado do Teste de Christoffersen para o período da crise**

Teste	Estatística	Valor crítico	Metodologias				
			DN - variância amostral	DN - EWMA 0,94	DN - híbrido	MC	SH
Independência	RV	3,84	5,05	0,78	0,66	3,55	2,48
	Valor-p	5%	2%	38%	42%	6%	12%
Cobertura	RV	3,84	28,14	11,38	9,12	5,19	13,81
	Valor-p	5%	0%	0%	0%	2%	0%
Conjunto	RV	5,99	33,18	12,16	9,78	8,74	16,29
	Valor-p	5%	0%	0%	1%	1%	0%

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 8

**Resultado do Teste de Christoffersen para o período pós-crise**

Teste	Estatística	Valor crítico	Metodologias				
			DN - variância amostral	DN - EWMA 0,94	DN - híbrido	MC	SH
Independência	RV	3,84	0,005	0,27	0,005	0,05	0,00
	Valor-p	5%	94%	60%	94%	83%	100%
Cobertura	RV	3,84	2,85	2,30	2,85	0,15	7,50
	Valor-p	5%	9%	13%	9%	69%	1%
Conjunto	RV	5,99	2,85	2,57	2,85	0,20	7,50
	Valor-p	5%	24%	28%	24%	90%	2%

Fonte: Elaboração própria.

Entretanto, ao avaliarmos os modelos durante a crise, todos foram rejeitados nos testes de cobertura e no teste conjunto, tendo a metodologia DN – Variância Amostral extrapolado o valor crítico também no teste de independência, que implica que a expectativa de ocorrer uma violação no dia seguinte ( $t + 1$ ) depende do comportamento observado em  $t$ , o que contraria a assunção do modelo de independência dos retornos.

Novamente em épocas de calmaria, com o passar da crise, os modelos tiveram bom comportamento, mas a simulação histórica foi rejeitada pelo teste devido a não ter apresentado violações no período. Por apresentarem somente uma violação, as abordagens híbrida e por variância amostral mantiveram-se próximas do valor crítico do teste.

Analisando todo o período, apenas o modelo DN – híbrido foi considerado adequado em todos os testes. O MC teve desempenho ruim no teste conjunto, tendo também ficado próximo dos valores críticos nos demais testes.

#### 5.4 Testes de suficiência da exigência de capital

Nas subseções anteriores, observou-se que os modelos de VaR mais amplamente utilizados na indústria bancária possuem um viés de subestimar o risco de mercado da carteira. Todavia, a questão que surge é se o aumento na exigência de capital para os modelos menos acurados, por meio do maior valor de  $A_{bkr}$ , representa uma compensação suficiente para que o banco não incorra em riscos de mercado maiores que o previsto. E ainda, mesmo para modelos acurados, o valor da PRM é satisfatório para suportar perdas extremas?

##### 5.4.1 Crise do *subprime*

Durante a crise financeira, verificou-se que a maior queda no valor da carteira (período de 21 d.u.) ocorreu no intervalo de 26/09/2008 a 27/10/2008, período em que houve um aumento na volatilidade, reflexo ainda da quebra do banco de investimentos Lehman Brothers. Nesse período o portfólio diminuiu R\$ 4,9 bilhões em valor de mercado. Desse modo, calculou-se a exigência de capital com a fórmula atual para cada um dos modelos de VaR descritos na seção 2, na posição 26/09/2008, com o objetivo de se testar a suficiência do capital regulatório frente à perda que se seguiria. Os resultados estão condensados na tabela 9.

TABELA 9

#### Resultado do Teste de Christoffersen para a amostra completa

Teste	Estatística	Valor crítico	Metodologias				
			DN - variância amostral	DN - EWMA 0,94	DN - híbrido	MC	SH
Independência	RV	3,84	5,96	1,00	0,48	2,91	2,57
	Valor-p	5%	1%	32%	49%	9%	11%
Cobertura	RV	3,84	12,93	8,72	1,20	3,31	6,30
	Valor-p	5%	0%	0%	27%	7%	1%
Conjunto	RV	5,99	18,89	9,72	1,68	6,23	8,86
	Valor-p	5%	0%	1%	43%	4%	1%

Fonte: Elaboração própria.

Neste período, os modelos VaRs já estavam incorporando uma maior volatilidade e além disso, em 30/6/2008, última data-base de apuração do fator  $A_{bkt}$ , com exceção da simulação de MC, os demais modelos acumulavam número de violações suficientes para serem penalizados com o aumento da PRM por meio do fator. O fator  $A_{qlr}$ , relativo à qualidade da estrutura de gerenciamento de risco de mercado, foi considerado como zero, assumindo que a instituição financeira fictícia teria tido boa avaliação de sua gestão de risco de mercado.

Se a instituição financeira detentora da carteira teórica utilizasse o VaR histórico, a exigência de capital para a carteira *trading* seria de R\$ 16,0 bilhões, ou 26% do valor do portfólio. Este valor de capital, requerido pelo BCB, seria o suficiente para cobrir pouco mais de três vezes o que a carteira viria a perder um mês à frente. O sVaR seria responsável pela metade da alocação de capital, após ser multiplicado por 3,5, dado que o modelo foi penalizado por acumular seis violações, acrescentando dessa forma 0,5 ao fator 3 aplicado a qualquer metodologia. Sem o sVaR, ou seja, retornando à fórmula anterior de Basileia, mesmo assim a exigência seria satisfatória para suportar a volatilidade do período.

Pelo método do RiskMetrics™ com lambda 0,94, tanto o VaR quanto o sVaR se encontravam em níveis mais altos, e juntamente com um fator  $A_{bkt}$  de 0,65, fizeram com que o requerimento de capital da carteira saltasse para R\$ 19,8 bilhões, o que representa 32% do total de ativos e quatro vezes superior ao resultado negativo do portfólio nos 21 dias seguintes. Mesmo representando 61,51% da PRM, o sVaR poderia ser retirado da fórmula sem comprometer a estabilidade almejada pelo supervisor.

Embora recebesse a maior penalização, 0,75, por ter acumulado oito violações, a abordagem paramétrica DN sem alisamento exponencial foi a que gerou a menor parcela, R\$ 15,7 bilhões, um quarto do saldo da carteira de negociação. Apesar disso, a desvalorização do portfólio equivaleria somente a 31% do capital alocado.

Considerando sempre o máximo entre os dois modelos DN, o modelo híbrido teve exigência levemente superior ao EWMA 0,94, devido à média dos últimos 60 dias do VaR e sVaR. A PRM de R\$ 20,4 bilhões corresponderia a aproximadamente um terço da carteira, muito acima da pior perda sofrida pela carteira durante a crise do *subprime*.

O Modelo de MC acumulava quatro violações em 30/6/2010 e não sofreu penalização pelo adicional de *Backtesting*. Entretanto, a alocação ainda se manteve acima das abordagens de simulação histórica e DN variância amostral, que acumulavam seis e oito exceções, respectivamente. Essa exigência, de R\$ 16,4 bilhões, corresponderia a 26,3% do portfólio e poderia suportar prejuízos três vezes maiores que o efetivamente ocorrido.

Portanto, uma crítica que pode ser feita ao *framework* atual é a falta de incentivos para os bancos manterem modelos adequados de VaR. Como visto, o modelo DN por variância amostral, que acumulava maior quantidade de violações à época, e, portanto, recebia a maior penalização pelo fator  $A_{bkr}$ , gerou uma alocação menor do que a simulação de NC, que estava classificado na zona branca do Sistema Basileia e não era punido.

Num apanhado geral, todos os modelos, apesar de apresentarem desempenhos diferentes nos testes de aderência durante a crise, não mostraram problemas em seu uso no cálculo da exigência da carteira de negociação, mesmo na ausência do sVaR na equação da parcela. A alocação, em média, foi de 28,3% da carteira de negociação, enquanto a perda efetiva foi de apenas 7,8% do valor do portfólio.

A nova fórmula da PRM atende aos requisitos de conservadorismo disseminados por Basileia. Em relação à diretriz trazida por Basileia III, de se gerar um colchão de liquidez durante épocas de calma para serem utilizados durante momentos de estresse, a crise financeira das hipotecas norte-americanas seria uma situação na qual o regulador poderia utilizar um fator  $S_2$  menor que um, de modo a se diminuir o percentual da carteira mantido junto ao órgão supervisor e não inviabilizar os negócios, já que os modelos de VaR encontravam-se em patamar elevado.

#### 5.4.2 Análise de cenários de estresse

Diferentemente do estresse vivido durante o cenário anterior, em junho de 2010 a volatilidade encontrava-se em níveis baixos e a maioria dos modelos não apresentava violações nos últimos 250 dias úteis, não sendo necessário, portanto, penalização por meio do  $A_{bkr}$ . O fator  $A_{qlr}$  foi novamente considerado como zero.

Apesar disso os modelos geravam valores de alocação bastante distintos, devido quase que exclusivamente ao sVaR. Pelo fato de o sVaR ser definido atualmente como o VaR que seria gerado, utilizando a carteira do dia e um período de estresse relevante para a instituição, e considerando dados desde 2004 aos dias atuais, o sVaR para a carteira teórica se manterá em níveis elevados enquanto a amostra abranger a crise de 2007-2008, período que deu origem ao sVaR (definido neste artigo como o VaR máximo gerado para a amostra) em todos os modelos.

Realizando o teste de estresse histórico em 1/7/2010, a pior perda da carteira, em 21 d.u. consecutivos, ocorreria se os movimentos dos preços presenciados na crise do *subprime* ocorressem novamente naquela data. Esse cenário geraria uma desvalorização de R\$ 5,5 bilhões em função das quedas de R\$ 3,6 bilhões no valor das ações da carteira e R\$ 2,5 bilhões na carteira de títulos públicos, contrabalançadas pelo modesto ganho de R\$ 623,5 milhões em moedas estrangeiras.

Desconsiderando o efeito diversificação, isto é, obtendo o pior período de 21 d.u. de estresse para cada fator de risco individualmente e supondo que as variações

nos preços vividas nesse intervalo ocorressem simultaneamente na data do teste, 1/7/2010, a perda de valor seria de aproximadamente R\$ 7,0 bilhões, principalmente pelas moedas que deixariam de dar o contrapeso da carteira e gerariam um resultado negativo de R\$ 703,9 milhões. No cenário prospectivo, onde se considerou que as volatilidades dos ativos seriam realizadas um mês à frente com três desvios-padrão, a queda no valor de mercado do portfólio seria de R\$ 3,3 bilhões.

Embora as alocações tenham se mostrado discrepantes, à exceção de algumas particularidades que serão descritas adiante, em todos os modelos VaRs as conclusões foram idênticas. Conforme a tabela 10, a PRM seria suficiente para suportar os cenários de estresse calculados, onde o pior desses cenários corresponderia, em média, a apenas 35% do montante de capital demandado pelo BCB. Porém, sem o sVaR, caso uma crise semelhante à do *subprime* viesse a acontecer novamente, o requerimento de capital gerado somente pelo VaR seria insuficiente, visto que o VaR estava sendo calculado sob um regime de baixa volatilidade. Assim, o princípio de conservadorismo de Basileia justifica a inclusão de uma medida de estresse no cômputo da PRM, visando torná-la adequada para suportar esses cenários, a despeito das suas baixas probabilidades de ocorrência.

O VaR histórico gerou uma exigência de R\$ 15,6 bilhões, aproximadamente um quarto da carteira *trading*. A introdução do sVaR na fórmula fez com que a alocação aumentasse 230,1%.

Pela metodologia DN com alisamento exponencial, a alocação chegou à metade da carteira de negociação, R\$ 32,7 bilhões, devido ao sVaR ter tornado o requerimento de capital quase sete vezes superior à antiga fórmula. O modelo foi o único a sofrer penalização, por ter acumulado seis violações na última data-base de apuração. Sem alisamento exponencial, o modelo gerou a menor exigência entre os métodos avaliados, porém, ainda assim muito superior às perdas estimadas nos cenários.

Embora considere o máximo entre as duas abordagens anteriores, o DN híbrido gerou alocação pouco abaixo do EWMA, por ter fator  $A_{bkt}$  zero na data do teste. Com o sVaR, a PRM teve incremento de 534% em relação à parcela que seria calculada sem a medida.

Sem a inclusão do sVaR, a simulação de MC geraria a menor alocação, muito próxima à desvalorização obtida no cenário mais brando, com a projeção dos preços, considerando que as volatilidades realizadas no período de 21 d.u. à frente se dariam com três desvios-padrão.



TABELA 10  
PRM de acordo com a metodologia de cálculo em 26/9/2008

	Simulação histórica (1)		DN EWMA (0,94) (2)		DN variância amostral (3)		DN híbrido (4)		Monte Carlo (5)	
	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar
Data do VaR/sVaR	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008
Valor em risco (A)	2.268.787.402,58	2.268.787.402,58	3.621.403.941,41	3.785.024.716,24	2.135.345.180,95	2.135.345.180,95	3.621.403.941,41	3.785.024.716,24	2.708.284.285,48	2.861.435.456,06
Média 60 dias	2.261.138.593,03	2.299.952.203,70	2.092.540.210,01	3.343.370.594,92	2.055.452.863,59	2.124.719.840,17	2.252.568.112,96	3.343.370.594,92	2.570.375.278,60	2.898.147.662,44
Violações (250 dias)	6	N/A	7	N/A	8	N/A	7	N/A	4	N/A
$A_{qtr}$	0,5	0,65	0,65	0,75	0,75	0,65	0,65	0,65	0	0
$A_{qtr}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Multiplicador (M)	3,5	3,65	3,65	3,75	3,75	3,65	3,65	3,65	3	3
VaR Médio x M (B)	7.913.985,075,60	8.049.832.712,94	7.637.771.766,54	12.203.302.671,45	7.707.948.238,46	7.967.699.400,63	8.221.873.612,30	12.203.302.671,45	7.711.125.835,80	8.694.442.987,31
Máximo A e B	7.913.985,075,60	8.049.832.712,94	7.637.771.766,54	12.203.302.671,45	7.707.948.238,46	7.967.699.400,63	8.221.873.612,30	12.203.302.671,45	7.711.125.835,80	8.694.442.987,31
Fator $\zeta_2$	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1
Valor transição	7.913.985,075,60	8.049.832.712,94	7.637.771.766,54	12.203.302.671,45	7.707.948.238,46	7.967.699.400,63	8.221.873.612,30	12.203.302.671,45	7.711.125.835,80	8.694.442.987,31
PRM	15.963.817.788,54	19.841.074.437,99	19.841.074.437,99	15.675.647.639,09	15.675.647.639,09	20.425.176.283,76	20.425.176.283,76	16.405.568.823,10	16.405.568.823,10	16.405.568.823,10
MMM carteira	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89	62.447.150.434,89
% da carteira	26%	32%	32%	25%	25%	33%	33%	26%	26%	26%
PII realizado	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99	-4.900.467.537,99
% da exigência	31%	25%	25%	31%	31%	24%	24%	30%	30%	30%

Fonte: Elaboração própria.

### 5.4.3 Uma nova proposta para a exigência de capital

Conforme os resultados expostos no subitem anterior, a alocação de capital pela regra antiga não seria suficiente para suportar determinados estresses inesperados que poderiam atingir os mercados em épocas de baixa volatilidade. Assim, este artigo corrobora a necessidade de mudança na fórmula.

No entanto, a modificação realizada pelo Comitê e acatada pelo BCB tornou o requerimento da carteira *trading* extremamente conservador, e no caso do modelo DN EWMA 0,94, gerou-se uma alocação equivalente à metade do portfólio. Crouhy, Galai e Mark (2011) também traçam críticas ao novo arcabouço, mostrando em um exercício simples que sob determinadas condições, o montante de capital regulatório chegaria ao absurdo de ser maior que o valor de exposição de uma carteira de negociação ativa.

Outra questão é a adoção do sVaR em vez de uma medida mais estudada e conhecida de *tail risk* baseada em VaR. O VaR estressado por ter base histórica, com o passar do tempo tende a ficar defasado, devido a mudanças nas condições do mercado. Principalmente no Brasil, que vive um processo de amadurecimento e crescimento da liquidez dos seus mercados, a assunção de que um cenário ocorrido, por exemplo, no ano de 2004, possa acontecer novamente, e com as mesmas características, tende a tornar-se cada dia menos plausível.

Além disso, conforme Raaji e Raunig (1998), as instituições financeiras, ao utilizarem seus modelos internos e reportarem diariamente suas medidas de risco proveem os reguladores com uma informação útil. Ainda segundo eles, do ponto de vista do regulador, os números de VaR podem ser utilizados para comparar o apetite a risco entre diferentes bancos em um dado ponto do tempo ou ao longo deste. Entretanto, conforme visto, o sVaR apresentou grande variabilidade entre os modelos, perdendo a comparabilidade entre diferentes instituições financeiras, caso essas utilizem metodologias distintas, mesmo que tenham investimentos semelhantes.

Apesar da enorme exigência para a carteira de negociação, não há previsão formal nas normas, tanto de Basileia quanto do BCB, de redução da PRM em épocas de crise, o que poderia ser mais um instrumento anticíclico, além do Capital Contracíclico adotado pelo Comitê.

Esta seção sugere duas alterações no cômputo da PRM, visando eliminar as críticas discutidas nos parágrafos anteriores.

A primeira é a substituição do sVaR pelo *Conditional VaR* (CVaR), medida de *tail risk* também conhecida como *Expected Shortfall*. CVaR traz informação sobre o nível de perda média da carteira quando há uma violação do VaR, ou seja,

mede a perda esperada na cauda da distribuição dos retornos. Mais formalmente, é dado pela fórmula:

$$CVaR_{\alpha}(X) = -E(X | X < -VaR_{\alpha})$$

O CVaR é uma medida de risco coerente, é subaditivo mesmo quando o VaR não o é. Isso significa que o CVaR é uma métrica de risco mais adequada para ser usada para fins regulatórios e alocação de capital econômico (ALEXANDER, 2008b). Além disso, o CVaR evolui no tempo assim como o VaR, reconhecendo as características recentes dos mercados.

A segunda alteração é a introdução de um parâmetro  $S_2$  móvel, em vez de fixo, como previsto nas normas do BCB. A ideia é torná-lo dependente dos níveis de volatilidade vivenciados pelos preços dos instrumentos financeiros. Assim, em tempos de calma, com as perdas restritas, o  $S_2$  permanece próximo ou igual a um, levando os bancos a alocarem mais capital.

Ao iniciar-se um estresse, indicado pelo aumento na volatilidade de curto prazo, o  $S_2$  tenderá a cair chegando, em casos extremos, a assumir o valor zero, caso as últimas variações nos preços sejam bruscas, diminuindo o requerimento e gerando folga de capital para os bancos concederem mais crédito ou reporem as perdas de suas carteiras.

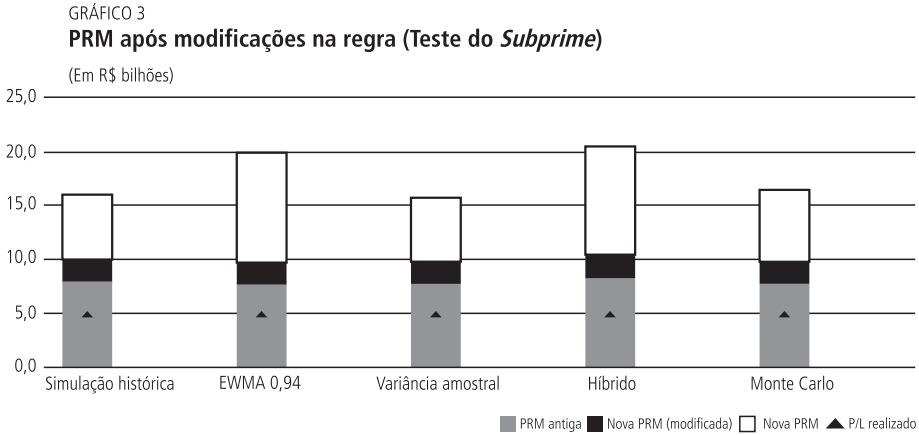
Para teste do conceito, utilizamos uma fórmula simples para o  $S_2$ , dada por:

$$S_2 \in [0,1] \text{ onde } S_2 = \left( 2 - \frac{\sigma_{21d}}{\sigma_{252d}} \right)$$

onde  $\sigma_{x,d}$  é uma volatilidade de referência para o mercado medida nos últimos  $x$  dias úteis. Essa medida deve ser capaz de representar o comportamento de diferentes mercados, assim como a volatilidade do índice Ibovespa reflete o mercado de ações. Neste trabalho, utilizamos a volatilidade das perdas e lucros do portfólio teórico utilizado nos testes e descrito na seção 4, por este ter sido construído para simular as carteiras dos principais bancos e ser composto de diferentes ativos.

Refazendo o teste do *subprime* com as alterações propostas, as novas exigências geradas caíram para uma média de R\$ 9,9 bilhões, mas ainda suficiente para suportar as perdas que a carteira sofreria, conforme pode ser visto no gráfico 3. Um ponto positivo foi a redução da variabilidade do montante alocado entre as metodologias, já que todos estão baseados na mesma carteira e, à exceção do MC, todas acumulavam violações entre seis e oito violações, não havendo, desse modo,

motivo para grandes diferenças entre os modelos. Um aumento no fator  $A_{bkt}$  faria com que as abordagens não acuradas fossem punidas de forma semelhante.

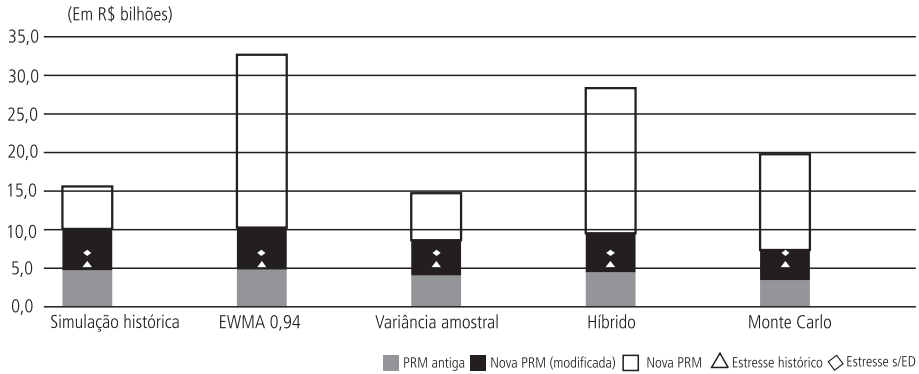


No teste, o capital requerido variou entre 15% e 17% da carteira, contra 25% e 33% do *framework* regulatório atual. Essa queda foi devida exclusivamente ao  $S_2$  móvel, que na data era de 0,23, com a volatilidade de curto prazo 88,21% superior à de longo prazo. Durante o período subsequente ao teste do *subprime*, o aumento da volatilidade fez o  $S_2$  cair para zero, com uma redução da exigência em torno de R\$ 2 bilhões, sem comprometer, no entanto, a sua suficiência. As medidas de CVaR estiveram muito próximas do sVaR e a troca não causou, assim, grande impacto na alocação.

No gráfico 4, podemos observar que, de modo inverso, no teste de cenários, realizado no dia 1/1/2010, com as volatilidades de curto e longo prazos em patamares menores e muito próximos, o fator  $S_2$  foi igual a 0,99 e as diferenças de alocação foram causadas exclusivamente pela substituição do sVaR. Os números de CVaR, que também refletem o comportamento recente do mercado, sofreram redução de 53,39% em relação aos calculados na crise. Com isso, a alocação esteve entre 11% e 16% do portfólio, em vez de 23% e 50% da regra atual, com queda no volume e na variabilidade das estimativas.

A exigência média entre os modelos de R\$ 9,2 bilhões também seria suficiente para suportar os diversos cenários calculados, inclusive o cenário mais improvável, sem efeito diversificação, onde se assume que as piores perdas de cada fator de risco desde 2004 possam acontecer novamente em uma única data, a data do teste.

GRÁFICO 4  
PRM após modificações na regra (cenários)



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A recente crise financeira originada nos Estados Unidos, apelidada de crise do *subprime*, encadeou uma série de mudanças no arcabouço regulamentar, resultando principalmente no aumento da alocação de capital exigida dos bancos para cobrir seus riscos. Essas alterações, chamadas de Basileia III, visam dar maior estabilidade e confiabilidade ao sistema financeiro e criar colchões de liquidez em épocas de calmaria que possam ser utilizados durante momentos de estresse para sanear o sistema. Em relação ao risco de mercado, o BIS acrescentou na antiga fórmula a que denominou Valor em Risco Estressado, ou *sVaR*. Esta medida, juntamente com o tradicional VaR, compõe atualmente o cálculo da exigência da carteira de negociação dos bancos.

Com a adoção integral do novo acordo pelo BCB e o início do processo de autorização para os bancos brasileiros utilizarem seus modelos internos para calcular a exigência de capital, em junho de 2010, este trabalho procurou responder a duas questões: *i*) se os modelos de VaR mais populares – e que a maior parte da indústria bancária do Brasil usa para mensurar seu risco de mercado – são acurados para medir a volatilidade dos ativos brasileiros; e *ii*) se a nova parcela de risco de mercado é adequada para suportar as perdas da carteira *trading* em situações extremas dos mercados.

No primeiro objetivo, os modelos de VaR foram avaliados sob a ótica de quatro períodos distintos e de três técnicas de *backtesting*: o teste regulamentar de Basileia (BCBS, 1996), o de Kupiec (1995) e o teste de cobertura condicional de Chirstoffersen (1998).

Por meio da criação de uma carteira teórica, baseada na composição das carteiras de negociação dos principais bancos nacionais e por isso composta, por

ordem de importância, de ativos de renda fixa (indexados à SELIC, prefixados e remunerados pelo IPCA), de ações dos principais segmentos da BM&F Bovespa e de moedas estrangeiras (dólar, libra e euro), calculou-se o VaR de um dia com 99% de confiança, grau de confiança exigido pelo regulador, para o período de 2005 a 2010 pelos modelos DN, com e sem alisamento exponencial (EWMA), por uma metodologia híbrida, que considera o máximo entre as duas abordagens anteriores, simulação histórica e simulação de MC.

No período pré-crise, abrangendo de 2005 a junho de 2007, em que o mercado vivenciou períodos de calma com estresses isolados, os modelos em geral apresentaram número de violações acima do esperado, mas foram considerados adequados pelos três testes de aderência.

Durante a crise, considerada aqui de julho de 2007 a dezembro de 2008, os modelos sofreram número de exceções incompatíveis com o nível de probabilidade escolhido. Apenas a abordagem DN por variância amostral foi considerada inacurada pelo teste de Basileia, entretanto, os demais testes, mais poderosos, julgaram todos os métodos como inadequados para previsão das perdas máximas do portfólio.

Com o passar da volatilidade, de 2009 a junho de 2010, apesar do temor de recessão e das incertezas em relação à extensão da crise, no Brasil os mercados viveram tempos de calma. Os modelos em sua maioria apresentaram número de violações abaixo do esperado. A simulação de MC foi a única a apresentar quantidade de exceções consistente com o grau de confiança.

Em toda a amostra, os modelos DN, híbrido e MC tiveram os melhores desempenhos nas diferentes técnicas de *backtesting*.

Em suma, observou-se que todos os métodos tenderam a subestimar o risco, apresentando desempenhos distintos conforme o período analisado. Contudo, apesar dessa inadequação, os testes com a exigência de capital revelaram que mesmo modelos inacurados geraram alocação suficiente para cobrir as perdas da carteira teórica nos diferentes cenários.

No teste da crise do *subprime*, calculou-se o requerimento de capital da carteira de negociação pela nova fórmula, anteriormente ao pior período de desvalorização dos ativos da carteira, sendo que independentemente do modelo que o banco detentor desta carteira utilizasse, a alocação seria bastante superior a essas perdas, ocorridas durante setembro e outubro de 2008, quando houve um aumento da volatilidade, ainda como reflexo da quebra do banco de investimentos Lehman Brothers. Isso porque os modelos já capturavam esse aumento da volatilidade que se iniciou em 2007. Nesse período, os supervisores poderiam reduzir, e até mesmo zerar, o percentual  $S_2$  aplicado ao sVaR, retornando à fórmula anterior da PRM.

Essa redução, conforme analisado na subseção 5.4.1, não traria riscos ao sistema, já que o VaR, por si só, geraria uma carga de capital suficientemente alta para cobrir o risco da carteira.

Tomando o portfólio em julho de 2010, quando a volatilidade estava reduzida, foram conduzidos os testes de estresse descritos na subseção 3.4. Nesse contexto, caso os piores cenários de perda para os fatores de risco se repetissem nessa data, novamente a alocação seria suficiente. Diferentemente da crise, a maior parte da parcela era gerada pelo sVaR, e, no caso do modelo DN EWMA 0,94, o requerimento chegou a representar metade do valor do portfólio. Houve grande variabilidade entre as metodologias, mas mesmo as abordagens que geraram as menores exigências, cobriram com folga as perdas em situações de estresse.

Entretanto, com a fórmula anterior, as alocações não seriam suficientes para suportar os estresses históricos. No cenário prospectivo, utilizando três desvios-padrão na volatilidade dos ativos, lembrando que esta estava em níveis mais baixos em relação à crise, as perdas chegariam muito próximas ao montante de capital requerido. Assim, tendo em vista as diretrizes propostas por Basileia III, a fórmula anterior não seria capaz de exigir capital quando os mercados estivessem em regime de baixa volatilidade suficiente para cobrir as perdas em situações extremas da carteira e poder ser utilizado como mais um instrumento anticíclico pelo Regulador.

Em alguns modelos, o conservadorismo excessivo da nova fórmula geraria alocação tão grande, que possivelmente desestimularia o banco a manter sua carteira *trading* descoberta, sem uso de derivativos. Bancos que resolvessem seguir um modelo de otimização de carteiras do tipo média-variância possivelmente encontrariam problemas com a alocação de capital dessa carteira. A PRM deve passar a representar, portanto, uma variável dentro de qualquer modelo de otimização de portfólios bancários, não sendo nenhuma surpresa que a carteira ótima encontrada seria de baixíssimo risco, dado o custo de oportunidade do capital exigido pelo BCB.

Outra crítica que se pode fazer ao *framework* regulatório é que ele não traz incentivos aos bancos em manterem um modelo interno de VaR acurado. Segundo a norma atual, o supervisor poderá intervir apenas quando o modelo se encontra na zona cinza, mas para isso este deve acumular dez violações em apenas um ano, mais de três vezes a quantidade que seria apropriada. Abaixo disso o modelo ainda é considerado acurado e, conforme visto, a punição recebida através do  $A_{bkr}$  não representou maior alocação de capital, principalmente no contexto da crise.

Visto o tamanho do capital exigido, este arcabouço cria incentivos aos bancos para subestimarem o seu risco de mercado visando diminuir o requerimento, à revelia do aumento do  $A_{bkr}$ . Os incentivos, não apenas de se ter uma boa metodologia de cálculo do VaR, mas também de uma estrutura de gerenciamento de riscos adequada ao tamanho da exposição e à complexidade dos negócios, como requer

o BCB, são advindos da necessidade de maior governança corporativa, passando para o mercado a confiabilidade de retorno de seus investimentos.

Apesar de se verificar a necessidade de uma medida de estresse no cálculo da PRM, principalmente em períodos de normalidade, a aplicação do multiplicador também na média do sVaR torna a alocação consideravelmente alta. Além disso, a adoção do sVaR em vez de uma medida mais estudada e conhecida de *tail risk* baseada em VaR, como o CVaR trouxe grande variabilidade para as alocações, apesar de se basearem em um mesmo portfólio e os modelos VaRs terem apresentado desempenhos semelhantes nos testes de aderência.

Tendo observado o conservadorismo da nova regra, apesar da ineficiência das abordagens tradicionais de VaR, pesquisas futuras podem propor *frameworks* mais apropriados para o cálculo da exigência de capital da carteira *trading*, de modo a gerar incentivos corretos aos bancos para manterem modelos internos de VaR adequados e evitar alocações excessivas, sem comprometer, no entanto, a estabilidade buscada por Basileia III.

Com o foco neste último ponto, propomos duas modificações na regra atual da exigência, com a substituição do sVaR pelo CVaR e a introdução de um  $S_2$  móvel, que decai assim que a volatilidade dos mercados aumente, gerando menor alocação em épocas de estresse, e de modo contrário, reduz o capital exigido em momentos de normalidade.

Verificamos que as alterações diminuíram a variabilidade e o volume das alocações em ambos os testes, sem, no entanto, comprometer a sua suficiência frente às perdas estimadas. O  $S_2$  móvel fez com que o requerimento decrescesse durante a crise do *subprime* enquanto no teste dos cenários de estresse, em regime de baixa volatilidade, onde as medidas VaR e CVaR tendem a cair consideravelmente, ao contrário do sVaR, este último foi responsável pela redução da alocação para níveis menos punitivos aos bancos.

Os resultados que encontramos diferem dos demais encontrados na literatura, principalmente na maneira que abordamos a carteira *trading* dos bancos. Enquanto alguns autores utilizam índices de mercados financeiros e outros utilizam as séries de perdas/ganhos reportadas pelos bancos, nós trabalhamos com uma carteira teórica baseada naquelas utilizadas pelos bancos. Neste sentido, a abordagem adotada nos permite olhar a composição da carteira e como esta composição, associada à parcela de risco de mercado dos bancos, afeta os requerimentos de capital.

## ABSTRACT

Taking into account the new capital requirement formula for banks' trading portfolio, which has arisen in the set of regulatory rules changes driven by the subprime crisis and the recent permission for Brazilian



banks to use internal models in computing capital requirements, we created a theoretical portfolio, composed by government bonds, stocks and currencies, based on Brazilian banks' profile of trading portfolio in order to assess two closely related issues: (i) the accuracy of Value at Risk (VaR) models used by banks to compute market risk and (ii) the adequacy of the new rule to bear real and hypothetical portfolio losses. We found that despite VaR models, in general, underestimate market risk, the capital charge generated by these models, when the new capital requirement formula is used, has shown to be overly conservative in all performed tests. Additionally, we propose two modifications to the capital requirement formula which makes it less punitive and still reliable.

Keywords: Capital requirement; value at risk; trading portfolio; Basel accords.

## REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, C. **Market risk analysis: value-at-risk models**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2008.
- BCBS. Basel Committee on Banking Supervision. **Supervisory framework for the use of "backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements**. Basel, Switzerland: BIS, 1996.
- \_\_\_\_\_. **Revisions to the Basel II market risk framework**. Basel, Switzerland: BIS, 2009.
- BERKOWITZ, J.; O'BRIEN, J. How accurate are value-at-risk models at commercial banks? **The Journal of Finance**, v. 57, n. 3, p. 1.093-1.111, 2002.
- CAMPBELL, S. **A review of backtesting and backtesting procedure**. Finance and Economics Discussion Series, Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board, Washington D.C, 2005.
- CARUANA, J. **Basel III: towards a safer financial system**. In: SANTANDER INTERNATIONAL BANKING CONFERENCE, 3., Madrid, 2010.
- CHRISTOFFERSEN, P. F. Evaluating interval forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 841-862, 1998.
- CROUHY, M.; GALAI, D.; MARK, R. A Stress testing perspective: insights on risk management to the global risk community. **Intelligent Risk**, v. 1, p. 4-6, 2011.
- DIMITRAKOPOULOS, D. N. *et al.* Value at risk models for volatile emerging markets equity portfolios. **The Quarterly Review of Economics and Finance**, v. 50, issue 4, p. 515-526, Nov. 2010. ISSN 1.062-9.769, 10.1016/j.qref.2010.06.006. Disponível em <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1062976910000499>>
- DOWD, K. **Beyond value at risk: the new Science of risk management**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 1998.
- \_\_\_\_\_. **Measuring market risk**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2002.
- DUFFIE, D.; PAN, J. An overview of value at risk. **Journal of Derivatives**, v. 4, p. 7-49. 1997.
- HUANG, A. Y. An optimization process in value-at-risk estimation. **Review of Financial Economics**, p. 109-116, 2010.
- JACKSON, P; MAUDE, D. J.; PERRAUDIN, M. **Bank capital and value at risk**. Bank of England, 1998 (Working Paper). Disponível em: <<http://www.bankofengland.co.uk/publications/workingpapers/wp79.pdf>>

- JORION, P. **Value at risk**: a nova referência no controle do Risco. São Paulo: BM&F, 2003.
- KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk management models. **Journal of Derivatives**, v. 3, p. 73-84, 1995.
- MCALEER, M.; JIMÉNEZ-MARTÍN, J-A; PÉREZ-AMARAL, T. **GFC-robust risk management strategies under the basel accord**. 2010. Disponível em: <<http://www.econ.canterbury.ac.nz/RePEc/cbt/econwp/1063.pdf>>
- MUN, J. **Modeling risk**: applying Monte Carlo simulation, real options analysis, forecasting, and optimization techniques. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2006.
- NIEPPOLA, O. **Backtesting value-at-risk models. Master's thesis**. Department of Economics, Helsinki School of Economics, 2009.
- PÉRIGNON, C; DENG, Z. Y.; WANG, Z. J. Do banks overstate their value-at-risk? **Journal of Banking & Finance**, n. 32, p. 783-794, 2008.
- RAAJI, G.; RAUNIG, B. A comparison of value-at-risk approaches and their implications for regulators. **Focus on Austria**, p. 57-71, 1998.
- RISKMETRICS™. **Technical document**. 4. ed. New York: J. P. MORGAN, 1996.
- TODOROVA, D. **Avaliação da performance de modelos de value-at-risk em mercados emergentes**: uma aplicação aos mercados da Bulgária e da Romênia. Lisboa: ISCTE, 2009. Tese (Mestrado). Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10071/1705>>
- VIEIRA NETO, C. A.; URBAN, F. **Um modelo de teste de stress menos subjetivo e mais abrangente**. 2000. Disponível em: <<http://www.risktech.com.br>>
- WICHURA, M. Algorithm AS 241: the percentage points of the normal distribution. **Applied Statistics**, v. 37, p. 477-484, 1988.

## BIBLIOGRAFICA COMPLEMENTAR

- ALEXANDER, C. **Market risk analysis**: quantitative methods in finance. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2008.
- BARONE-ADESI, G.; BOURGOIN, F; GIANNOPOULOS, K. Don't look back. **Risk**, v. 11, p. 100-103, 1998.
- \_\_\_\_\_; GIANNOPOULOS, K.; VOSPER, L. VaR without correlations for nonlinear portfolios. **Journal of Futures Markets**, v. 19, p. 583-602, 1999.
- BCBS. Basel Committee on Banking Supervision. **Amendment to the basel capital accord to incorporate market risk**. Basel, Switzerland: BIS, 1996.
- \_\_\_\_\_. **International convergence of capital measurement and capital standards**. Basel, Switzerland: BIS, 2004.
- BOUDOUGH, J.; RICHARDSON, M.; WHITELAW, R. The best of both worlds. **Risk**, v. 11, n. 5, p. 64-67, 1998.
- WIENER, Z. **Introduction to VAR, risk management and regulation in banking**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.

(Original submetido em junho de 2011. Última versão recebida em fevereiro de 2012. Aprovado em fevereiro de 2012.)

## APÊNDICE A

Com perfil mais aderente à realidade atual dos bancos, a carteira teórica utilizada possui volatilidade reduzida, em face da grande participação de títulos públicos no portfólio. Entretanto, caso os bancos passassem a assumir maior risco, seria necessário testar se a alocação de capital nessas condições permaneceria conservadora. Com base nesse aspecto, testamos uma segunda carteira teórica, simulando que os bancos pudessem aumentar seu apetite ao risco. A carteira teórica foi composta de 50% de ações e 50% de moedas. Para simplificação dos cálculos de sVaR, as participações permaneceram estáveis, assumindo um rebalanceamento diário do portfólio. Dado que por exigência do BCB os bancos devem se submeter a limites de risco de mercado, como de concentração e VaR, na prática seria muito difícil uma instituição bancária deter uma carteira com esse perfil.

A carteira de ações foi distribuída novamente nos índices setoriais da Bovespa que utilizam a capitalização de mercado como fator de ponderação. As participações dadas para cada índice foram: mercado (25%); setor financeiro (25%); bens de consumo (15%); setor industrial (15%); companhias de óleo e gás (10%); e empresas de telecomunicações (10%). Na carteira de moedas, as parcelas foram de 50% para o dólar dos Estados Unidos, libra 30% e o euro 20%.

As alocações em fatores de risco, e os cálculos de VaR e teste de estresse seguiram as mesmas metodologias descritas anteriormente.

Na análise dos resultados, exibidos nas tabelas 11 e 12, observou-se aumento no conservadorismo da exigência de capital. Apesar de os modelos apresentarem número de violações próximo ao visto para a carteira mais conservadora, no teste da crise do subprime, a alocação média entre os modelos foi de 86,3% da carteira e a perda do portfólio no período atingiu em média 23,6% desse capital requerido. Para a carteira anterior, esses números foram de 28,3% e 28,1%.

Corroborando o exemplo de Crouhy, Galai e Markl (2011), para o teste de cenários, a parcela de risco de mercado alocou 147,5% do valor dos ativos. Na média dos modelos, esse percentual foi de 103,8%. No pior cenário histórico, sem efeito de diversificação, a perda representaria, em média, 30,3% do montante de capital exigido.

As alterações propostas no item 5.4.3 foram testadas para a nova carteira. Os resultados foram semelhantes, conforme pode ser visto nos gráficos 5 e 6. Foram reduzidos tanto o tamanho quanto a variabilidade das alocações entre os modelos, sem afetar, no entanto, a confiabilidade das mesmas. Os números da tabela 13 também endossaram a necessidade de mudança na fórmula até então vigente, inadequada em momentos de baixa volatilidade.

TABELA 11  
Avaliação da PRM de acordo com a metodologia de cálculo em 17/2010

	Simulação histórica		DN EWMA (0,94)		DN variância amostral		DN híbrido		Monte Carlo	
	Var	sVaR	Var	sVaR	Var	sVaR	Var	sVaR	Var	sVaR
Data do VaR / sVaR	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010
Valor em risco (A)	1.486.866,119,02	3.611.845,388,40	1.408.644,918,44	7.919.614,594,71	1.279.087,736,11	3.542,949,722,15	1.408.644,918,44	7.919.614,594,71	1.135.541,962,48	5.405.947,861,84
Média 60 dias	1.575,765,048,57	3.625,253,816,56	1.375,501,271,83	7.961.303,200,62	1.349,918,977,80	3.558,328,500,56	1.489,482,917,38	7.961.303,200,62	1.149,939,285,64	5.440,894,888,78
Violações (250 dias)	-	N/A	6	N/A	1	N/A	1	N/A	3	N/A
$A_{bkr}$	0		0,5		0		0		0	
$A_{opt}$	0		0		0		0		0	
Multiplicador (M)	3		3,5		3		3		3	
VaR médio x M (B)	4.727,295,145,72	10.875,761,449,68	4.814,254,451,41	27.864,561,202,18	4.049,756,933,40	10.674,985,501,69	4.468,448,752,14	23.883,909,601,87	3.449,817,856,93	16.322,684,666,33
Máximo A e B	4.727,295,145,72	10.875,761,449,68	4.814,254,451,41	27.864,561,202,18	4.049,756,933,40	10.674,985,501,69	4.468,448,752,14	23.883,909,601,87	3.449,817,856,93	16.322,684,666,33
Fator $S_2$	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1
Valor transição	4.727,295,145,72	10.875,761,449,68	4.814,254,451,41	27.864,561,202,18	4.049,756,933,40	10.674,985,501,69	4.468,448,752,14	23.883,909,601,87	3.449,817,856,93	16.322,684,666,33
PRM	15.603,056,595,40		32.678,815,653,59		14.724,742,435,09		28.352,358,354,00		19.772,502,523,26	
MM Carteira:	64.786,243,511,86		64.786,243,511,86		64.786,243,511,86		64.786,243,511,86		64.786,243,511,86	
% da Carteira	24%		50%		23%		44%		31%	
Estresse histórico	-5.527,701,034,78		-5.527,701,034,78		-5.527,701,034,78		-5.527,701,034,78		-5.527,701,034,78	
% da exigência	35%		17%		38%		19%		28%	
Estresse s/ E.D.	-6.971,555,428,01		-6.971,555,428,01		-6.971,555,428,01		-6.971,555,428,01		-6.971,555,428,01	
% da exigência	45%		21%		47%		25%		35%	
Cenário (3 d.p.)	-3.339,853,898,56		-3.339,853,898,56		-3.339,853,898,56		-3.339,853,898,56		-3.339,853,898,56	
% da exigência	21%		10%		23%		12%		17%	

Fonte: Elaboração própria.

TABELA 12  
**Avaliação da PRM para a nova carteira em 26/9/2008**

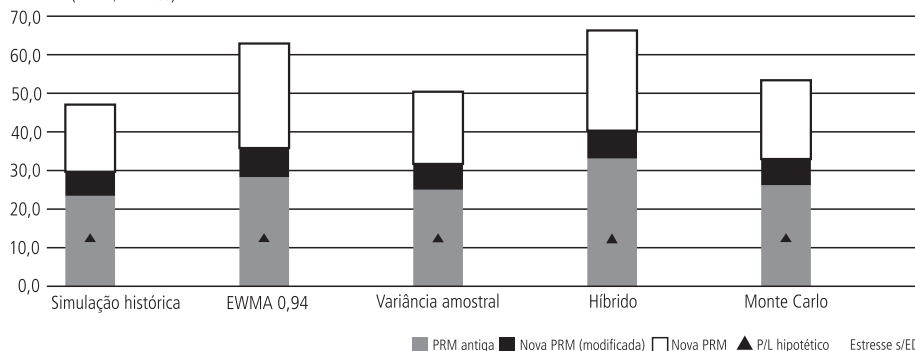
	Simulação histórica (1)		DN EWMA (0,94) (2)		DN Variância amostral (3)		DN híbrido (4)		Monte Carlo (5)	
	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar	Var	sVar
Data do VaR / sVar	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008	25/09/2008
Valor em risco (A)	7.609.290,150,66	7.609.290,150,66	11.519.772,074,16	12.184.343,094,58	7.241.948,190,55	7.241.948,190,55	11.519.772,074,16	12.184.343,094,58	9.755.721,689,88	9.755.721,689,88
Média 60 dias	6.922.793,640,10	6.952.882,940,92	7.769.994,335,69	9.490.417,905,09	6.697.374,522,89	6.769.853,407,42	9.479.341,721,41	9.490.417,905,09	8.759.625,771,56	9.070.181,320,66
Volacões (250 dias)	5	N/A	7	N/A	8	N/A	6	N/A	3	N/A
$A_{q,t}$	0,40	0,40	0,65	0,65	0,75	0,75	0,50	0,50	0,00	0,00
$A_{q,t}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Multiplicador (M)	3,40	3,40	3,65	3,65	3,75	3,75	3,50	3,50	3,00	3,00
VaR médio x M (B)	23.537.498,376,3	23.639.801,999,1	28.360.479,325,28	34.640,025,353,57	25.115,154,460,83	25.386,950,277,81	33.177,696,024,95	33,216,462,667,80	26.278,877,314,67	27,210,543,961,98
Máximo A e B	23.537.498,376,3	23.639.801,999,1	28.360.479,325,28	34.640,025,353,57	25.115,154,460,83	25.386,950,277,81	33.177,696,024,95	33,216,462,667,80	26.278,877,314,67	27,210,543,961,98
Fator $S_2$	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1
Valor transição	23.537.498,376,3	23.639.801,999,1	28.360.479,325,28	34.640,025,353,57	25.115,154,460,83	25.386,950,277,81	33.177,696,024,95	33,216,462,667,80	26.278,877,314,67	27,210,543,961,98
PRM	47.177.300,375,44	47.177.300,375,44	63.000,504,678,85	63.000,504,678,85	50.502,104,738,65	50.502,104,738,65	66.394,158,692,75	66.394,158,692,75	53.489,421,276,65	53.489,421,276,65
MM carteira	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00	65.000.000,000,00
% da carteira	73%	73%	97%	97%	78%	78%	102%	102%	82%	82%
PLI realizado	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84	-13.003,081,005,84
% da exigência	28%	28%	21%	21%	26%	26%	20%	20%	24%	24%

Fonte: Elaboração própria.

GRÁFICO 5

**PRM após modificações na regra para a nova carteira (Teste do *Subprime*)**

(Em R\$ bilhões)

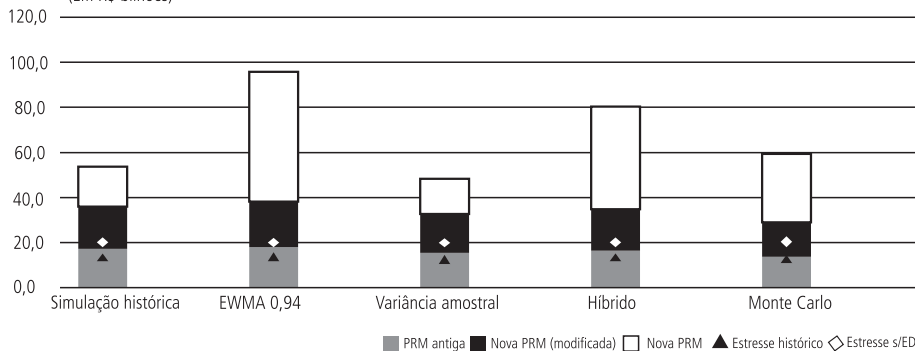


Fonte: Elaboração própria.

GRÁFICO 6

**PRM após modificações na regra para a nova carteira (cenários)**

(Em R\$ bilhões)



Fonte: Elaboração própria.

TABELA 13  
Avaliação da PRM para a nova carteira em 01/07/2010

	Simulação histórica		DN EWMA (0,94)		DN variância amostral		DN híbrido		Monte Carlo	
	VaR	sVaR	VaR	sVaR	VaR	sVaR	VaR	sVaR	VaR	sVaR
Data do VaR / sVaR	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010	30/06/2010
Valor em risco (A)	5.573.710.732,7	12.181.212.201,3	5.626.972.593,1	21.365.027.219,3	5.030.769.689,4	10.985.794.993,2	5.626.972.593,1	21.365.027.219,3	4.482.697.141,2	15.254.223.330,7
Média 60 dias	5.696.074.615,7	12.181.212.201,3	4.897.230.951,8	21.365.027.219,3	5.099.025.762,3	10.985.794.993,2	5.425.477.818,9	21.365.027.219,3	4.519.431.379,2	15.254.223.330,7
Violações (250 dias)	1	N/A	7	N/A	1	N/A	1	N/A	2	N/A
$A_{\%kr}$	0		0,65		0		0		0	
$A_{\%tr}$	0		0		0		0		0	
Multiplicador (M)	3		3,65		3		3		3	
VaR médio x M (B)	17.088.223.847,2	36.543.636.603,9	17.874.892.974,3	77.982.349.350,6	15.297.077.287,1	32.957.384.979,6	16.276.433.456,9	64.095.081.658,0	13.558.294.137,6	45.762.669.992,1
Máximo A e B	17.088.223.847,2	36.543.636.603,9	17.874.892.974,3	77.982.349.350,6	15.297.077.287,1	32.957.384.979,6	16.276.433.456,9	64.095.081.658,0	13.558.294.137,6	45.762.669.992,1
Fator $\zeta_2$	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1	N/A	1
Valor transição	17.088.223.847,2	36.543.636.603,9	17.874.892.974,3	77.982.349.350,6	15.297.077.287,1	32.957.384.979,6	16.276.433.456,9	64.095.081.658,0	13.558.294.137,6	45.762.669.992,1
PRM	53.631.860.451,25		95.857.242.325,01		48.254.462.266,81		80.371.515.115,01		59.320.964.129,77	
MM carteira:	65.000.000.000,00		65.000.000.000,00		65.000.000.000,00		65.000.000.000,00		65.000.000.000,00	
% da carteira	83%		147%		74%		124%		91%	
Estresse histórico	-13.003.081.005,84		-13.003.081.005,84		-13.003.081.005,84		-13.003.081.005,84		-13.003.081.005,84	
% da exigência	24%		14%		27%		16%		22%	
Estresse s/ E.D.	-19.162.171.921,78		-19.162.171.921,78		-19.162.171.921,78		-19.162.171.921,78		-19.162.171.921,78	
% da exigência	36%		20%		40%		24%		32%	
Cenário (3 d.p.)	-10.855.621.836,25		-10.855.621.836,25		-10.855.621.836,25		-10.855.621.836,25		-10.855.621.836,25	
% da exigência	20%		11%		22%		14%		18%	

Fonte: Elaboração própria.