

# Um modelo para análise da administração da maturidade da dívida mobiliária federal\*

MARCO ANTONIO FREITAS DE HOLLANDA CAVALCANTI\*\*  
NAPOLEÃO LUIZ COSTA DA SILVA\*\*

*Do início do Plano Real até outubro de 1997, os administradores da dívida pública mobiliária federal implementaram uma política de alongamento da maturidade média da dívida, privilegiando a emissão de títulos prefixados. O objetivo deste texto é implementar um modelo teórico que permita analisar os efeitos das operações de administração da maturidade da dívida sobre os retornos dos ativos. O modelo explicita os motivos que fazem com que os títulos mais longos sejam colocados com prêmios de risco positivos em relação aos mais curtos, além de determinar que um alongamento leve a um aumento nas taxas dos títulos longos em relação às taxas dos títulos curtos. Na aplicação ao caso brasileiro, o modelo revela-se capaz de explicar grande parte dos movimentos observados nos prêmios de risco dos títulos mais longos em relação aos mais curtos no período, o que aponta para sua possível utilização como instrumento de apoio no gerenciamento da maturidade da dívida.*

## 1- Introdução

Como reflexo do longo período de inflação crônica que caracterizou a economia brasileira nos anos 80 e 90, a dívida pública existente no país às vésperas do Plano Real era caracterizada por curtíssimos prazos de vencimento e alto grau de indexação — requisitos indispensáveis para a rolagem da dívida em condições de alta inflação. A estabilização inflacionária propiciou o aumento dos graus de liberdade na condução da política econômica, tornando possíveis estratégias de administração da dívida pública antes inviáveis. Em particular, as autoridades responsáveis pelo gerenciamento da dívida podiam optar por diferentes tipos de títulos a serem emitidos — prefixados, indexados a índices de preços, à taxa de câmbio ou à taxa de juros — e suas maturidades.

Do início do Plano Real até outubro de 1997, a estratégia adotada pelos administradores da dívida pública mobiliária federal esteve calcada no alongamento da maturidade média da dívida e na preferência pela emissão de títulos prefixados.

O objetivo deste texto é implementar um modelo teórico que permita analisar o efeito de variações nas ofertas de títulos públicos sobre os diferenciais de seus

---

\* Os autores agradecem a dois pareceristas anônimos pelos comentários.

\*\* Da Diretoria de Estudos Macroeconômicos do IPEA.

retornos. A análise no texto sugere que o alongamento da maturidade média da dívida, ocorrido no período, levou a um pequeno aumento no custo de colocação de títulos públicos de maturidades mais elevadas. Isso é explicado, em grande medida, porque o alongamento — que elevou a maturidade média para 11 meses — não foi expressivo em termos de atingir um prazo médio da dívida próximo ao dos países desenvolvidos (entre 5 e 10 anos). Note-se que não estamos afirmando que um forte alongamento que fosse realizado pela emissão sistemática de títulos prefixados de 5 e 10 anos levaria a um aumento excessivo do custo de colocação dos títulos (uma vez que não temos elementos para tal afirmação). O que queremos dizer é que o custo do pequeno alongamento realizado foi reduzido.

O texto está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 define conceitos básicos na análise das políticas de administração da dívida pública. A Seção 3 apresenta um breve histórico da política de gerenciamento da dívida brasileira no período 1994/97. A Seção 4 descreve um modelo teórico que permite analisar os efeitos das operações de administração da maturidade da dívida sobre os retornos dos ativos. A Seção 5 mostra a aplicação do modelo ao caso brasileiro. Por fim, a Seção 6 apresenta a conclusão.

## **2 - A política de administração da dívida pública: conceitos e definições**

### **2.1 - Delimitação do objeto de estudo**

Os administradores da dívida aqui considerados são o Tesouro Nacional (TN), representado pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN), e o Banco Central (BC), e a dívida relevante é aquela retida pelo setor privado. A dívida do governo federal é composta por base monetária, títulos de curto prazo, títulos de longo prazo, dívida contratual e demais obrigações (benefícios de seguridade social etc.). Assim, a administração da dívida pública pode ser definida como a escolha da composição do estoque de todas as obrigações do lado do passivo do balanço do governo [Agell e Persson (1992)]. Por outro lado, devemos notar que o importante são as obrigações líquidas em relação ao setor privado e, nesse caso, os ativos do governo (terras, ações e outros) deveriam ser relacionados na administração da dívida. Neste texto, não vamos considerar o gerenciamento desses ativos, procedendo como a maioria da literatura sobre o tema. Além disso, só levaremos em conta o total de obrigações formado por títulos de curto e longo prazos devido à substituíbilidade existente entre esses ativos.

Vamos considerar o gerenciamento da dívida para determinadas políticas monetária e fiscal. Assim, para dados níveis de gasto e tributação no período (política fiscal) temos uma variação da dívida. Uma dada variação do estoque de base monetária (política monetária) determina a fração da dívida que ficará sob a forma

de moeda e deixa o estoque da dívida, que rende juros, determinado. Então, a tarefa dos gerenciadores da dívida que rende juros é determinar a sua composição em termos de maturidade. Nesse sentido, eles só podem alterar seu valor de mercado e não seu tamanho. Nesse caso, só vamos considerar as ações de gerenciamento da dívida de alteração da composição de maturidade da dívida que rende juros.

No curto prazo, podemos considerar alterações na composição da dívida que rende juros que não afetam seu tamanho. Devemos notar que diferentes composições da dívida, em termos de maturidade, levam a diferentes implicações para o financiamento futuro do governo. Nesta análise, não iremos considerar explicitamente esses aspectos dinâmicos e seguiremos a abordagem de um modelo de um período.

Assim, em um contexto de um período, a administração da dívida significa que o governo muda a composição da dívida por operações no mercado de ativos vendendo tanto de um tipo de dívida (em termos de valor) quanto ele compra simultaneamente de outro.

Por último, não vamos considerar o endividamento externo, uma vez que o setor externo não é nosso objeto de interesse neste texto. Além disso, se o governo altera o *mix* de endividamento externo e interno, isso leva a uma alteração no estoque de moeda, o que queremos evitar na análise, pois não pretendemos entrar no campo da política monetária.

## 2.2 - Objetivos da política de administração da dívida

Admitindo que mudanças na composição da dívida afetam as variáveis reais da economia, podemos identificar pelo menos dois objetivos básicos da política de administração da dívida.<sup>1</sup> O primeiro diz respeito ao tratamento da política de dívida do governo como parte integrante da política de estabilização para controlar a demanda agregada. Uma vez que a administração da dívida que rende juros afeta a demanda agregada de bens de consumo e investimento, é natural que ela deva atuar em conjunto com as políticas monetária e fiscal no controle da demanda agregada (controlando, assim, o nível de preços e de atividade), como bem argumentou Tobin (1963).

O segundo objetivo é minimizar o custo de juros<sup>2</sup> da administração da dívida. Devemos notar que, em termos agregados, o pagamento de juros sobre a dívida

---

1 Para uma discussão sobre os objetivos de gerenciamento da dívida em uma perspectiva macroeconômica e de finanças públicas, ver Musgrave e Musgrave (1980), Buchanan (1970), Silva (1978) e Agell e Persson (1992).

2 Para uma discussão dos custos associados ao endividamento e ao pagamento de juros, ver Musgrave e Musgrave (1980) e Buchanan (1970). Um outro custo associado à elevação da carga de juros é o possível *crowding out* do capital. Em determinadas situações, o alongamento da dívida, com o conseqüente aumento das taxas de juros dos títulos de longo prazo, pode levar a uma redução do nível de investimento e da taxa de crescimento da economia. Nesse caso, o custo seria representado pela redução no estoque de capital transferido para as gerações futuras.

interna não é um custo em si mesmo — representa somente uma transferência de recursos do governo para a sociedade, financiados pelos impostos arrecadados desta mesma sociedade. O custo do pagamento de juros está associado ao custo gerado pelos impostos “distorcivos” arrecadados para pagar essa despesa. Na prática, os impostos são “distorcivos” e, nesse caso, geram efeitos negativos na alocação de recursos e na eficiência da economia. Dessa forma, uma redução nas despesas de juros levaria a uma menor necessidade de arrecadação de impostos “distorcivos”, reduzindo as distorções e ineficiências da economia. O objetivo de minimizar a carga de juros está ligado ao de promover a eficiência alocativa.

Além desses objetivos básicos, temos outros de segunda ordem de importância, como gerenciar a maturidade para elevar a eficácia das políticas monetária e de gerenciamento da dívida e outros.<sup>3</sup> Por exemplo, para uma dívida formada por títulos prefixados, o efeito riqueza de uma alteração dos juros é superior ao efeito riqueza em uma dívida em que a maioria dos títulos é indexada aos juros de curto prazo.

Dentro do objetivo de minimização do custo de juros da dívida, existe o argumento de que o governo deveria alongar a maturidade média da dívida utilizando títulos prefixados para se proteger do risco de crescimento das taxas de juros, que poderiam elevar substancialmente a carga de juros do governo. A atuação do TN visando reduzir o risco de juros pelo alongamento corresponde ao comportamento de um agente averso ao risco. O TN e o BC possuem melhores condições que o mercado para estimar as taxas futuras (eles possuem maiores informações que o mercado sobre a situação das contas públicas, as necessidades futuras de endividamento e o que o BC tenciona fazer) e têm maior capacidade para bancar riscos (devido ao poder de tributar do governo) do que investidores privados tomados individualmente. Nesse sentido, o governo deve agir como um agente neutro ao risco e não “comprar” um seguro do mercado (emitindo títulos mais longos) para se proteger do risco de juros. Se alguém deve pagar um seguro (em termos de aceitar retornos menores) é o público para o TN, a fim de se proteger de riscos, e não o contrário. Assim, o alongamento da dívida deve ser implementado por outros motivos e não para reduzir o risco de juros do governo [Tobin (1963)].

Devemos notar que o gerenciamento da dívida também pode ser usado como instrumento de política para atingir outros objetivos mais gerais da política eco-

---

3 Existe uma proposição mais recente de que, em alguns casos, o governo deve alongar a dívida para elevar a credibilidade dela. O argumento é de que uma dívida com prazos de vencimento muito curtos está sujeita à possibilidade de uma crise de confiança sobre a capacidade de pagamento futura do governo e, se ela ocorrer, o governo teria dificuldades de refinanciamento e a carga de juros aumentaria muito. Assim, uma dívida longa eleva a capacidade do governo de resistir a uma crise, levando os investidores a considerar uma baixa probabilidade de crise de confiança, o que aumenta a credibilidade da dívida. Não abordaremos, neste texto, os efeitos da maturidade da dívida sobre as expectativas dos agentes e sobre a credibilidade da dívida. De todo modo, essa argumentação está inserida no objetivo de minimizar o custo de juros. Para uma exposição dessa linha de pesquisa recente, com base na teoria dos jogos, ver Alesina, Prati e Tabellini (1990) e Giavazzi e Pagano (1990); para uma aplicação para o Brasil, ver Llussá (1998).

nômica do governo.<sup>4</sup> Por exemplo, se o governo possui como objetivo de curto prazo atrair capitais externos para financiar desequilíbrios do balanço de pagamentos, a administração da dívida pode ser usada para elevar o retorno dos ativos internos em relação aos ativos internacionais, atraindo assim recursos do exterior (para uma taxa de câmbio fixa ou aproximadamente fixa).

É interessante notar que certos objetivos tendem a ser conflitantes. Se em um determinado momento o governo busca reduzir a demanda agregada, ele deve alongar o perfil da dívida, mas, por outro lado, isso geralmente leva a um aumento na carga de juros.

Uma vez que temos vários objetivos da política de administração da dívida e outros objetivos de estabilização das demais políticas do governo (fiscal, monetária etc.) e vários instrumentos de política, o governo deve usar todos os instrumentos para alcançar seus objetivos, como bem afirmaram Agell e Persson (1992). Assim, a administração da dívida será usada junto com outras políticas para atender aos objetivos da sociedade (que pode ser entendido como minimizar uma função de perda do governo). Isso implica que o gerenciamento da dívida não será utilizado somente para minimizar o custo da dívida ou só para atender aos objetivos de estabilização; será usado para cumprir um determinado papel na minimização do custo de juros, na política de estabilização e em outros objetivos do governo.

### **2.3 - Instrumentos da política de administração da dívida**

Na formulação de suas políticas, o TN e o BC devem escolher entre os vários tipos de instrumentos e o grau de restrição regulativo do mercado. A política pode ser classificada como regulativa ou de mercado. Uma política regulativa se utiliza, por exemplo, dos requerimentos de reservas e estabelecimento de limites superiores para as taxas de juros (o teto de juros de 12% real a.a., não-regulamentado, e a obrigação dos bancos de reter títulos da dívida pública como reservas requeridas em períodos anteriores são exemplos disso no Brasil). Em uma política de mercado, governo e investidores devem chegar a um acordo sobre os termos dos títulos, é claro.

No contexto de uma política de mercado, os administradores da dívida devem fazer algumas escolhas básicas. Primeiro, devem escolher a maturidade da dívida — o que é considerado, pela maioria da literatura, a principal tarefa dos administradores da dívida. A segunda escolha refere-se à emissão de títulos com ren-

---

4 Entre esses objetivos, podemos citar: a busca de uma determinada composição do produto entre consumo e investimento, a desconcentração da distribuição da renda e da riqueza, e uma alocação de recursos mais eficiente.

dimentos livres de pagamento de impostos ou não. A terceira está relacionada à emissão de títulos transacionáveis ou não-transacionáveis.<sup>5</sup> A quarta corresponde à decisão entre emitir dívida interna ou externa. Por fim, os administradores da dívida devem escolher se ela será prefixada ou pós-fixada. No caso em que se opta pela emissão de títulos pós-fixados, deve ser escolhido o indicador ao qual a dívida será indexada — a algum índice de preços, à taxa de câmbio, ou a alguma taxa de juros de curto prazo de referência da economia.

Embora todos os aspectos relacionados à dívida pública sejam relevantes, neste texto estaremos interessados apenas na política de mercado dos títulos transacionáveis; mais especificamente, na administração da maturidade da dívida interna (não faremos considerações sobre tributação dos títulos). Assim, estaremos interessados na dívida pública mobiliária federal prefixada.

### **3 - Histórico da administração da dívida mobiliária federal brasileira no período 1994/97**

No segundo semestre de 1994, após a estabilização dos preços, a dívida mobiliária federal interna, resultante de anos de inflação elevada, era composta, em sua maior parte, por títulos indexados e com prazos de maturidade muito curtos. Em setembro de 1994, o prazo médio da dívida em mercado era de quatro meses e 15 dias, revelando que bastavam menos de cinco meses para que um volume expressivo do total da dívida tivesse de ser rolado. Além disso, somente 30,4% do total da dívida eram compostos por títulos prefixados, com o restante indexado à taxa *over-Selic*, TR, câmbio e IGP-M.

A partir do segundo semestre de 1994 a política de administração da dívida mobiliária se baseou na elevação dos prazos de vencimento dos títulos públicos e no conseqüente alongamento da maturidade média da dívida total. Adicionado a isso, os administradores da dívida mobiliária buscaram elevar o montante de títulos prefixados no total da dívida, reduzindo a participação dos títulos indexados ao câmbio (preço do dólar americano), a juros (*over-Selic* e TR) e a índices de preços (IGP-M).

Os principais objetivos para o TN nesse período foram expressos pela diretoria de dívida pública da STN [Barbosa (1997)]: minimizar o custo de juros; obter uma estrutura de dívida equilibrada em termos de maturidade, duração, composição e riscos; favorecer o desenvolvimento dos mercados financeiros domésticos; e restabelecer a curva de rendimentos dos títulos públicos (rendimento de um mesmo tipo de título em função do prazo de vencimento).

---

5 Dívida transacionável é aquela que pode ser livremente negociada entre os investidores no mercado secundário e a não-transacionável corresponde a um contrato pessoal e intransferível entre o governo e um emprestador particular.

O TN e o BC, no período 1994/97, agiram de forma a elevar a maturidade média da dívida mobiliária, processo realizado de forma gradual, com o TN buscando colocar títulos com maturidades mais longas quando estava em uma posição confortável:

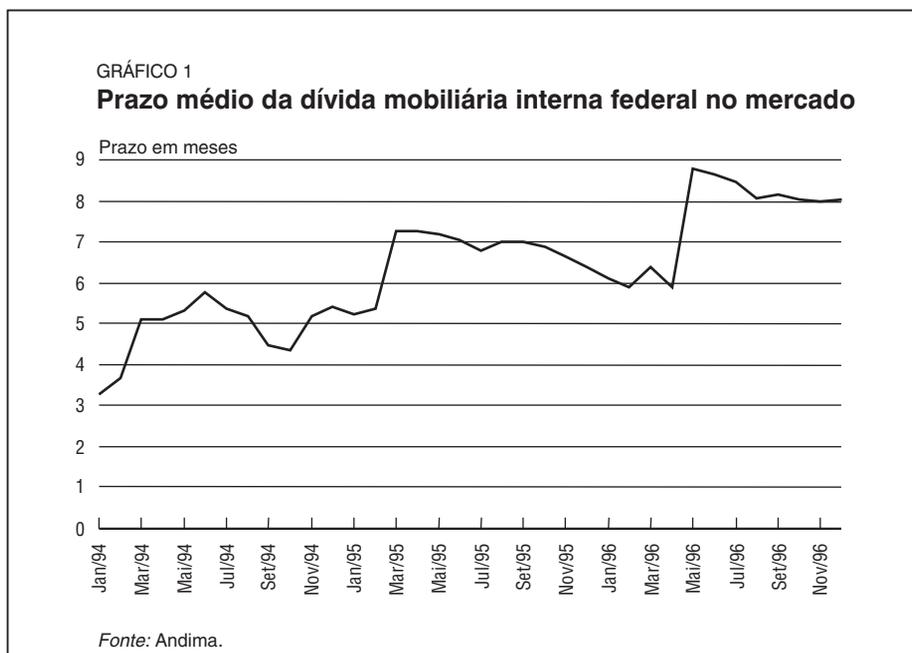
“Every single movement to increase maturity was implemented when the Treasury had full flexibility to refuse bids that could be considered above affordable levels previously defined” [Barbosa (1997)].

No final de 1994, o TN e o BC só conseguiam colocar no mercado LTN (rendimento prefixado) de 30 dias para o vencimento, BBC (prefixado) de 35 dias e NTN-D (indexada ao câmbio) de seis meses, além de outros títulos. Com o processo de alongamento, em dezembro de 1995 as autoridades de administração da dívida conseguiram colocar títulos no mercado de 120 dias (LTN) e de 63 dias (BBC). A continuidade do processo de alongamento levou a uma extensão significativa dos prazos de vencimento dos títulos públicos, de tal forma que, em outubro de 1997, foram colocadas LTNs de 182, 365 e 730 dias, BBCs de 182 e 364 dias, além de NTN-D de 36 e 60 meses.

Essa elevação dos prazos, aos quais eram emitidos os novos títulos, levou, naturalmente, a um alongamento da maturidade média da dívida total. O prazo médio de vencimento da dívida total passou de quatro meses e 10 dias em outubro de 1994 para oito meses e um dia em dezembro de 1996. Em setembro de 1997, o governo conseguiu alongar o prazo médio da dívida para cerca de 10 meses e 18 dias. Isso representou uma elevação considerável da maturidade da dívida, porém devemos notar que ela ainda permanece com uma maturidade extremamente curta (em relação aos países desenvolvidos), que pode ser reduzida rapidamente em poucos meses, no caso de uma queda significativa na demanda dos investidores por títulos mais longos (Gráfico 1).

Os objetivos desse alongamento com títulos prefixados foram reduzir o grau de exposição da dívida ao risco de elevação inesperada na taxa de juros de curto prazo (que é um objetivo questionável, como argumentado anteriormente) e possibilitar um grau de liberdade maior na condução da política monetária, uma vez que uma dívida prefixada com maturidade mais longa não recebe o impacto imediato de uma elevação das taxas de juros. Além disso, o alongamento permite elevar o grau de eficácia da política monetária, pois efeitos riquezas relevantes nos títulos públicos (alterações significativas no valor de mercado dos títulos em poder do público), que alterem a riqueza e, conseqüentemente, o consumo, somente são obtidos quando a dívida é prefixada e não possui prazos de vencimento muito curtos. Portanto, é interessante para o BC e o TN alongar a dívida, sempre que o custo do alongamento for aceitável, isto é, quando os investidores estão dispostos a aceitar títulos mais longos a taxas razoáveis, no sentido de que os benefícios do alongamento (já expostos) são superiores aos seus custos.

Junto com o processo de alongamento dos prazos de vencimento, a política de administração da dívida visou elevar a participação dos títulos prefixados no total

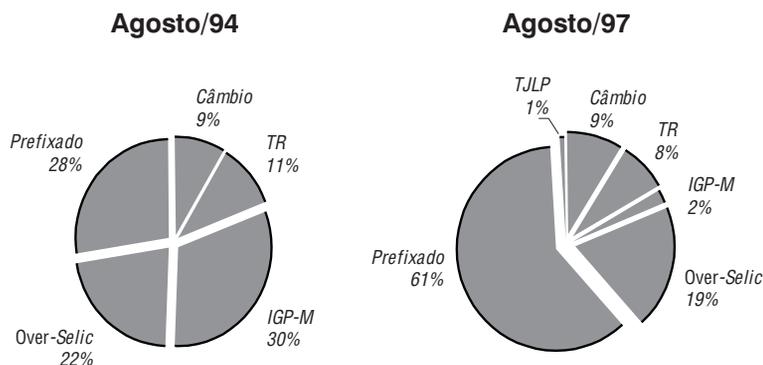


da dívida. Assim, se reduziria o grau de exposição da dívida ao risco de juros e ao risco de desvalorização cambial.

Em agosto de 1994, somente 28% da dívida mobiliária eram compostos por títulos prefixados. Do restante, 33% estavam indexados a taxas de juros de curto prazo (22,15% ao *over*-Selic e 10,9% à TR), 30,3% ao IGP-M e 8,7% indexados à taxa de câmbio. A substituição dos títulos indexados por títulos sem indexadores e com rendimento prefixado levou a uma elevação da participação percentual dos prefixados no total, que atingiu 61,1% em agosto de 1997. Os títulos indexados ao índice de preços passaram a ter uma participação insignificante (1,5%) e os títulos indexados ao câmbio mantiveram a sua participação (9,1%). A participação da dívida indexada aos juros de curto prazo foi reduzida, embora ainda permaneça em níveis elevados (27,3%). Nesse sentido, o que ocorreu basicamente no período foi uma troca de dívida indexada ao índice de preços por dívida prefixada, o que seria razoável de se esperar após um plano de estabilização de sucesso, em que o risco de inflação para os detentores de ativos prefixados se reduz substancialmente (Gráfico 2).

Nesse sentido, é interessante destacar uma diferença na atuação do BC e do TN quanto aos títulos indexados à taxa de juros. O TN buscou reduzir a percentagem de papéis indexados aos juros no total de sua dívida e assim elevou a participação das LTNs (prefixadas) no total da dívida do governo federal fora do BC

GRÁFICO 2

**Títulos públicos federais: participação por indexador**

Fonte: Banco Central do Brasil.

(de 18% em dezembro de 1995 para 30,7% em outubro de 1997). Além disso, no ano de 1996 o TN substituiu o estoque completo de LFTs (indexados ao *over-Selic*) por LTNs. O BC, por sua vez, manteve parte expressiva de sua dívida em LBCs (indexadas ao *over-Selic*) em grande parte devido ao processo de troca de LBCs por títulos de estados para permitir o financiamento das instituições financeiras estaduais em dificuldades durante o processo de ajuste do sistema financeiro. Assim, não foi possível uma redução maior da dívida indexada aos juros.

A coordenação entre o BC e o TN foi importante na implementação da política no período. Antes de cada leilão do TN, os membros do seu departamento de dívida pública se reuniam com os membros do departamento de dívida do BC (Demab) para trocar visões sobre a estrutura do leilão que o TN pretendia realizar.

Devemos ressaltar que a política monetária de compulsórios elevados e a obrigatoriedade de aplicação de parte dos fundos de investimento proporcionaram uma demanda cativa (obrigatória) por títulos federais considerável até meados de 1996. Em janeiro de 1996, havia cerca de 14% da dívida mobiliária em poder do mercado na forma de recolhimentos compulsórios em títulos públicos (no final de 1994, chegou a ser de 37%). Esse mercado cativo permitia elevar o poder de barganha do TN e do BC para rolar a dívida e negociar as taxas de juros.

Merece destaque a ação dos administradores da dívida para desconcentrar os vencimentos, dentro do prazo médio estabelecido. Podemos notar, na posição dos títulos em setembro de 1997, que a cada mês dos primeiros cinco meses venciam entre 9% e 13% da dívida. Essa desconcentração é importante, uma vez que, se o TN tivesse de rolar um volume extremamente elevado em um dado período, poderia encontrar dificuldades se o mercado estivesse exigindo taxas elevadas e não estivesse disposto a reter todo o volume a taxas aceitáveis.

Podemos constatar que, nos leilões de títulos públicos federais, ocorridos entre o segundo semestre de 1994 e outubro de 1997, os títulos de maturidade mais longa foram colocados quase sempre com taxas de juros superiores aos títulos de maturidade mais curta (como deveríamos esperar *a priori*), quando não havia expectativas de redução da taxa *over-Selic*. Além disso, no período de dezembro de 1996 a outubro de 1997, os títulos mais longos tiveram retornos efetivos diários de mercado superiores aos dos títulos mais curtos (na maioria das vezes).

No primeiro trimestre de 1995, as LTNs de três meses de vencimento foram colocadas sistematicamente a taxas maiores do que as de dois meses de maturação (ver Anexo estatístico). Contudo, o melhor período para realizar a comparação entre os retornos dos títulos mais longos e os dos mais curtos é o ano de 1997, quando no primeiro trimestre a taxa *over-Selic* seguiu uma trajetória de pequenas reduções mensais e depois manteve um nível aproximadamente estável até outubro, gerando expectativas nos agentes de que houvesse uma manutenção dessa taxa no mesmo patamar por um período razoável. A partir de maio, com a percepção de que a taxa *over-Selic* havia interrompido sua trajetória de queda e deveria permanecer no mesmo patamar por alguns meses, as taxas dos BBCs de dois meses passaram a ser menores do que as dos de seis meses. Depois, o BC passou a colocar no mercado BBCs de 12 meses a taxas sistematicamente maiores do que as dos de seis meses.

O TN também realizou leilões entre abril e outubro de 1997, quando foram leiloadas LTNs de 12 meses sistematicamente a preços menores (conseqüentemente com juros maiores) do que as LTNs de seis meses (ver, no Anexo estatístico, as colunas “dias a decorrer” e “rentabilidade média”).

Comentamos os leilões de títulos públicos federais para os períodos em que a taxa *over-Selic* permaneceu estável. Vamos agora considerar o resultado dos leilões para o período em que os juros permaneceram em uma longa trajetória de queda gradual. Esse período está compreendido entre junho de 1995 e março de 1997.

Ao longo desse período, na maioria dos leilões de LTNs e BBCs, os títulos de prazos mais longos foram colocados a taxas menores do que as dos títulos de prazos mais curtos. Entre outubro e dezembro de 1996, as taxas de juros das LTNs de seis meses foram superiores às taxas das LTNs de 12 meses.

O resultado desses leilões, em princípio, poderia levar a supor que o horizonte de investimento dos demandantes de títulos é longo, de tal forma que, para eles, títulos com retornos prefixados e prazos mais longos apresentam uma incerteza quanto ao rendimento para um período mais longo menor do que títulos mais curtos e, por isso, seriam menos arriscados. Além disso, esses dados parecem se contrapor aos argumentos teóricos (explicitados no modelo a ser apresentado na Seção 4), segundo os quais os títulos mais longos deveriam pagar uma taxa maior.

Na realidade, esses dados não significam uma contradição com os argumentos teóricos, nem que os investidores possuem horizontes muito longos de planejamento. O que ocorre é que, pela teoria da preferência pela liquidez,<sup>6</sup> os títulos de longo prazo devem pagar um prêmio de risco em relação aos títulos de curto prazo (que só diferem do primeiro pela maturidade) devido ao maior risco “para um mesmo período de retenção”. Assim, por exemplo, se o horizonte relevante para um investidor é um período de seis meses, ele irá comparar se é melhor reter um título de seis meses ou comprar um título de 12 meses, que deverá ser vendido no sexto mês. Então, ele só aceitará um título de 12 meses que tenha um prêmio de risco, em termos de juros, que compense o risco de perda de capital, quando tiver de vender o título no sexto mês em relação ao título de seis meses que não possua esse risco no final do sexto mês (se o horizonte de retenção fosse menor do que seis meses, os dois títulos seriam arriscados). Desse modo, o relevante para o investidor é comparar o retorno esperado de comprar um título de 12 meses de maturidade e vendê-lo no sexto mês (e não o retorno que obteria se mantivesse o título por 12 meses) com o rendimento certo de comprar um título de seis meses. O investidor comprará os títulos de 12 meses se o seu retorno esperado for superior ao rendimento dos títulos de seis meses, de tal forma que compense o risco dos títulos mais longos. Pode ocorrer, então, que a taxa do leilão dos títulos de 12 meses seja menor do que a dos de seis meses, mas o retorno esperado dos títulos de 12 meses no sexto mês será superior ao retorno esperado dos títulos de seis meses, devido à expectativa de queda na taxa de juros futura de curto prazo.

Foi isso o que ocorreu no período de redução gradual da taxa *over*-Selic. Os agentes aproveitavam as taxas longas mais altas, pois esperavam uma trajetória declinante das taxas de juros e os títulos de prazos mais longos pagaram taxas de juros maiores nesse período.

## **4 - Um modelo para análise da administração da maturidade da dívida**

Nesta seção, descrevemos o modelo teórico que será utilizado para analisar um aspecto específico da política de administração da dívida. Estaremos interessados

---

<sup>6</sup> Para uma exposição clássica da teoria da preferência pela liquidez como comportamento diante do risco, ver Tobin (1958).

nos impactos do alongamento (ou encurtamento) da maturidade da dívida sobre os retornos relativos dos títulos públicos prefixados,<sup>7</sup> ou seja, nas alterações nos rendimentos relativos dos ativos em função da variação das ofertas relativas dos mesmos. Para tanto, vamos derivar a demanda por ativos individual e a agregada do mercado. Em seguida, mostraremos como os administradores da dívida podem afetar os retornos dos ativos alterando as ofertas relativas desses ativos. Nesse contexto, é importante analisar o comportamento do investidor, uma vez que os efeitos da administração da dívida pública dependem de seu impacto sobre o portfólio ótimo dos agentes e sobre a demanda agregada de ativos do público.

O investidor busca alocar a sua riqueza total na compra de determinadas quantidades de cada ativo, de forma a maximizar a sua utilidade esperada (que é função da riqueza esperada para o final do período) para um único período (este é o período relevante de retenção para o indivíduo). Aqui, supomos que o investidor possui uma riqueza no início do período ( $W_0$ ) e decide as quantidades a investir em cada ativo, proporcionando uma riqueza esperada no final do período ( $W_1$ ). Nesse caso, não estamos nos preocupando com as decisões de consumo dos agentes e de produção das firmas. A análise pode ser entendida como de equilíbrio parcial do mercado de ativos, em que o consumo e a produção são considerados como dados.

O mercado de capitais é perfeito no sentido de que o investidor pode comprar o quanto desejar de qualquer ativo, sem afetar seu preço. Todos os ativos são infinitamente divisíveis e, nesse caso, o consumidor pode comprar qualquer fração desejada do ativo. Não existem custos de transação nem impostos, ou se existem são irrelevantes.

Podemos agora nos deter na função utilidade esperada do indivíduo. Admitimos como hipóteses a não-saciedade e a aversão ao risco do investidor. A primeira hipótese significa que a utilidade marginal da riqueza é sempre positiva e a função é monótona crescente; se o agente é não-saciável, um aumento na sua riqueza sempre elevará sua utilidade. A segunda significa que a utilidade marginal decresce com a riqueza e a função é estritamente côncava; aqui, temos que o investidor vai preferir uma determinada riqueza com certeza (que seja a média de duas riquezas,  $a$  e  $b$ ) do que uma loteria em que ele possa obter a riqueza  $a$  ou  $b$  com iguais probabilidades, por exemplo. Pela hipótese de maximização da utilidade esperada, temos que o agente tem de escolher, dentre todos os portfólios possíveis (para cada alocação de sua riqueza temos um portfólio), aquele que maximiza a sua utilidade. Isso significa examinar a distribuição de probabilidade de cada portfólio possível em termos de média, variância e demais momentos da distribuição e escolher o portfólio ótimo (que, em termos práticos, é uma tarefa complicada). Para simplificar a análise, vamos admitir que as distribuições de proba-

---

7 Embora o modelo seja mais geral, podendo incluir outros tipos de títulos e ativos, utilizaremos somente títulos prefixados, uma vez que o alongamento da maturidade média da dívida no período em análise foi realizado com esse tipo de título.

bilidade de cada ativo são normais (ou que a normal é uma aproximação adequada para a distribuição). Nesse caso, é possível, para o investidor, sintetizar suas oportunidades de investimento somente em termos de médias e variâncias de cada portfólio. Uma distribuição normal é plenamente descrita por sua média (valor esperado) e pela sua variância. Então, todas as diferenças entre qualquer número de distribuições normais podem ser determinadas de suas médias e variâncias. Como o retorno de cada ativo é normal, o retorno de qualquer portfólio também é (uma vez que uma soma ponderada de normais também é normal). Nesse caso, o investidor pode ordenar os portfólios possíveis em termos de suas preferências somente levando em conta dois atributos de cada um deles: o valor esperado e a variância.<sup>8</sup>

Como estamos interessados na demanda por ativos de equilíbrio dos investidores, podemos passar agora para uma derivação mais formal do modelo. O objetivo do investidor no tempo  $t$ , dada sua riqueza inicial  $W_t$ , é maximizar a utilidade esperada da riqueza em  $t + 1$ , sujeito à sua restrição orçamentária  $\sum_{i=1}^n A_i = W_t$ ,

onde  $A_i = \alpha_i W_t$  é a demanda pelo ativo  $i$  e  $\alpha_i$  representa o vetor de demanda por ativos em relação à riqueza:

$$\max_{\alpha_i} E[U(W_{t+1})] \quad (1)$$

onde:

$$W_{t+1} = W_t \alpha'_t (1 + r_t) \quad (2)$$

Para o investidor, o vetor de retornos  $r_t$  possui as seguintes características:

$$r_t \sim N(r_t^e, \Omega_t) \quad (3)$$

Vamos adicionar às hipóteses anteriores a de que as preferências dos agentes exibem aversão relativa ao risco constante. Nesse caso, essa hipótese, combinada com a de que os retornos dos ativos são normalmente (ou em conjunto normal-

---

8 Como afirmado em Varian (1992) e Ingersoll (1987), e demonstrado em Fama e Miller (1972), a análise de média-variância é equivalente à maximização da utilidade esperada quando os retornos dos ativos são normais.

mente) distribuídos,<sup>9</sup> leva a uma alocação ótima do portfólio, que maximiza a utilidade esperada da seguinte forma (aproximada):<sup>10</sup>

$$A_t^D = W_t(B_t r_t^e + \pi_t) \quad (4)$$

onde  $A^D$  é o vetor de demanda de ativos, satisfazendo  $A^D' 1 = W$ , que é a riqueza total do agente,  $r^e$  é o vetor de médias da distribuição conjunta dos retornos dos ativos,  $B$  e  $\pi$  são determinados pelo coeficiente de aversão relativa ao risco e pela matriz de variância e co-variância da distribuição dos retornos dos ativos da seguinte forma:

$$B = \frac{1}{\rho} [\Omega^{-1} - (I' \Omega^{-1} 1)^{-1} \Omega^{-1} 1 I' \Omega^{-1}] \quad (5)$$

$$\pi = (I' \Omega^{-1} 1)^{-1} \Omega^{-1} 1$$

onde  $\rho$  é o coeficiente de aversão relativa ao risco e  $\Omega$  é a matriz de variância e co-variância.<sup>11</sup> Quando temos um ativo livre de risco, a matriz  $\Omega$  é singular (isto é, seu determinante é zero, uma vez que a co-variância dos ativos com o ativo sem risco é sempre zero). Nesse caso, é necessário uma partição do conjunto de demandas. O sistema de demandas resultante, onde  $A^D$ ,  $r^e$  e  $\Omega$  referem-se aos ativos de risco somente, é dado por:

$$A^D = W(Br^e) \quad (6)$$

9 Na verdade, de modo aproximado normalmente distribuídos.

10 Esse resultado foi demonstrado por Friedman e Rowley (1987) e está descrito em Silva e Cavalcanti (2000). Em termos mais rigorosos, a combinação de aversão relativa ao risco constante e retornos normais é somente uma aproximação, uma vez que retornos com distribuição normal não são estritamente compatíveis com aversão relativa ao risco constante na função utilidade empregada, que não é definida para valores de riqueza negativos [Friedman (1992)]. De todo modo, mesmo que os retornos não sejam normais, pressupor normalidade da riqueza esperada ainda é uma boa aproximação quando a variância de cada retorno é finita, pois pelo teorema do limite central uma soma de variáveis identicamente distribuídas (considerando o retorno de um período como a soma de vários subperíodos) tende para uma normal [Fama e Miller (1972)]. Devemos lembrar que a análise de média-variância não está restrita ao caso em que os retornos são normais. Como a utilidade ( $U(W)$ ) é uma variável aleatória, ela pode, geralmente, ser expandida por uma série de Taylor e, nesse caso, seu valor esperado será função da média, variância e demais momentos da distribuição da riqueza. No caso em que a convergência da série é bastante rápida, os termos além do segundo momento podem ser desprezados e, assim, a utilidade esperada pode ser aproximadamente determinada pelos dois primeiros momentos, média e variância, mesmo no caso em que os retornos não são normais [ver Tsiang (1972)].

11  $B$  é uma matriz singular, uma vez que o sistema de demandas só é capaz de determinar todos os rendimentos relativos e todos, menos um, os rendimentos absolutos.

onde  $B = (1/\rho) \Omega^{-1}$ , e a demanda ótima para o ativo sem risco é definida por  $W - ((A^D)'1)$ .

Vamos admitir que as avaliações sobre os retornos dos ativos, as oportunidades de investimentos em portfólios e as preferências são homogêneas para todos no mercado. Isso significa que todos os investidores têm as mesmas oportunidades de investimento e avaliam a distribuição de probabilidade dos retornos dos portfólios do mesmo modo. Embora essas hipóteses tenham a desvantagem de impor restrições “fortes” ao modelo, elas permitem um tratamento empírico mais rico (essas hipóteses são padronizadas na literatura sobre modelos de média-variância).<sup>12</sup> Nesse caso, podemos somar as demandas de todos os investidores para obtermos a seguinte demanda agregada:

$$A_t^D = W_t(B_t r_t^e + \pi_t) \quad (7)$$

com a diferença de que agora  $A^D$  representa a demanda do mercado e  $W$  representa a riqueza total da economia. Essa demanda agregada é obtida, uma vez que a função demanda individual possui as convenientes propriedades de homogeneidade na riqueza e linearidade no retorno esperado.

O equilíbrio parcial do mercado de ativos é dado pela seguinte condição:

$$A_t^D = A_t^S \quad (8)$$

onde  $A^S$  é um vetor de ofertas líquidas de ativos dadas exogenamente. Substituindo (8) em (7) e eliminando a primeira linha de  $B_t$ ,  $\pi_t$  e  $A^S$ , podemos rearrumar a equação para obter os retornos esperados dos ativos (uma das equações de demanda deve ser eliminada, uma vez que somente  $n - 1$  equações são independentes, quando temos  $n$  ativos, devido à restrição orçamentária):

$$r_t^e = B_t'^{-1} \left( \frac{1}{W_t} A_t^S - \pi_t' \right) \quad (9)$$

Dadas a riqueza, as preferências e as avaliações da matriz de variância e co-variância dos retornos dos ativos, variações na oferta exógena de ativos afetam a estrutura de equilíbrio dos retornos. Aqui, vemos que os administradores da dívida podem alterar as ofertas relativas modificando os retornos da forma desejada.

---

<sup>12</sup> A alocação ótima para a economia ainda é da forma da equação (7), mesmo se os investidores possuem preferências e avaliações heterogêneas, e o  $B$  e  $\pi$ , nesse caso, representam combinações do  $B$  e  $\pi$  de cada indivíduo, ponderadas por suas respectivas riquezas individuais [ver Friedman (1980)].

## 5 - Aplicação do modelo à administração da maturidade da dívida mobiliária federal prefixada brasileira

Em nosso modelo, vamos considerar o caso em que temos somente quatro ativos exógenos (dívida emitida pelo governo): títulos prefixados<sup>13</sup> com maturidade de 20 dias úteis ( $M$ ), títulos prefixados de 60 dias úteis ( $S$ ), títulos prefixados de 126 dias ( $L$ ) e títulos prefixados de 252 dias ( $K$ ), o que corresponde, aproximadamente, a títulos de um, três, seis e 12 meses. Assim, a riqueza aqui definida é dada pela soma dos quatro estoques ( $W = M + S + L + K$ ) pelo seu valor de mercado. Aplicando a simetria relevante nos termos de  $B$  e levando em consideração a restrição orçamentária (o total da riqueza investida deve ser igual ao total dos quatro ativos), a equação (7) torna-se:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 - \pi_s - \pi_l - \pi_k \\ \pi_s \\ \pi_l \\ \pi_k \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} -b_{ms} - b_{mi} - b_{mk} & b_{ms} & b_{ml} & b_{mk} \\ b_{ms} & -b_{ms} - b_{sl} - b_{sk} & b_{sl} & b_{sk} \\ b_{ml} & b_{sl} & -b_{ml} - b_{sl} - b_{lk} & b_{lk} \\ b_{mk} & b_{sk} & b_{lk} & -b_{mk} - b_{sk} - b_{lk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_m \\ r_s \\ r_l \\ r_k \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} M / W \\ S / W \\ L / W \\ K / W \end{bmatrix} \quad (10)
 \end{aligned}$$

A política de administração da maturidade da dívida neste modelo consiste em realizar mudanças compensadas nas ofertas de dois tipos de ativos, mantendo a riqueza total fixa — por exemplo, realizar compras de títulos de 60 dias, vendendo os de 126 dias no mesmo valor total. Nesse caso, as ofertas de títulos de 20 e 252 dias ficam constantes e a dívida total do governo, também. Assim, a variação dos títulos de 60 dias é igual, em módulo, à dos de 126 dias ( $dS = -dL$ ). A forma

<sup>13</sup> Aqui, vamos considerar somente os títulos sem pagamentos de cupons intermediários, ou seja, títulos com um único pagamento prefixado no vencimento (LTN e BBC).

do sistema de demanda por ativos de (10) mostra que somente três das quatro equações são independentes (devido à restrição orçamentária), de tal forma que o sistema pode determinar somente três dos quatro retornos de ativos. Com  $r_m$  mantido fixo, quaisquer três equações do sistema podem determinar  $r_s, r_l$  e  $r_k$ . Os níveis absolutos dos três rendimentos dependem dos coeficientes  $\pi_i$  e do nível fixo de  $r_m$ , mas o efeito marginal de  $dS = -dL$  nos três rendimentos depende somente do jacobiano  $B$  que, como o sistema (10), mostra que pode ser expresso completamente em termos das substituíbilidades relevantes dos ativos (essas substituíbilidades são expressas pelos termos  $b_{ij}$  de  $B$ , pois são função da co-variância entre os ativos). A solução de (10), para  $W, M, K$  e  $r_m$  mantidos fixos, leva aos seguintes efeitos marginais (no caso em que ocorre um aumento da oferta de títulos de 60 dias no mesmo montante em que se reduz a oferta dos títulos de 126 dias):

$$\begin{aligned} \frac{dr_s}{dS} &= \frac{b_{ml}(b_{mk} + b_{sk} + b_{lk}) + b_{mk}b_{lk}}{W\Delta} \\ \frac{dr_l}{dS} &= -\frac{b_{ms}(b_{mk} + b_{sk} + b_{lk}) + b_{sk}b_{lk}}{W\Delta} \\ \frac{dr_k}{dS} &= \frac{b_{ml}b_{sk} - b_{ms}b_{lk}}{W\Delta} \end{aligned} \quad (11)$$

onde  $W$  é a riqueza total e  $\Delta$  é o determinante do subsistema da matriz  $B$  em (10), formado por eliminar a primeira linha (desde que  $r_m$  está fixo) e a primeira coluna.<sup>14</sup>

Admitimos que os quatro ativos são substitutos brutos,<sup>15</sup> e também que os títulos de 20 dias são melhores substitutos dos títulos de 60 dias do que dos títulos de 126 dias, e que os títulos de 252 dias são melhores substitutos dos títulos de 126 dias do que dos de 60 dias.<sup>16</sup> O que estamos considerando aqui é que um título é melhor substituto de outro com maturidade próxima da dele do que de um ativo com maturidade mais distante da dele (relativamente). Nesse contexto, os sinais das derivadas são dados por:

$$\frac{dr_s}{dS} > 0 \quad (12a)$$

14 Para obter a derivada de  $r_s$  em relação a  $S$ , primeiro resolvemos  $r_s$  em função de todas as outras variáveis no sistema (10) e depois derivamos, levando em conta que  $dS = -dL$ .

15 Isso significa que cada elemento  $b_{ij}$  fora da diagonal é negativo. Para uma proposição das condições necessárias e suficientes para substituíbilidade bruta, ver Blanchard e Plantes (1977).

16 Isso equivale a admitir:  $b_{ms} > b_{ml}$  e  $b_{lk} > b_{sk}$ , uma vez que esses elementos da matriz  $B$  são determinados pelas co-variâncias dos ativos.

$$\frac{dr_l}{dS} < 0 \quad (12b)$$

$$\frac{dr_k}{dS} < 0 \quad (12c)$$

Assim, uma venda simultânea de dívida de 60 dias e compra de dívida de 126 dias aumenta o rendimento (taxa de juros) da primeira e reduz o retorno (taxa de juros) da segunda. Além disso, reduz o retorno dos títulos de um ano. Nesse caso, fazendo a operação inversa, a substituição de dívida de três meses por dívida de seis meses para uma dada dívida total (alongamento da maturidade média da dívida) eleva a taxa de retorno que os investidores demandam para reter títulos de um ano. Isso ocorre da seguinte forma: para uma determinada composição da dívida em que os agentes estão em equilíbrio com seus portfólios, se o TN resolve resgatar parte dos títulos de três meses e vender a mesma quantidade em títulos de seis meses, ele deverá elevar as taxas dos títulos de 126 dias, uma vez que os agentes só estarão dispostos a reter uma grande quantidade desses títulos com uma remuneração maior. Assim, as taxas de 126 dias vão se elevar em relação às dos títulos de 60 dias. O público buscará substituir parte do estoque retido de títulos de um ano por títulos de seis meses (devido à maior remuneração destes), o que elevará a taxa de retorno dos títulos de um ano. Essas conclusões revelam que nenhuma categoria de dívida é um substituto perfeito para outra no portfólio do público. Se o público relacionasse os títulos de várias maturidades como substitutos perfeitos, não importaria estender ou encurtar a dívida que rende juros, pois isso não afetaria os retornos dos ativos.

Admitir que os ativos são substitutos brutos significa supor que os retornos dos ativos são não-negativamente correlacionados, ou seja, que os elementos da matriz  $B$  são menores ou iguais a zero. E considerar que títulos com maturidades próximas são melhores substitutos do que títulos com maturidades distantes deriva da teoria da preferência pela liquidez. Sendo assim, neste momento, precisamos explicar melhor o que estamos pressupondo [ver Blanchard e Plantes (1977)].

Dois ativos são bons substitutos se eles repartem os mesmos riscos, ou seja, se suas taxas de retorno futuras são positivamente correlacionadas [Tobin (1963)]. Se dois ativos têm alta correlação positiva, as proporções investidas em cada um deles serão muito sensíveis à diferença entre seus retornos esperados.

Quando dois ativos possuem taxas de retorno não-correlacionadas, o investidor pode reduzir seu risco dividindo seu investimento entre eles. Essa é a razão básica para a diversificação. Ativos com retornos menores do que outros são aceitos no portfólio do agente, uma vez que eles reduzem o risco total. Para uma dada composição do portfólio, o agente só aceitará aumentar a proporção de ativos mais

arriscados se seu retorno se elevar. No caso em que os dois ativos possuem correlação negativa, é possível fazer um *hedge* para reduzir o risco.

O risco aqui considerado de se reter obrigações do governo deve-se à incerteza sobre as taxas de juros futuras.<sup>17</sup> Segundo a teoria da preferência pela liquidez [Tobin (1958)], os agentes preferem ativos mais líquidos e com prazo de maturação menor, uma vez que estes possuem menor risco de juros, e só aceitarão títulos mais longos e arriscados se estes tiverem uma remuneração mais elevada. Se o investidor mantém títulos com prazo de maturação igual a seu período de retenção (período durante o qual ele mantém os ativos em seu portfólio), estará perfeitamente seguro do seu rendimento. Assim, se o período de retenção é de três meses, o portfólio terá um rendimento certo se contiver somente títulos com prazo de maturação de três meses. Se mantiver títulos de um ano, o valor deles em três meses dependerá das alterações do mercado. Se a taxa de juros dos títulos de um ano aumenta, ocorre uma perda de capital; se ela cai, ocorre um ganho de capital. Quanto maior a maturidade da dívida, maior a incerteza quanto ao retorno do ativo para o período de retenção relevante para o investidor e, nesse caso, maior o risco.

As taxas de juros futuras das várias maturidades tendem a se mover em conjunto. Para taxas, de títulos de prazos mais curtos, mais altas no futuro, geralmente temos taxas mais altas para títulos mais longos. Assim, os retornos esperados, no curto prazo, de obrigações de diferentes maturidades são positivamente correlacionados e, como vimos, com maiores riscos para maturidades mais longas. Nesse caso, as categorias de dívida do governo são bons substitutos entre si. Em termos mais gerais, um título tende a ser melhor substituto de outros com prazos de maturação mais próximos dele e pior substituto daqueles que possuem prazos de maturação mais distantes.

Assim, temos que o agente tende a colocar sua riqueza no ativo de curto prazo igual ao seu período de retenção, mas estará disposto a colocar parte dessa riqueza em títulos mais longos (mais arriscados) se obtiver determinadas taxas de retornos que compensem o risco (dependendo de suas preferências com relação a risco e retorno). Quanto maior a taxa dos títulos longos, maior a proporção da riqueza que estará disposto a investir neles.

## 5.1 - Implementação do modelo

Para implementar o modelo descrito anteriormente, precisamos obter a série de retornos efetivos dos quatro ativos considerados para estimar a matriz de variância e co-variância dos ativos. Além disso, precisamos estimar o coeficiente de aversão relativa ao risco constante ( $\rho$ ) e obter as ofertas relativas dos quatro ati-

---

<sup>17</sup> Não consideramos aqui o risco de inadimplência, o risco sobre o poder de compra da moeda e o risco de câmbio.

vos. A matriz de variância e co-variância e  $(\rho)$  determinam os parâmetros do modelo (a matriz  $B$  e o vetor  $\pi$  ficam determinados) e, assim, obtemos os retornos relativos dos ativos como função da oferta relativa dos mesmos.

A primeira dificuldade surge na obtenção da série de retornos dos títulos públicos a começar do Plano Real. Os títulos de seis meses só passaram a ser emitidos a partir de março de 1996 e os de um ano, a partir de setembro de 1996, com dois leilões por mês (duas observações). Além disso, os leilões dessas maturidades foram interrompidos no final de 1997 devido à crise da Ásia. Assim, o número de observações da série de preços dos títulos utilizando dados mensais de leilões primários é claramente insuficiente para realizar estimações econométricas. Uma alternativa seria utilizar a cotação diária desses títulos no mercado secundário. O problema é que, para o período 1994/97, não existe um mercado secundário com cotações diárias dos títulos públicos federais. O que existe é o preço para lastro de operações compromissadas, mas essa é uma cotação diária do título arbitrada pelo BC para avaliar as garantias fornecidas nos empréstimos de reservas bancárias (venda de títulos com compromisso de recompra futura) e, nesse caso, o preço para lastro não seria uma *proxy* adequada, ainda mais que uma avaliação para garantia é fixada geralmente abaixo do valor verdadeiro de mercado.

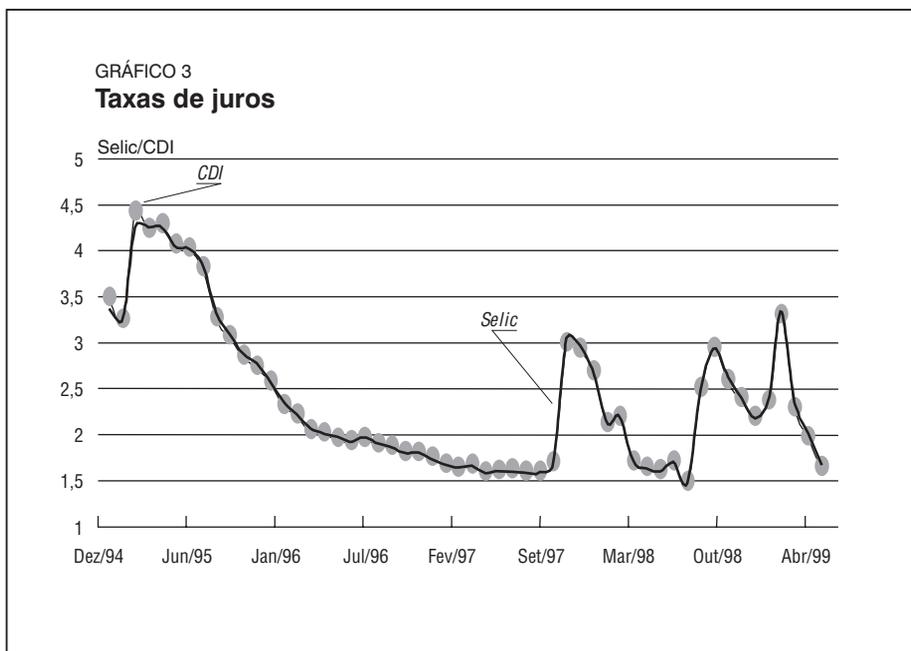
A solução para esse problema é utilizar o mercado futuro de DI para avaliar o preço diário de mercado dos títulos públicos. O mercado futuro de taxas de juros (DI futuro) é o instrumento básico para se projetar o comportamento futuro da taxa de juros básica da economia (CDI diário). Assim, esse mercado nos permite construir uma curva de rendimentos e, dessa forma, obter os preços diários dos títulos de um, três, seis e 12 meses. Com esses preços, podemos obter uma série de retornos diários dos títulos. Por exemplo, utilizando dados diários entre dezembro de 1996 e outubro de 1997 podemos obter uma série de retornos com mais de 180 observações, que nos permite estimar a matriz de variância e co-variância dos ativos.

A questão que surge naturalmente é se a avaliação dos títulos prefixados privados livres do risco de inadimplência<sup>18</sup> fornecida pelo mercado DI futuro é uma boa *proxy* para o preço diário de mercado dos títulos públicos federais. Quanto a isso, temos que a verificação empírica fornece evidência de que avaliar os títulos públicos pelo mercado DI é uma boa aproximação.

A taxa CDI diária tende a estar muito próxima da taxa média diária das operações com títulos públicos federais (taxa Selic). Como podemos notar no Gráfico 3, as duas séries se movem muito próximas entre janeiro de 1995 e junho de 1999.

---

18 Podemos considerar como avaliações livres do risco de inadimplência, uma vez que nos contratos futuros não são emprestados valores que são pagos em datas futuras. O que ocorre é um ajuste diário entre a taxa que foi usada no contrato de compra e a taxa CDI efetiva diária, sendo os contratos garantidos pela Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F). Além disso, as avaliações sobre os juros futuros são em relação ao CDI diário, que representa a média diária das transações entre instituições financeiras que possuem riscos de inadimplência baixos, próximos do risco do governo.



Além disso, os preços dos títulos avaliados pela curva DI são muito próximos dos preços observados nos leilões (entre fevereiro de 1996 e outubro de 1997), como podemos observar no Gráfico 4, que mostra que os preços dos títulos de seis meses avaliados pelo mercado DI futuro se situam bastante próximos dos preços efetivos observados nos leilões primários.

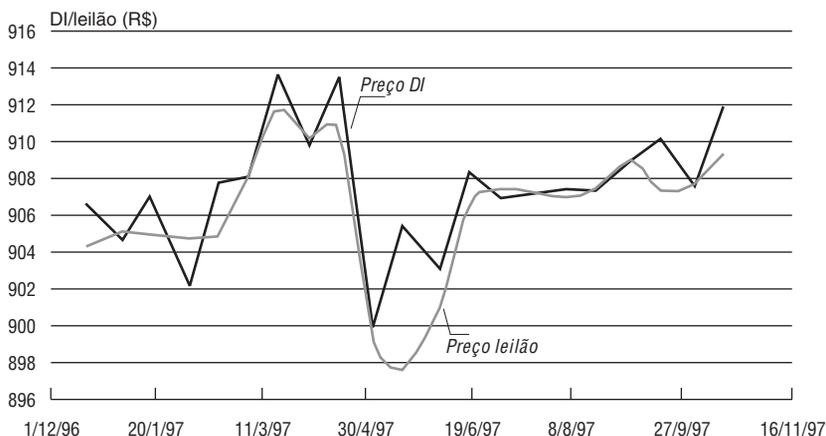
Neste momento, podemos explicar melhor a metodologia para se construir a série de retornos dos ativos. Utilizaremos, nesta subseção, a metodologia proposta por Barcinski (1999) para avaliar o preço dos títulos públicos federais.

O preço de um título de renda fixa com um único pagamento no vencimento, sem pagamento de cupons intermediários, é dado pela seguinte equação:

$$P = \frac{F}{(1 + i_n)^{t_n}} \quad (13)$$

onde  $P$  é o preço do ativo,  $F$  é o valor pago no prazo  $t_n$  e  $i_n$  é a taxa de juros para prazo de maturação  $n$ . O cálculo do retorno do título de renda fixa pode ser feito comparando a variação diária no preço de títulos com as mesmas características de prazos e montantes. A diferença entre os preços, nesse caso, é dada pela variação

GRÁFICO 4  
Preços dos títulos



das taxas de juros de um dia para o outro. Então, temos a seguinte fórmula do retorno diário:

$$\frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{\frac{F}{(1+r_n^1)^n} - 1}{\frac{F}{(1+r_n^0)^n}} \quad (14)$$

Devemos agora obter uma estrutura a termo da taxa de juros, pois esta determina o preço dos ativos e sua alteração é responsável pelo retorno e risco de mercado desses instrumentos de renda fixa. Na construção de uma *yield curve* para a economia brasileira, devemos levar em conta três peculiaridades básicas do mercado: *a)* os prazos dos instrumentos de renda fixa, extremamente curtos; *b)* a forma como o BC baliza as taxas de juros; e *c)* o fato de se trabalhar com dias úteis, e não corridos [Barcinski (1999)].

O prazo curto dos títulos de renda fixa pode ser constatado no mercado DI futuro, onde somente a partir de meados de 1996 passou-se a negociar a taxa de juros para cinco ou seis meses com relativa liquidez. O fato de o mercado apresentar

liquidez apenas para prazos curtos leva à necessidade de implementação de algum procedimento especial para expandir a curva de juros para prazos superiores aos mais negociados no mercado.

O segundo ponto peculiar do mercado brasileiro diz respeito ao fato de o BC trabalhar visando à taxa de juros do mês fechado. Assim, se o BC resolve mexer na taxa do mês corrente, faz diferença se a mudança é realizada no começo, no meio ou no fim do mês. Se o BC decide um determinado aumento mensal na taxa de juros, o aumento na taxa média diária será menor se a mudança na taxa for realizada no início do mês e não no final. Na maioria dos países, o BC decide a taxa independentemente do ponto em que estamos, pois está visando à taxa que vigorará dali em diante e não à taxa do mês.

Por último, temos o fato de o mercado trabalhar com dias úteis e não corridos, o que faz com que a taxa diária se altere, mesmo mantendo a taxa mensal constante, devido ao número de dias úteis no mês.

Como já afirmamos, o mercado futuro de taxas de juros (DI futuro) é o instrumento básico para se projetar o comportamento futuro da taxa de juros básica da economia (CDI diário). Assim, podemos obter uma estrutura a termo da taxa de juros. Nesse mercado, as taxas de juros para os próximos meses são negociadas de uma forma específica, em que o contrato do mês  $Y$  valerá 100 mil no vencimento, que ocorre no primeiro dia útil do mês seguinte a  $Y$ . Esses contratos são negociados diariamente com deságio, de acordo com os juros projetados de hoje até o dia do vencimento. Nesse caso, a razão entre os valores dos contratos (conhecidos como PU) de meses subseqüentes nos fornece uma boa expectativa da taxa de juros esperada para o mês entre os vencimentos. Os dados do mercado de DI futuro nos permitem calcular o fator de juros para todos os dias no futuro. A partir desses fatores diários, podemos projetar a taxa de juros para qualquer prazo, base para a construção de uma curva de rendimentos, a fim de obtermos o preço de um título prefixado de qualquer maturidade, inclusive um, três, seis e 12 meses.

Outro elemento importante a ser considerado é que, no último dia útil do mês, o CDI diário já sinaliza a taxa do mês seguinte. Assim, a melhor projeção que se pode fazer para a taxa de juros do último dia do mês é a média diária que o mercado de DI futuro está projetando para o mês seguinte. Isso também afeta a taxa média dos outros dias do mês. Para obtê-la, deve-se retirar da taxa projetada para o mês a projeção do último dia e pró-ratear o restante pelo número de dias úteis do mês menos um.

Com os dados do mercado de DI futuro, e levando em conta o número de dias úteis em cada mês, podemos calcular o fator de juros para todos os dias no futuro. A partir desses fatores diários, podemos calcular a taxa de juros para qualquer prazo, ou seja, construir uma *yield curve*. Para o cálculo de taxas de juros para períodos maiores do que aqueles com liquidez no mercado de DI futuro, a taxa efetiva do último mês com liquidez será repetida para os meses subseqüentes.

Vamos agora fazer uma descrição mais formal do cálculo do fator de juros para todos os dias futuros. Tomemos o seguinte esquema:

	$x$ dias úteis para 1º vencimento	$y$ dias úteis entre o 1º e o 2º vencimento	$z$ dias úteis entre o 2º e o 3º vencimento
	Mês 1	Mês 2	Mês 3
$T_0$	1º vencimento do DI	2º vencimento do DI	3º vencimento do DI

O cálculo dos fatores diários para os dias dos meses 1 e 2 (no fechamento do mercado) é feito da seguinte forma:

Fator do dia corrente:

$$f_c = (1 + tx \text{ CDIover}) \quad (15)$$

Fator dos  $(x - 2)$  dias entre o segundo e o penúltimo dia do mês:

$$f_{x-2} = \left[ \frac{\left( \frac{100.000}{PU_1 * f_c} \right)^{\frac{1}{(x-2)}}}{\left( \frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{y}}} \right] \quad (16)$$

Fator do último dia do mês 1:

$$f_{\text{ult.1}} = \left( \frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{y}} \quad (17)$$

Fator dos  $(y - 1)$  primeiros dias do mês 2:

$$f_{y-1} = \left[ \frac{\left( \frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{1}{(y-1)}}}{\left( \frac{PU_2}{PU_3} \right)^{\frac{1}{z}}} \right] \quad (18)$$

Fator do último dia do mês 2:

$$f_{\text{ult.2}} = \left( \frac{PU_2}{PU_3} \right)^{\frac{1}{z}} \quad (19)$$

A partir dos fatores diários, calculados pelo método citado, podemos acumular esses fatores de acordo com o vencimento escolhido para cálculo dos juros. Por exemplo, para calcular a taxa de juros para um prazo  $n$  igual ou inferior a  $x$  dias, fazemos:

$$tx_n = f_c (f_{x-2})^{n-1} - 1 \quad (20)$$

A fórmula geral para o cálculo da taxa de juros para  $n$  dias é dada por:

$$tx_n = [f_c * (f_{x-2})^a * (f_{\text{ult.1}})^b * (f_{y-1})^c * (f_{\text{ult.2}})^d * (f_{z-1})^e \dots] - 1 \quad (21)$$

onde:

$$a = \begin{cases} n-1, & \text{se } n < x-1 \\ x-2, & \text{se } n \geq x-1 \end{cases} \quad b = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq x-1 \\ 1, & \text{se } n \geq x \end{cases}$$

$$c = \begin{cases} 0, & \text{se } n < x+y \\ n-x, & \text{se } x+y \leq n \leq x+y+z-1 \\ y-1, & \text{se } n \geq x+y \end{cases}$$

$$d = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq x+y \\ 1, & \text{se } n \geq x+y \end{cases} \quad e = \begin{cases} 0, & \text{se } n < x \\ n-x, & \text{se } x \leq n \leq x+y-1 \\ y-1, & \text{se } n \geq x+y+z \end{cases} \quad (22)$$

Em nosso modelo, estaremos interessados nas taxas de juros para os prazos de 20, 60, 126 e 252 dias úteis.

O preço do título de renda fixa com maturidade de  $n$  dias é dado por:

$$P_n = \frac{1}{tx_n} \quad (23)$$

O retorno do ativo será calculado por meio de seus preços e não pela taxa de juros embutida na operação. Como todo ativo, o retorno diário é dado pela variação de seu preço ao longo de um dia.

A definição de retorno que utilizaremos é dada pela diferença entre o preço do dia corrente e o preço no dia seguinte do ativo, ou seja, com uma diferença de maturidade de um dia. Nesse caso, estamos considerando como retorno a parte esperada e a não-esperada do rendimento:<sup>19</sup>

$$r_n^t = \frac{p_{n-1}^t}{p_n^{t-1}} - 1 \quad (24)$$

onde  $r_n^t$  é o retorno diário na data  $t$  de um título de maturidade  $n$  e  $p_{n-1}^t$  é o preço do título de maturidade  $n - 1$  na data  $t$ .

O valor do coeficiente de aversão relativa ao risco constante foi admitido como seis ( $\rho = 6$ ). As estimações realizadas em outros trabalhos empíricos para obter o valor de  $\rho$  apontam para resultados dentro de um intervalo entre dois e seis, como podemos observar no trabalho de Friend e Blume (1975). Nesse caso, estamos admitindo um valor dentro dos resultados já estimados pela maioria dos autores. De todo modo, faremos posteriormente uma análise de sensibilidade dos resultados às variações no valor de  $\rho$ .

## 5.2 - Obtenção das ofertas relativas

Nos títulos prefixados, o prazo de maturação é um determinante básico do risco de mercado, e quanto maior o prazo, maior o risco. Nesse sentido, cada vencimento diferente representa um ativo diferente. Para utilizar todos os diferentes ativos separadamente no modelo, teríamos de calcular um número extremamente elevado de co-variâncias. Por exemplo, em 17 de setembro de 1997 havia 46 vencimentos diferentes (fluxos a pagar) de títulos, o que levaria ao cálculo de mais de mil co-variâncias. Para simplificar o cálculo, todos os títulos são descritos como combinações de instrumentos com vencimentos-padrão. Esse processo é chamado de mapeamento das posições de renda fixa e consiste em converter um portfólio com  $n$  fluxos em outro com um número menor de fluxos, mas sendo equivalente em termos de risco.

---

19 A taxa de retorno utilizada em Barcinski (1999) era calculada pela diferença entre o preço do dia corrente e o preço projetado, no dia anterior, para um título com o mesmo período de maturação. Nesse caso, a comparação era feita entre o preço de abertura e o preço de fechamento do título. Essa metodologia, em princípio, permite retirar do cálculo do retorno variações já esperadas e projetadas pelo mercado futuro.

Aqui vamos trabalhar com os “vértices temporais”, ou seja, pontos no tempo que substituirão todos os outros vencimentos, como se todos os títulos tivessem vencimentos nesses vértices. Neste caso, só é preciso calcular a variância e co-variância dos retornos dos vértices.

Como já exposto, os vértices escolhidos foram os títulos de maturidade de 20, 60, 126 e 252 dias úteis. A representação com quatro vencimentos se torna adequada, uma vez que o prazo máximo de colocação de títulos nesse período era de um ano e o TN e o BC passaram a colocar sistematicamente somente títulos prefixados de seis e 12 meses. Nesse caso, um fluxo (título) com vencimento em 200 dias úteis seria decomposto em dois outros fluxos com vencimentos em 126 e 252 dias úteis.

A metodologia de decomposição — descrita em Barcinski (1999) — transforma o fluxo original em fluxos nos vértices, obedecendo a três regras:

- o valor presente do fluxo decomposto é igual ao do fluxo original;
- o risco de mercado do fluxo original é igual ao do fluxo decomposto; e
- o sinal do fluxo de caixa decomposto é igual ao do fluxo original.

Para decompor um fluxo com vencimento entre dois vértices, temos o seguinte procedimento:

a) Cálculo do desvio-padrão do retorno para o prazo de vencimento do fluxo (título com essa maturidade), que é dado por:

$$\sigma_p = g\sigma_{p^-} + (1-g)\sigma_{p^+} \quad (25)$$

onde  $\sigma_{p^-}$  representa o vértice anterior ao fluxo e  $\sigma_{p^+}$  representa o vértice superior ao fluxo. O peso  $g$  é atribuído para a volatilidade do vértice inferior e é dado por:

$$g = \frac{(d_1 - d_0) - (d_2 - d_0)}{(d_1 - d_0)} \quad (26)$$

onde  $d_2$  é o vencimento do fluxo,  $d_0$  o vencimento do vértice inferior e  $d_1$  o do vértice superior.

b) Cálculo do fator de decomposição: o fator de decomposição  $\alpha$  é a percentagem do fluxo inicial que será decomposto para o vértice anterior ao fluxo original. Para manter a restrição de que o fluxo inicial é equivalente em risco ao decomposto, temos:

$$\sigma_p^2 = \alpha^2 \sigma_{p^-}^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_{p^+}^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{-+} \sigma_{p^-} \sigma_{p^+} \quad (27)$$

onde  $\rho$  é o coeficiente de correlação. Nesse caso,  $\alpha$  é dado pela equação quadrática:

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$$

$$a = \sigma_{p^+}^2 + \sigma_{p^-}^2 - 2\rho_{-+}\sigma_{p^-}\sigma_{p^+}$$

$$b = 2\rho_{-+}\sigma_{p^-}\sigma_{p^+} - 2\sigma_{p^+}^2$$

$$c = \sigma_{p^+}^2 - \sigma^2 \quad (28)$$

Assim,  $\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  com valor entre zero e um, para que o fluxo decomposto tenha o mesmo sinal do original.

c) Por último, basta dividir o valor presente do fluxo original nas proporções  $\alpha$  para o vértice abaixo e  $1 - \alpha$  para o vértice acima.

Com esse procedimento obtemos as ofertas relativas dos títulos prefixados (BBC e LTN) com quatro prazos de maturidade: 20, 60, 126 e 252 dias úteis, em que esses títulos representam todo o portfólio de títulos prefixados do governo.

### 5.3 - Cálculo da matriz de co-variância

Para estimar essa matriz, utilizamos, inicialmente, as estimativas obtidas da co-variância da amostra. A Tabela 1 apresenta a matriz obtida.

TABELA 1

*Matriz de co-variância*

<i>M</i>	<i>S</i>	<i>L</i>	<i>K</i>
4,71E-07	7,13E-07	1,28E-06	2,37E-06
7,13E-07	1,43E-06	2,98E-06	5,70E-06
1,28E-06	2,98E-06	7,10E-06	1,38E-05
2,37E-06	5,70E-06	1,38E-05	2,72E-05

Nessa matriz, todas as co-variâncias são positivas, o que corrobora a hipótese do modelo sobre a correlação dos retornos dos títulos. Além disso, podemos notar que as variâncias dos retornos dos ativos de maturidades mais longas são maiores do que as dos mais curtos, corroborando a hipótese de menor risco dos títulos mais curtos.

## 5.4 - Análise de sensibilidade para $\rho$

Os resultados do modelo foram obtidos para um valor arbitrado do coeficiente de aversão relativa ao risco constante ( $\rho = 6$ ), como explicado anteriormente. Neste momento, faremos uma análise da sensibilidade dos resultados do modelo a variações na magnitude de  $\rho$ . Para uma dada oferta relativa de títulos:  $M/W = 0,21$ ,  $S/W = 0,34$ ,  $L/W = 0,33$  e  $K/W = 0,11$ , e mantendo o retorno do ativo menos arriscado em um valor constante ( $r_m = 19,28\%$  a.a.), obtemos, alterando  $\rho$ , os valores apresentados na Tabela 2.

Nesse caso, percebemos que os resultados do modelo, em termos de magnitude dos retornos e dos prêmios de risco, são sensíveis às variações de  $\rho$ , mas para valores do coeficiente dentro do intervalo entre 2 e 6 (a maioria dos trabalhos empíricos estimou o coeficiente dentro desse intervalo) os resultados são mais próximos, o que reduz a importância do valor escolhido dentro desse intervalo para os resultados do modelo.

TABELA 2

*Resultados da variação de  $\rho$*

$\rho$	$R_s$	$R_l$	$R_k$
1	19,32	19,41	19,56
2	19,36	19,53	19,83
3	19,40	19,66	20,10
4	19,43	19,79	20,38
5	19,47	19,91	20,65
6	19,51	20,04	20,93
7	19,54	20,16	21,21
8	19,58	20,29	21,48
9	19,62	20,42	21,76
10	19,66	20,54	22,04

## 5.5 - Estimação da matriz de variância e co-variância pelo método VAR

A estimação da matriz de co-variância entre os retornos dos títulos pode ser realizada a partir de um modelo auto-regressivo vetorial (VAR):

$$X_t = \mu + \Pi_1 X_{t-1} + \dots + \Pi_k X_{t-k} + \varepsilon_t \quad t=1, \dots, T \quad (29)$$

onde  $X_t$  é o vetor ( $n \times 1$ ) de retornos,  $\varepsilon_t$  é um vetor ( $n \times 1$ ) de distúrbios aleatórios e  $\mu$  e  $\Pi_1, \dots, \Pi_k$  são, respectivamente, um vetor ( $n \times 1$ ) e matrizes ( $n \times n$ ) de parâmetros. O retorno de cada título no período  $t$  depende, assim, de um componente esperado (dado pelos valores defasados do próprio retorno e dos demais retornos) e de um componente aleatório.

O sistema (29) pode ser estimado consistente e eficientemente por Mínimos Quadrados Ordinários [Hamilton (1994)]. O vetor de resíduos estimados representa, então, uma medida dos retornos não-esperados dos títulos, e sua matriz de variância e co-variância fornece estimativas do grau de incerteza associado a tais retornos e das correlações entre os retornos de diferentes títulos.

O primeiro passo do processo de estimação é a escolha da ordem de defasagem do modelo VAR. Em conformidade com a prática usual, o número de defasagens foi escolhido a partir da aplicação de critérios de informação (Hannan-Quinn e Schwarz), testes-F para exclusão de variáveis e testes de autocorrelação serial dos resíduos, que levaram à seleção de  $k = 3$ .

A Tabela 3 apresenta alguns resultados da estimação. Observa-se, pelos valores do  $R^2$  (ajustado), que tal especificação explica a maior parte das variações nos

TABELA 3

*Estimação do VAR — resultados*

	Equações do VAR			
	<i>Rm</i>	<i>Rs</i>	<i>Rl</i>	<i>Rk</i>
$R^2$ ajustado	0,809	0,725	0,676	0,671
Teste ML para autocorrelação (valor- $p$ )	0,059	0,174	0,414	0,536
Testes para exclusão de variáveis (valor- $p$ )				
$H_0$ : $Rm_{t-1}, Rm_{t-2}, Rm_{t-3}$ não entram na equação	0,284	0,000	0,000	0,000
$H_0$ : $Rs_{t-1}, Rs_{t-2}, Rs_{t-3}$ não entram na equação	0,035	0,000	0,000	0,000
$H_0$ : $Rl_{t-1}, Rl_{t-2}, Rl_{t-3}$ não entram na equação	0,000	0,015	0,479	0,767
$H_0$ : $Rk_{t-1}, Rk_{t-2}, Rk_{t-3}$ não entram na equação	0,000	0,005	0,176	0,428

retornos dos títulos, especialmente no que se refere aos títulos de prazo mais curto. É interessante notar que os retornos dos títulos de prazo mais longo são explicados fundamentalmente pelos retornos dos títulos de curto prazo, conforme sugerido pelos resultados dos testes para exclusão de variáveis — que rejeitam a exclusão das defasagens de  $Rm$  e  $Rs$ , mas não rejeitam a exclusão das defasagens de  $Rl$  e  $Rk$  das equações para  $Rl$  e  $Rk$ . Cabe ressaltar que, de acordo com os testes realizados para autocorrelação serial (testes do multiplicador de Lagrange), os resíduos do VAR não apresentam problemas de autocorrelação.

As Tabelas 4 e 5 apresentam a matriz de co-variância<sup>20</sup> dos resíduos do VAR e os coeficientes de correlação entre eles. Conforme esperado, a variância é maior para os títulos de prazo mais longo (mais arriscados). Além disso, todas as co-variâncias são positivas e a correlação entre os retornos é maior para títulos com maturidade próxima, o que corrobora a hipótese de substituibilidade bruta entre os ativos.

As mesmas características estavam presentes na matriz de co-variância simples, estimada na seção anterior. A diferença básica entre os dois métodos refere-se à magnitude das variâncias estimadas, que se revelam significativamente menores no caso do modelo VAR. Isso se deve ao fato de que, no caso do VAR, a variância refere-se apenas ao componente não esperado dos retornos, enquanto, no caso anterior, tratava-se da variância das séries de retornos “cheios”. Tendo

TABELA 4

*Matriz de co-variância dos resíduos do VAR*

	$Rm$	$Rs$	$Rl$	$Rk$
$Rm$	8,28E-08			
$Rs$	1,29E-07	3,67E-07		
$Rl$	2,18E-07	7,87E-07	2,16E-06	
$Rk$	3,95E-07	1,52E-06	4,25E-06	8,42E-06

20 Neste texto, estamos supondo que a matriz de co-variância seja constante. Entretanto, conforme apontado por um parecerista anônimo, devemos notar que a hipótese de constância da matriz de co-variância não é necessariamente válida, e que seria interessante testar a validade dessa hipótese. Infelizmente, o reduzido tamanho de nossa amostra (184 observações diárias entre dezembro de 1996 e outubro de 1997) invalidaria um exercício com base na estimação da matriz de co-variância para diferentes subperíodos da amostra, a fim de verificar a possível instabilidade das variâncias/co-variâncias. Cabe observar que a constância da matriz de co-variância está associada à propriedade de estacionariedade do processo estocástico que determina a evolução das séries de retornos, e que estes se revelam estacionários de acordo com os resultados de testes ADF. Apesar de as inferências com base em testes ADF a partir de uma amostra tão reduzida serem pouco confiáveis, acreditamos que tais resultados forneçam indícios da validade da hipótese de constância da matriz de co-variância — especialmente se levarmos em consideração a notória baixa potência de tais testes, em que a hipótese nula é a não-estacionariedade.

TABELA 5

*Coefficientes de correlação dos resíduos do VAR*

	<i>Rm</i>	<i>Rs</i>	<i>Rl</i>	<i>Rk</i>
<i>Rm</i>	1			
<i>Rs</i>	0,7413	1		
<i>Rl</i>	0,5146	0,8839	1	
<i>Rk</i>	0,4732	0,8636	0,9968	1

em vista que a variabilidade do componente esperado não deveria ser considerada na mensuração do grau de incerteza dos retornos, a matriz de co-variância simples estimada anteriormente pode estar superestimando a incerteza dos retornos. Logo, a estimação da matriz de co-variância a partir do VAR parece mais adequada para captar o “verdadeiro” grau de incerteza associado aos retornos dos títulos [Agell e Persson (1992)].

## 5.6 - Comparação dos dados efetivos com os resultados do modelo

Uma vez estimada a matriz de variância e co-variância e definido o valor de  $\rho$ , o modelo fornece os retornos relativos dos títulos (prêmios de risco) em função das ofertas relativas dos mesmos. Além disso, dado o retorno do ativo menos arriscado, o modelo fornece os retornos esperados absolutos dos ativos. A Tabela 6 mostra as ofertas de títulos que estavam vigentes nas datas especificadas.

Podemos observar que ocorre um alongamento no período com a proporção dos títulos mais longos crescendo em relação à dos mais curtos. Para essas ofertas relativas, a Tabela 7 apresenta os prêmios de risco dos títulos de um ano em relação aos títulos de seis meses.

A coluna DI representa o prêmio de risco observado no dia. Assim, em 18/12/96, o prêmio de risco que o mercado estava exigindo dos títulos de 252 dias em relação aos de 126 dias pelo seu maior risco de mercado era de 0,47% a.a. Nesse caso, por exemplo, se os títulos de seis meses estavam sendo lançados nessa data a uma taxa de 20% a.a., os de um ano seriam lançados com uma taxa de 20,47% a.a.

Podemos notar que os prêmios efetivos apresentam magnitudes positivas, o que confirma o resultado teórico de que títulos mais longos são mais arriscados e, nesse caso, devem pagar um prêmio de risco em relação aos títulos mais curtos.

TABELA 6  
*Ofertas relativas dos títulos*

	<i>M/W</i>	<i>S/W</i>	<i>L/W</i>	<i>K/W</i>
18/12/96	0,57	0,25	0,16	0,03
15/1/97	0,61	0,20	0,15	0,04
20/2/97	0,56	0,23	0,15	0,06
19/3/97	0,50	0,18	0,23	0,09
16/4/97	0,41	0,18	0,30	0,11
14/5/97	0,42	0,27	0,23	0,08
18/6/97	0,35	0,34	0,25	0,06
16/7/97	0,26	0,33	0,37	0,05
20/8/97	0,26	0,30	0,38	0,06
17/9/97	0,22	0,38	0,28	0,12

TABELA 7  
*Prêmio de risco (Rk – Rl)*

	(Em % a.a.)
	DI
18/12/96	0,47
15/1/97	0,48
20/2/97	0,39
19/3/97	0,36
16/4/97	0,44
14/5/97	0,43
18/6/97	0,40
16/7/97	0,44
20/8/97	0,37
17/9/97	0,42

Quanto aos efeitos da alteração das ofertas relativas (que no período analisado corresponde a um alongamento contínuo da maturidade média da dívida, como podemos observar na Tabela 6) sobre os prêmios de risco dos títulos, a Tabela 8 é ilustrativa.

Assim, temos que em 15/1/97 a oferta de títulos de um ano aumentou 2% da riqueza investida nos títulos prefixados do governo (passou de 2% para 4% de *W*

TABELA 8

*Efeitos da variação das ofertas relativas sobre o prêmio de risco*

	Variação das ofertas relativas				Variação no prêmio ( $Rk - Rl$ ) [em % a.a.]		
	<i>M/W</i>	<i>S/W</i>	<i>L/W</i>	<i>K/W</i>	DI	Modelo 1 <sup>a</sup>	Modelo VAR
15/1/97	0,04	-0,05	-0,01	0,02	0,010	0,02	0,01
20/2/97	-0,05	0,03	0,00	0,02	-0,090	0,07	0,02
19/3/97	-0,06	-0,05	0,08	0,03	-0,030	0,11	0,04
16/4/97	-0,08	0,00	0,06	0,02	0,080	0,10	0,03
14/5/97	0,00	0,09	-0,07	-0,02	-0,003	-0,09	-0,03
18/6/97	-0,07	0,08	0,01	-0,02	-0,040	-0,02	-0,01
16/7/97	-0,09	-0,01	0,12	-0,02	0,040	0,08	0,03
20/8/97	0,00	-0,03	0,02	0,01	-0,070	0,04	0,01
17/9/97	-0,04	0,08	-0,11	0,07	0,050	0,05	0,01

<sup>a</sup> No modelo 1, a co-variância da amostra foi utilizada para estimar a matriz de co-variância.

devido às emissões nos leilões primários) e a oferta de títulos de seis meses caiu 1% de *W*. No modelo em que a matriz de co-variância foi estimada utilizando o método simples (co-variância amostral, coluna Modelo 1), esse alongamento leva a um aumento do prêmio de risco dos títulos de 252 dias em relação aos de 126 dias de 0,02% a.a. Utilizando a matriz estimada pelo método VAR, o aumento no prêmio explicado pelo modelo foi de 0,01% a.a. Na coluna DI, a variação efetiva do prêmio, devido ao alongamento, foi de 0,01% a.a.

Devemos notar que, na maioria dos casos em que ocorreu variação das ofertas, o sinal da alteração efetiva do prêmio de risco foi igual ao sinal esperado pelo modelo, corroborando os efeitos descritos no modelo teórico. Por exemplo, quando ocorreram alongamentos com títulos de um ano, o modelo esperava que o diferencial  $Rk-Rl$  aumentasse e foi o que ocorreu na maioria das vezes. Além disso, a magnitude da variação explicada pelo modelo está próxima do nível em que ocorreu efetivamente (tanto utilizando a matriz estimada pelo método simples ou pelo VAR).

Vimos, nesta seção, que o modelo foi capaz de explicar adequadamente os efeitos do alongamento ocorrido no período. Podemos, também, usar o modelo para estimar os efeitos de um possível encurtamento da maturidade média da dívida sobre os diferenciais de retornos. Nesse sentido, foi realizado um exercício visando estimar os efeitos de um encurtamento substancial da maturidade da dívida que elevasse a oferta de títulos de 20 dias para cerca de 97% do total da dívida prefixada (a partir de setembro de 1997). O resultado previsto seria de uma re-

dução no prêmio de risco dos títulos de 12 meses em relação ao de seis meses de 0,24% a.a. para 0,04 % a.a. e de uma redução nas taxas pagas pelos títulos de um ano de 0,39% a.a. Esses resultados levam à conclusão de que o alongamento da maturidade ocorrido no período levou somente a um pequeno aumento nas taxas pagas pelos títulos públicos, uma vez que a reversão desse alongamento (que ocorreria se o exercício citado anteriormente fosse realizado) levaria a pequenas reduções nos custos de colocação dos títulos, como foi descrito neste exercício.

## **6 - Conclusão**

O modelo teórico descrito no texto explicitou as razões pelas quais as operações de alongamento/encurtamento da dívida afetam os retornos dos ativos. Na aplicação ao caso brasileiro, o modelo revelou-se capaz de explicar grande parte dos movimentos observados nos prêmios de risco dos títulos mais longos em relação aos mais curtos no período, o que aponta para sua possível utilização como instrumento de apoio no gerenciamento da maturidade da dívida.

A análise realizada neste texto sugere que a política de alongamento dos prazos médios da dívida privilegiando a emissão de títulos prefixados (no período 1994/97) levou a um pequeno aumento no custo de colocação de títulos públicos de maturidades mais elevadas. Isso é explicado, em grande medida, em função de o alongamento (que elevou a maturidade média para 11 meses) não ter sido expressivo em termos de atingir um prazo médio da dívida próximo ao dos países desenvolvidos (entre 5 e 10 anos). Note-se que não estamos afirmando que um forte alongamento que fosse realizado pela emissão sistemática de títulos prefixados de 5 e 10 anos levaria a um aumento excessivo do custo de colocação dos títulos (uma vez que não temos elementos para tal afirmação). O que estamos afirmando é que o custo do alongamento realizado foi reduzido.

## Anexo estatístico

TABELA A.1

*Leilões de LTNs — 1994/95*

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
30/3/94	2/5/94	33	20	62,15	2.720.000	1,5070
2/5/94	1/6/94	30	22	54,70	5.000.000	1,4882
1/9/94	4/10/94	33	21	5,38	1.040.000	1,0383
4/10/94	1/11/94	31	19	5,79	520.000	1,0373
1/12/94	2/1/95	32	22	5,34	520.000	1,0399
2/1/95	1/2/95	31	22	4,21	1.030.000	1,0314
2/1/95	1/3/95	59	40	4,40	530.000	1,0604
1/2/95	3/4/95	61	41	4,56	2.130.000	1,0643
1/2/95	2/5/95	90	58	4,84	1.110.000	1,0980
1/3/95	2/5/95	62	40	4,81	1.600.000	1,0661
1/3/95	1/6/95	92	62	4,95	1.100.000	1,1075
3/4/95	1/5/95	30	17	7,31	2.100.000	1,0422
2/5/95	1/6/95	31	22	5,55	2.100.000	1,0415
1/6/95	1/7/95	30	21	5,34	520.000	1,0381
1/6/95	1/8/95	61	42	5,27	1.100.000	1,0765
3/7/95	1/8/95	31	21	5,54	520.000	1,0395
3/7/95	1/9/95	62	44	5,26	1.650.000	1,0801
17/7/95	15/9/95	62	43	5,38	1.500.000	1,0801
1/8/95	1/10/95	61	43	5,08	1.800.000	1,0755
1/8/95	1/11/95	92	64	5,04	1.200.000	1,1134
15/8/95	15/10/95	61	42	4,83	1.500.000	1,0699
15/8/95	15/11/95	92	63	4,79	1.500.000	1,1058
1/9/95	1/11/95	61	41	4,49	1.500.000	1,0632
1/9/95	1/12/95	91	61	4,46	2.200.000	1,0949
15/9/95	15/1/96	122	81	3,92	1.500.000	1,1117
2/10/95	1/2/96	123	83	3,97	2.500.000	1,1160
16/10/95	15/2/96	123	84	4,15	3.000.000	1,1230
1/11/95	1/3/96	121	81	3,85	3.750.000	1,1094

*(continua)*

(continuação)

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
16/11/95	15/3/96	121	82	3,65	2.500.000	1,1049
1/12/95	1/4/96	122	82	3,57	4.500.000	1,1026
15/12/95	15/5/96	152	101	3,68	3.000	1,1319

FONTE: Andima.

<sup>a</sup> Rentabilidade do título corresponde a transformar a rentabilidade entre a emissão e o resgate em rentabilidade por dia útil e depois convertê-la para % a.m. multiplicando por 30 dias.

<sup>b</sup> Cada título corresponde a R\$ 1 no vencimento.

<sup>c</sup> Rentabilidade entre a emissão e o resgate, adicionada à unidade.

TABELA A.2

*Leilões de LTNs — 1996*

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
2/1/96	1/6/96	152	104	3,55	3.200	1,13076
15/1/96	15/6/96	154	104	3,36	2.000	1,12338
1/2/96	1/7/96	151	101	3,29	4.000	1,11716
15/2/96	15/7/96	151	101	2,99	4.100	1,10581
1/3/96	1/9/96	185	127	2,92	5.600	1,13172
15/3/96	15/9/96	185	127	2,98	3.000	1,13433
1/4/96	1/10/96	183	127	2,80	5.500	1,12581
15/4/96	15/10/96	183	128	2,70	1.500	1,12224
2/5/96	1/11/96	183	129	2,58	3.900	1,11751
15/5/96	15/11/96	187	130	2,67	3.400	1,12242
3/6/96	1/12/96	182	127	2,66	4.000	1,11927
3/6/96	1/3/97	273	188	2,69	500	1,18340
17/6/96	15/12/96	182	128	2,62	2.800	1,11798
1/7/96	1/1/97	185	129	2,50	3.500	1,11355
1/7/96	1/4/97	274	188	2,53	600	1,17159
15/7/96	15/1/97	184	128	2,54	4.500	1,11422
1/8/96	1/2/97	186	128	2,56	2.300	1,11533
1/8/96	1/5/97	274	186	2,59	600	1,17393
15/8/96	15/2/97	186	126	2,65	2.000	1,11760
2/9/96	1/3/97	182	124	2,65	3.700	1,11561
2/9/96	1/9/97	364	249	2,61	600	1,24187

(continua)

(continuação)

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
16/9/96	15/3/97	182	124	2,60	3.600	1,11322
1/10/96	1/4/97	182	122	2,52	5.500	1,10768
1/10/96	1/10/97	365	250	2,32	800	1,21310
15/10/96	15/4/97	182	123	2,49	2.100	1,10727
1/11/96	1/5/97	182	121	2,60	3.200	1,11033
1/11/96	1/11/97	367	251	2,43	1.000	1,22574
18/11/96	15/5/97	178	120	2,61	3.800	1,10995
2/12/96	1/6/97	182	121	3,00	3.600	1,00000
2/12/96	1/12/97	364	251	2,00	1.200	1,00000
16/12/96	15/6/97	182	121	2,51	4.400	1,10628

FONTE: Andima.

<sup>a</sup> Rentabilidade do título corresponde a transformar a rentabilidade entre a emissão e o resgate em rentabilidade por dia útil e depois convertê-la para % a.m. multiplicando por 30 dias.

<sup>b</sup> Cada título corresponde a R\$ mil no vencimento.

<sup>c</sup> Rentabilidade entre a emissão e o resgate, adicionada à unidade.

TABELA A.3

*Leilões de LTNs — 1997*

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
2/1/97	1/7/97	180	121	2,483	2.500	1,1053
2/1/97	1/1/98	365	252	2,347	1.500	1,2178
15/1/97	15/7/97	181	122	2,467	4.000	1,1055
15/1/97	15/1/98	365	252	2,348	1.200	1,2179
3/2/97	1/8/97	179	122	2,473	2.800	1,1057
3/2/97	1/2/98	364	251	2,401	1.800	1,2223
17/2/97	15/8/97	179	124	2,427	2.600	1,1055
17/2/97	15/2/98	364	253	2,399	1.400	1,2242
3/3/97	1/9/97	182	125	2,324	3.300	1,1016
3/3/97	1/3/98	364	251	2,320	2.200	1,2142
17/3/97	15/9/97	182	125	2,229	3.600	1,0973
17/3/97	15/3/98	364	251	2,231	2.000	1,2051
1/4/97	1/10/97	183	128	2,215	4.500	1,0991
1/4/97	1/4/98	365	254	2,246	2.700	1,2094
15/4/97	15/10/97	183	128	2,207	1.500	1,0987

(continua)

(continuação)

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
15/4/97	15/4/98	365	252	2,278	1.400	1,2108
2/5/97	1/11/97	185	130	2,465	2.700	1,1127
15/5/97	15/11/97	186	131	2,485	2.900	1,1146
2/6/97	1/12/97	182	130	2,418	3.400	1,1104
2/6/97	1/6/98	364	252	2,565	400	1,2403
16/6/97	15/12/97	182	130	2,277	4.600	1,1037
16/6/97	15/6/98	364	251	2,439	800	1,2262
1/7/97	1/1/98	185	131	2,236	3.500	1,1025
1/7/97	1/7/98	365	252	2,352	1.200	1,2183
15/7/97	15/1/98	184	130	2,259	3.500	1,1028
15/7/97	15/7/98	365	252	2,366	1.700	1,2198
1/8/97	1/2/98	185	129	2,282	1.700	1,1030
1/8/97	1/8/98	367	252	2,373	1.700	1,2205
15/8/97	15/2/98	185	129	2,270	2.000	1,1025
15/8/97	15/8/98	367	252	2,369	1.500	1,2201
1/9/97	1/3/98	182	126	2,284	1.600	1,1007
1/9/97	1/9/98	365	252	2,392	1.600	1,2225
1/9/97	1/9/99	730	502	2,442	300	1,5044
15/9/97	15/3/98	182	126	2,327	2.100	1,1026
15/9/97	15/9/98	365	251	2,425	2.900	1,2248
1/10/97	1/4/98	182	126	2,317	3.500	1,1022
1/10/97	1/10/98	365	251	2,456	3.000	1,2280
1/10/97	1/10/99	730	501	2,594	300	1,5418
15/10/97	15/4/98	182	124	2,310	2.200	1,1002
15/10/97	15/10/98	365	250	2,413	2.000	1,2227
12/11/97	1/2/98	82	56	4,204	2.500	1,0816
19/11/97	18/2/98	91	63	4,287	1.134	1,0941
26/11/97	18/2/98	84	58	4,091	1.174	1,0822
1/12/97	1/2/98	63	43	4,064	1.393	1,0599
3/12/97	1/2/98	61	41	4,043	3.000	1,0568
10/12/97	11/2/98	63	43	3,864	3.000	1,0569
17/12/97	4/3/98	77	51	3,698	2.000	1,0648
24/12/97	25/3/98	91	61	3,824	2.000	1,0808

(continua)

(continuação)

Data de emissão e liquidação	Data de resgate	Dias a decorrer	Dias úteis a decorrer	Rentabilidade média <sup>a</sup> (% a.m.)	Total colocado (em milhares de títulos) <sup>b</sup>	Rentabilidade do título no período <sup>c</sup>
31/12/97	8/4/98	98	67	3,756	2.343	1,0874
31/12/97	29/4/98	119	79	3,742	1.000	1,1035

FONTE: Andima.

<sup>a</sup> Rentabilidade do título corresponde a transformar a rentabilidade entre a emissão e o resgate em rentabilidade por dia útil e depois convertê-la para % a.m. multiplicando por 30 dias.

<sup>b</sup> Cada título corresponde a R\$ mil no vencimento.

<sup>c</sup> Rentabilidade entre a emissão e o resgate, adicionada à unidade.

## Abstract

*From July 1994 to October 1997 Brazilian public debt-managing authorities aimed to increase the debt's average maturity by issuing nominal securities with increasing maturities. In this paper we apply a model to analyze the effects that changes in the debt's average maturity might have on assets returns. The model elucidates the reasons for the higher risk premia in long securities as compared to shorter ones and shows that in order to increase the proportion of long-term securities in total debt government must raise interest differentials even further. When applied to the Brazilian case, the model is able to explain a significant proportion of observed movements in securities risk premia.*

## Bibliografia

- AGELL, J., PERSSON, M. Does debt management matter? In: AGELL, J., PERSSON, M., FRIEDMAN, B. *Does debt management matter?* New York: Oxford University Press, 1992.
- ALESINA, A., PRATI, A., TABELLINI, G. Public confidence and debt management: a model and a case study of Italy. In: DORNBUSCH, R., DRAGHI, M. *Public debt management: theory and history*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- ANDIMA. *Séries históricas de taxas de juros*. Rio de Janeiro, 1997.
- . *Retrospectiva 1994*. Rio de Janeiro, 1995.
- . *Retrospectiva 1995*. Rio de Janeiro, 1996.
- . *Retrospectiva 1996*. Rio de Janeiro, 1997.
- . *Retrospectiva 1997*. Rio de Janeiro, 1998.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Boletim do Banco Central do Brasil*. Brasília, vários números.
- . *Manual de títulos e valores mobiliários*. Brasília, 1997.

- BARBOSA, F. *Public debt management: the recent Brazilian experience 1995-1997*. Brasília, 1997, mimeo.
- BARCINSKI, A. M. A. *Risco de taxa de juros e a dívida pública federal no Brasil pós-Real*. Rio de Janeiro: PUC, 1999 (Dissertação de Mestrado).
- BARRO, R. Are government bonds net wealth? *Journal of Political Economy*, v. 82, p. 1.095-1.117, 1974.
- BLANCHARD, O., PLANTES, M. A note on gross substitutability of financial assets. *Econometrica*, v. 45, p. 769-771, 1977.
- BOOTHE, P., REID, B. Debt management objectives for a small open economy. *Journal of Money, Credit and Banking*, v. 24, p. 43-60, 1992.
- BUCHANAN, J. *The public finances*. Georgetown: Irwin, Dorsey, 1970.
- CARVALHO, F. *Mr. Keynes and the post Keynesians*. Cheltenham: Edward Elgar, 1992.
- COX, J., INGERSOLL, J., ROSS, S. A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, v. 53, n. 2, p. 385-407, Mar. 1985.
- DURÃES, M. *Teoria dos leilões: abordagem comparativa com ênfase nos leilões de títulos do Tesouro no Brasil e em outros países*. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional, 2º Prêmio STN de Monografia, Esaf, 1998.
- FAMA, E., MILLER, M. *The theory of finance*. Illinois: Dryden Press, 1972.
- FRIEDMAN, B. Crowding out or crowding in? Economic consequences of financing government deficits. *Brookings Papers on Economic Activity*, n. 2, p. 593-641, 1978.
- . The effect of shifting wealth ownership on the term structure of interest rates: the case of pensions. *Quarterly Journal of Economics*, v. 94, p. 567-590, 1980.
- . The substitutability of debt and equity securities. In: FRIEDMAN, B. (ed.). *Studies in quantity theory of money*. Chicago: University of Chicago Press, 1985.
- . Debt management policy, interest rates, and economic activity. In: AGELL, J., PERSSON, M., FRIEDMAN, B. *Does debt management matter?* New York: Oxford University Press, 1992.
- FRIEDMAN, B., ROLEY, V. Aspects of investors' behavior under risk. In: FEIWEL, G. *Arrow and the ascent of modern economic theory*. New York: New York University Press, 1987.
- FRIEND, I., BLUME, M. E. The demand for risky assets. *American Economic Review*, v. 65, n. 5, p. 900-922, Dec. 1975.
- GIAVAZZI, F., PAGANO, M. Confidence crises and public debt management. In: DORNBUSCH, R., DRAGHI, M. *Public debt management: theory and history*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

- HALIASSOS, M., TOBIN, J. The macroeconomics of government finance. In: FRIEDMAN, B., HAHN, F. (eds.). *Handbook of monetary economics*, v. II. Boston: Elsevier Science Publishers, 1990.
- HAMILTON, J. *Time series analysis*. Princeton: Princeton University Press, 1994.
- INGERSOLL, J. *Theory of financial decision making*. New Jersey: Rowman & Littlefield, 1987.
- KEYNES, J. *The collected writings of John Maynard Keynes*. London: Macmillan Press, v. 21, 1971 to 1983.
- LLUSSÁ, F. *Credibilidade e administração da dívida pública: um estudo para o Brasil*. Rio de Janeiro: BNDES-Finame, 1998.
- MARQUES, N. *A experiência brasileira no manejo da política monetária para a subsistência do mercado da dívida pública, com a despesa do setor público*. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional, 2º Prêmio STN de Monografia, Esaf, 1998.
- MUSGRAVE, R. *The theory of public finance*. New York: McGraw-Hill, 1959.
- MUSGRAVE, R., MUSGRAVE, P. *Finanças públicas: teoria e prática*. Rio de Janeiro: Campus, 1980.
- PASTORE, A. Por que a política monetária perde eficácia? *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 50, p. 281-311, jul./set.1996.
- SAMUELSON, P. The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. *Review of Economic Studies*, v. 37, p. 537-542, 1970.
- SARGENT, T. *Macroeconomic theory*. London: Academic Press, 1987.
- . *Dynamic macroeconomic theory*. Cambridge: Harvard University Press, 1994.
- SCHMITT, G. *Revisão das teorias tradicionais da estrutura temporal das taxas de juro para títulos de renda fixa livres do risco de inadimplência*. São Paulo, 1991, mimeo.
- SILVA, F. *Finanças públicas*. São Paulo: Atlas, 1978.
- SILVA, J. *O mercado aberto no Brasil*. Rio de Janeiro, 1994, mimeo.
- SILVA, N. L. C. da., CAVALCANTI, M. A. F. H. *A administração da maturidade da dívida mobiliária brasileira no período 1994/97*. Rio de Janeiro: IPEA, jul. 2000 (Texto para Discussão, 744).
- TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk. *Review of Economic Studies*, v. 25, p. 65-86, 1958; reprinted in TOBIN, J. *Essays in economics: macroeconomics*, v. I. Chicago: Markham Publishing Company, 1971.

- . An essay on the principles of debt management. *Fiscal and debt management policies*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1963; reprinted in TOBIN, J. *Essays in economics: macroeconomics*, v. I. Chicago: Markham Publishing Company, 1971.
- . The burden of the public debt: a review article. *Journal of Finance*, v. 20, p. 679-682, 1965.
- . Monetary policies and the economy: the transmission mechanism. In: TOBIN, J. *Essays in economics: theory and policy*. Cambridge: The MIT Press, 1982.
- TSIANG, S. The rationale for the mean-standard deviation analysis, skewness preference, and the demand for money. *American Economic Review*, v. 62, p. 354-371, 1972.
- VARIAN, H. *Microeconomic analysis*. 3rd Edition. London: W. W. Norton e Cia, 1992.

(Originais recebidos em agosto de 2001. Revisos em janeiro de 2002.)

