

## EVOLUÇÃO DO TAMANHO DAS FIRMAS NO BRASIL: UMA ABORDAGEM DEMOGRÁFICA\*

Roberto de Oliveira Pereira

Do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES)

Daniela de Melo Faria

Do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES)

O artigo tem como objetivo modelar a dinâmica demográfica das firmas brasileiras. Utiliza como ferramenta básica a teoria de processos estocásticos. A modelagem da dinâmica demográfica permitiu identificar os padrões de sobrevivência das firmas no Brasil, tais como expectativa de vida ao nascer, crescimento e geração de postos de trabalho em firmas de diversos portes. Foi possível, também, identificar a tendência de longo prazo do perfil das firmas (em termos de porte e idade) em função das taxas demográficas observadas. Os dados deste estudo foram obtidos a partir da Relação Anual de Informações Sociais (Rais), um questionário do Ministério do Trabalho e Emprego (MTE) respondido anualmente pelas empresas em caráter compulsório. O estudo utiliza dados do período 1995-2002. A modelagem abrange o setor formal da economia brasileira.

### 1 INTRODUÇÃO

Segundo informações obtidas do MTE, no ano de 2002 existiam, no país, 5,9 milhões de estabelecimentos formais, dos quais 2,4 milhões eram empregadores, ou seja, com pelo menos 1 empregado durante esse ano. Essa “população” era composta por unidades de diferentes tamanhos e idades, localizava-se em diferentes regiões geográficas e atuava nos diversos setores econômicos.

O ambiente de negócios em que essas unidades nascem, se desenvolvem e morrem é influenciado por fatores conjunturais, que podem alterar sua dinâmica de sobrevivência. Por outro lado, características mais profundas, como escala ótima de operação, ambiente tributário e barreiras de entrada, cuja alteração só ocorre em prazos mais longos, condicionam preponderantemente as tendências demográficas da população de firmas.

Este trabalho se propõe a modelar a dinâmica demográfica das firmas brasileiras. Utiliza como ferramenta básica a teoria de processos estocásticos. A modelagem da dinâmica demográfica permitirá identificar os padrões de sobrevivência das firmas, tais como expectativa de vida ao nascer, crescimento e geração de postos de trabalho em firmas de diversos portes e tendência do perfil do estoque de firmas em função das taxas demográficas observadas. A modelagem abrange o setor formal da economia brasileira, com cortes por porte e idade.

O trabalho está estruturado em seis seções. Além desta introdução, a Seção 2 apresenta a base de dados do estudo, a Seção 3 expõe o perfil demográfico atual

\* Os autores agradecem a contribuição da engenheira do BNDES Sheila Najberg.

das firmas brasileiras, a Seção 4 apresenta a metodologia da modelagem do processo, a Seção 5 mostra alguns dos possíveis resultados a partir da modelagem apresentada e a Seção 6 resume as principais conclusões.

## 2 BASE DE DADOS

Os dados deste estudo foram obtidos a partir da Rais, um questionário do MTE respondido anualmente em caráter compulsório pelas firmas do mercado formal. Esse questionário contém informações sobre os postos de trabalho formais em cada estabelecimento ao final de cada ano. Neste estudo, somente foram consideradas as firmas empregadoras, ou seja, aquelas que ao longo do ano tiveram trabalhadores, mesmo que no fim do ano não tivessem nenhum trabalhador.

As informações analisadas cobrem o período 1995-2002. O ano de 1995 foi tomado como de partida porque o cadastro a partir desse ano é significativamente mais abrangente que nos anos anteriores. O ano de 2002 é o último com dados disponíveis.

## 3 PERFIL DO ESTOQUE ATUAL DAS FIRMAS

### 3.1 Classificação das firmas

Firmas são caracterizadas por um endereço postal, portanto uma empresa pode ser composta por várias firmas.<sup>1</sup>

As firmas foram classificadas por porte e idade, de acordo com os critérios detalhados a seguir:

TABELA 1  
CLASSIFICAÇÃO DE PORTE

Porte	Número de empregados
A	0
B	1 a 4
C	5 a 9
D	10 a 19
E	20 a 49
F	50 a 99
G	100 a 249
H	250 a 499
I	Acima de 500

1. Ao longo deste trabalho, os termos firmas e estabelecimentos são usados indistintamente.

Quanto à idade, os estabelecimentos foram classificados como: 0 (entre 0 e 1 ano), 1 (entre 1 e 2 anos), 2 (entre 2 e 3 anos), 3 (entre 3 e 4 anos), 4 (entre 4 e 5 anos) e 5 (5 anos ou mais).

### 3.2 Firmas por porte e geração de emprego formal

De acordo com a Rais de 2002, existiam no país 2.421.778 firmas empregadoras, que geravam 28.360.669 vínculos formais de trabalho.<sup>2</sup> A Tabela 2 mostra a distribuição do número de firmas e de postos de trabalho por porte, bem como o número médio de trabalhadores em cada porte.

As firmas de menor porte (com até 19 empregados) correspondiam, em 2002, a 93% do universo de firmas empregadoras formais brasileiras e eram responsáveis por 27% dos postos de trabalho. Essas firmas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento econômico e social do país, pois influem positivamente no incremento e distribuição de renda e na capacidade de atenuação de desequilíbrios regionais. Além de serem as geradoras de aproximadamente metade dos novos empregos a cada ano,<sup>3</sup> seu tamanho e sua estrutura flexível fazem com que se adaptem mais facilmente às mudanças na economia do que as grandes empresas. Apesar de se constituírem em empresas heterogêneas, com diferentes

TABELA 2  
DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE FIRMAS E DE POSTOS DE TRABALHO POR PORTE — 2002

Porte (número de empregados)	Número de firmas	%	Postos de trabalho	%	Postos por firma
0	282.025	11,6	-	0,0	-
1 a 4	1.407.255	58,1	2.670.851	9,4	1,90
5 a 9	367.037	15,2	2.385.753	8,4	6,50
10 a 19	193.136	8,0	2.583.436	9,1	13,38
20 a 49	106.489	4,4	3.189.500	11,2	29,95
50 a 99	32.829	1,4	2.266.453	8,0	69,04
100 a 249	19.810	0,8	3.064.188	10,8	154,68
250 a 499	7.456	0,3	2.591.785	9,1	347,61
Mais de 500	5.739	0,2	9.628.703	33,9	1.677,77
Total	2.421.776	100,0	28.380.669	100,0	11,72

Fonte: Rais de 2002.

2. Serão utilizados, indistintamente, os termos vínculos, postos de trabalho e trabalhadores.

3. Novos empregos referem-se aos empregos gerados em firmas que nascem a cada ano (ver Tabela 10).

padrões de competitividade, destacam-se pela relevante participação dinamizadora na economia [IADB (2003)].

### 3.3 Perfil etário das firmas

A Tabela 3 apresenta a distribuição das firmas por porte e idade em 2002, em número de firmas e percentualmente. Pode-se observar que as firmas de menor porte têm um perfil mais jovem que as maiores. Como ficará claro mais adiante, a juventude das firmas de menor porte está associada às altas taxas de natalidade e mortalidade observadas nesse segmento.

TABELA 3  
DISTRIBUIÇÃO DAS FIRMAS POR PORTE E IDADE — 2002

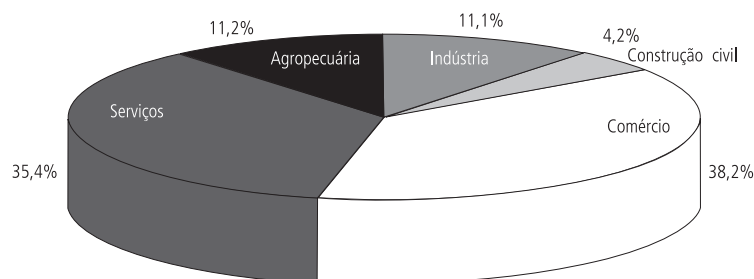
Porte	Idade						Total
	0	1	2	3	4	5 anos ou mais	
A	54.197	65.325	39.889	26.615	19.968	76.031	282.025
%	19,2	23,2	14,1	9,4	7,1	27,0	100,0
B	291.486	195.266	157.297	120.665	101.537	541.004	1.407.255
%	20,7	13,9	11,2	8,6	7,2	38,4	100,0
C	37.248	35.320	33.751	30.282	26.544	203.892	367.037
%	10,1	9,6	9,2	8,3	7,2	55,6	100,0
D	15.703	16.706	16.432	14.992	13.271	116.032	193.136
%	8,1	8,6	8,5	7,8	6,9	60,1	100,0
E	7.451	8.277	8.688	7.636	6.764	67.673	106.489
%	7,0	7,8	8,2	7,2	6,4	63,5	100,0
F	2.120	2.485	2.516	2.359	2.011	21.338	32.829
%	6,5	7,6	7,7	7,2	6,1	65,0	100,0
G	1.076	1.337	1.313	1.236	1.115	13.733	19.810
%	5,4	6,7	6,6	6,2	5,6	69,3	100,0
H	368	438	402	385	353	5.510	7.456
%	4,9	5,9	5,4	5,2	4,7	73,9	100,0
I	219	250	208	246	233	4.583	5.739
%	3,8	4,4	3,6	4,3	4,1	79,9	100,0
Total	409.868	325.404	260.496	204.416	171.796	1.049.796	2.421.776
%	16,9	13,4	10,8	8,4	7,1	43,3	100,0

Fonte: Rais de 2000.

### 3.4 Firmas por setor e região

Com relação à distribuição setorial, os setores de comércio e serviços respondem, juntos, por cerca de 74% dos estabelecimentos, principalmente concentrados em micro e pequenas empresas. Isso ocorre porque em comércio e serviços, as barreiras à entrada são praticamente inexistentes, tanto no tocante ao capital financeiro quanto ao capital humano [IBGE (2003)]. O Gráfico 1 mostra a distribuição setorial das firmas.

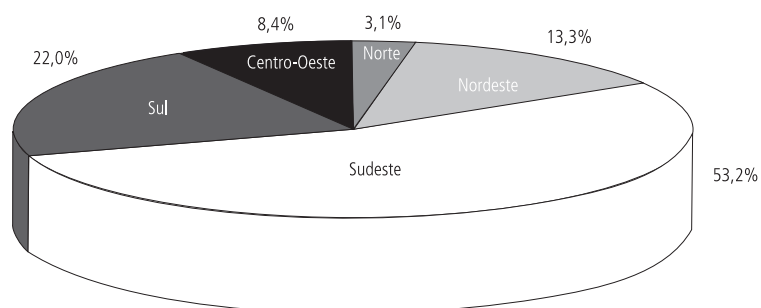
GRÁFICO 1  
DISTRIBUIÇÃO SETORIAL DAS FIRMAS — 2002



Fonte: Elaboração própria a partir de dados da Rais de 2002.

No tocante à distribuição regional, a região Sudeste concentra 53% de firmas do país. Em segundo lugar está a região Sul, com 22%. O Gráfico 2 mostra a distribuição por região.

GRÁFICO 2  
DISTRIBUIÇÃO REGIONAL DAS FIRMAS — 2002



Fonte: Elaboração própria a partir de dados da Rais de 2002.

### 3.5 Distribuição de nascimentos e taxas de mortalidade

As firmas de menor porte apresentam elevadas taxas de natalidade e mortalidade. Um estudo publicado pelo IBGE em 2003 mostra a forte correlação negativa entre as taxas de natalidade e mortalidade dessas firmas e seu porte.

O que se observa é que, se por um lado os microempreendedores aproveitam facilidades que servem de estímulos para a abertura de novos negócios — fator que explica a elevada taxa de natalidade das unidades de porte micro —, por outro, possuem algumas características decisivas para o seu desaparecimento: negócios pouco planejados, pouca experiência por parte dos empreendedores, dificuldades de acesso ao crédito, entre outros obstáculos, justificam sua elevada taxa de mortalidade.

Os Gráficos 3 e 4 mostram a distribuição proporcional dos nascimentos de firmas e as taxas de mortalidade por porte, respectivamente.

GRÁFICO 3  
EVOLUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DOS NASCIMENTOS

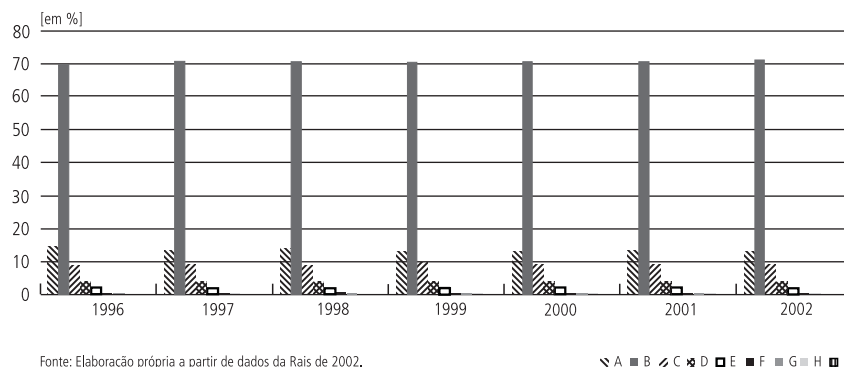
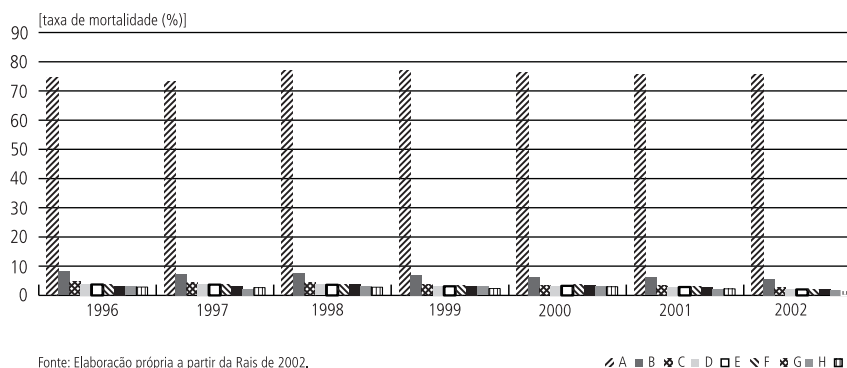


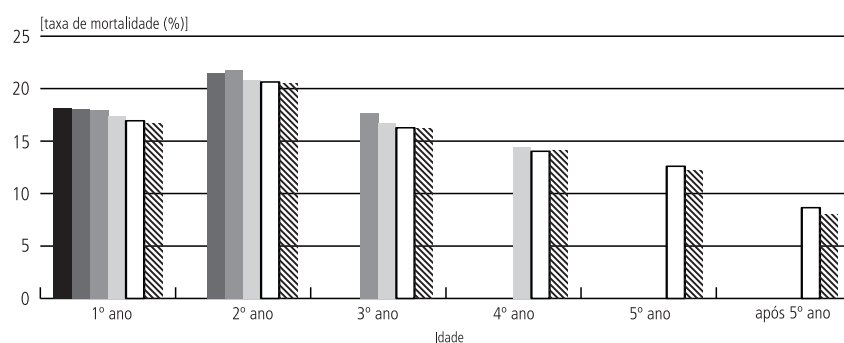
GRÁFICO 4  
EVOLUÇÃO DA TAXA DE MORTALIDADE POR PORTE



O Gráfico 5 mostra a evolução, no período 1996-2002, das taxas de mortalidade de acordo com a idade das firmas. A curva de mortalidade evidencia que o risco dos empreendimentos aumenta no segundo ano de vida, provavelmente em virtude do esgotamento, durante o primeiro ano de operações, dos recursos acumulados pelos microempreendedores que estão iniciando um negócio.

Em linhas gerais, o perfil das empresas brasileiras é de alta concentração de firmas de menor porte, com grande dinamismo e instabilidade, evidenciados por taxas de natalidade e mortalidade observadas entre essas firmas. Os estabelecimentos se concentram, em sua maioria, na região Sudeste e pertencem preponderantemente aos setores de comércio e serviços.

GRÁFICO 5  
TAXA DE MORTALIDADE POR FAIXA ETÁRIA



Fonte: Elaboração própria a partir da Rais de 2002.

■ 1996-1997 ■ 1997-1998 ■ 1998-1999 ■ 1999-2000 □ 2000-2001 ▨ 2001-2002

## 4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

### 4.1 Identificação de nascimento e fechamento de firmas

O critério para identificação de nascimento de um estabelecimento no ano  $t$  é a ausência de informações na Rais no ano  $t - 1$  e a presença na Rais no ano  $t$ . Uma morte no ano  $t$  é identificada a partir de presença na Rais em  $t - 1$  e ausência em  $t$ .<sup>4</sup>

### 4.2 Eventos demográficos das firmas e suas probabilidades

O nascimento de uma firma — ou qualquer outra variável demográfica, como morte ou mudança de porte — é definido como um experimento associado a

4. Uma análise dos dados da Rais revela que parte das firmas não responde à Rais em um determinado ano, mas responde em anos posteriores. O procedimento ora adotado transforma uma omissão em morte no ano da omissão e em nascimento no ano em que a firma volta a responder à Rais. Para os objetivos deste trabalho, não valeria a pena a compensação das omissões por várias razões, entre as quais: a) no(s) ano(s) da omissão perdem-se informações sobre mudanças de porte, importantes para os cálculos demográficos; b) no período próximo a 2002, não se têm informações que possam distinguir omissões de mortes verdadeiras, o mesmo acontecendo com nascimentos verdadeiros *versus* omissões em períodos próximos a 1995; e c) as taxas obtidas nos diversos anos são consistentes entre si. Ou seja, trabalhou-se com os dados originais da Rais.

uma distribuição discreta de probabilidades dos possíveis eventos resultantes desse experimento.

Se adotada a classificação por portes antes definida, a distribuição dos nascimentos seria composta por nove probabilidades,  $P_A, P_B, P_C, P_D, P_E, P_F, P_G, P_H$  e  $P_I$  cuja soma seria igual a 100%.

O número de nascimentos de firmas de um determinado porte em um determinado ano, dividido pelo número total de nascimentos nesse ano, é a estimativa de máxima verossimilhança da respectiva probabilidade teórica [ver De Groot e Schervish (2002, p. 358)]. De forma semelhante, seria possível estimar as probabilidades dos outros eventos demográficos, tais como morte, crescimento ou redução de porte.

### 4.3 Estados e probabilidades de transição entre estados

Inicialmente, serão formalizados alguns conceitos, provenientes do método estocástico [ver Ravindran, Philips e Solberg (1987)], que foram utilizados no decorrer deste trabalho.

*Estado* de uma firma, no ano  $t$ , é uma determinada característica para a qual se quer avaliar o perfil de estoque. Neste estudo, classificou-se o estoque de firmas segundo porte e idade. Essa classificação definirá um determinado conjunto de estados em que as firmas podem transitar.

*Probabilidade de transição de estados* é a probabilidade de uma firma passar de um estado para outro, no decorrer de um ano.<sup>5</sup> Por exemplo, no caso da classificação por portes, a firma que está no estado  $B$  em um determinado ano, poderia passar, no ano seguinte, para os estados  $A$  (redução de porte),  $B$  (manutenção do porte),  $C$  (crescimento) ou  $G$  (crescimento). Como cada um desses eventos está associado a uma probabilidade e como a soma dessas probabilidades deveria ser igual a 100%, deve-se acrescentar um estado ( $M$ ), que corresponderia à morte do estabelecimento.

As probabilidades assim estimadas são condicionais. A hipótese simplificadora dessa modelagem é de que a probabilidade condicional de mudança de estado só depende do último estado e não dos anteriores.

### 4.4 Processo demográfico de firmas — modelo de dois estados

Para modelar o processo demográfico como um processo estocástico, tome-se como ponto de partida a Figura 1.

No modelo assim representado, existe uma atividade econômica permanente onde as firmas crescem, mantêm ou reduzem seu porte, de acordo com as condições de mercado. Nesse ambiente, alguns atores saem de cena e outros entram ano a ano. Um modelo equivalente poderia ser representado como na Figura 2.

5. A modelagem estocástica foi construída em intervalos discretos de tempo de um ano, dado que essa é a periodicidade da Rais.



FIGURA 1  
**MODELO DEMOGRÁFICO ORIGINAL (MDO)**

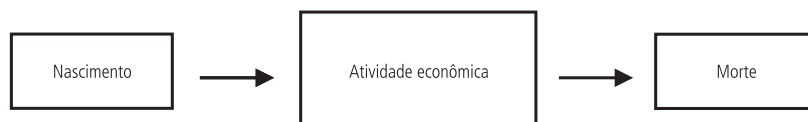
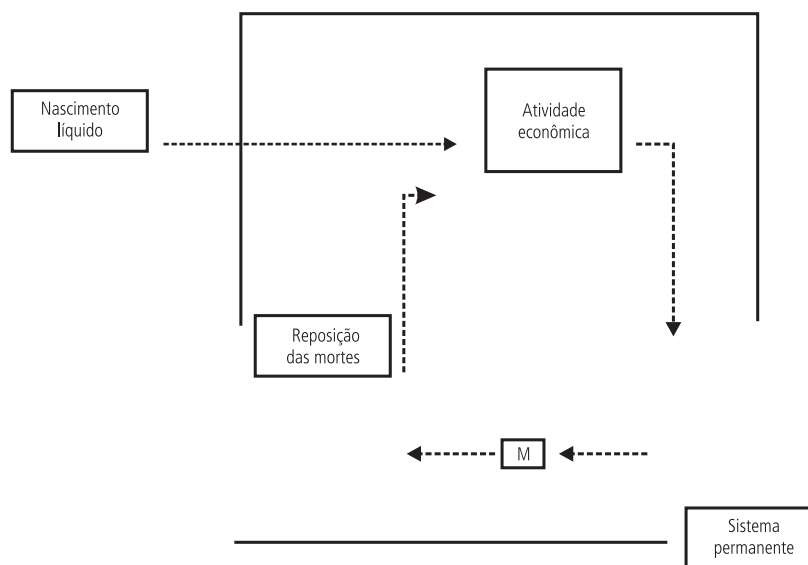


FIGURA 2  
**MODELO DEMOGRÁFICO EQUIVALENTE (MDE)**



Nessa nova representação (MDE), supõe-se a “reposição” de todas as mortes e mais o nascimento líquido (NL). O modelo agora tem duas partes: uma permanente, composta pela atividade econômica com reposição das mortes e outra composta pelos efeitos conjunturais, representados pelo NL de firmas. O estado denominado M (morte) passa a ser, também, origem para os nascimentos.

Na parte permanente do processo, a reposição das mortes simula uma situação em que uma firma morta possa retornar, não necessariamente com o mesmo porte, porém com 0 ano. Essa situação não é o que na realidade ocorre, pois as firmas que nascem não são as mesmas que morrem. Trata-se de uma hipótese do modelo, cujo efeito é mensurável e pode ser compensado, como será detalhado a seguir.

Supõe-se um processo demográfico de firmas com apenas dois estados: vivo ou morto. Ou seja, diferenças de porte e idade não são consideradas na definição dos estados. Supõe-se também que a taxa de mortalidade seja de  $\alpha\%$  e que seja válida a hipótese de reposição das mortes.

Então, poder-se-ia estabelecer a seguinte relação para o cálculo do estoque no ano  $t$ :<sup>6</sup>

$$E_t = (1 - \alpha)E_{t-1} + \alpha E_{t-2} \quad (1)$$

onde  $E_t$  é o estoque de firmas no ano  $t$ . É fácil perceber que o modelo assim construído tende a se estabilizar em um certo nível de estoque (que depende do estoque inicial e da taxa de mortalidade), pois o estoque de um ano qualquer é sempre a média ponderada dos estoques dos dois anos anteriores.

Passar-se-á agora a provocar perturbações no número de nascimentos e verificar as alterações correspondentes no modelo.

Para verificar o efeito de um NL não-nulo, admita-se que o sistema, até o ano  $t - 1$ , estava em regime permanente com estoque de mil firmas ao final de cada ano e NL nulo; que, no ano  $t$ , houve um NL equivalente a 50 firmas; e que, nos anos seguintes, não houve nenhum NL. Então:

$$E_{t-1} = 1.000 \text{ e } E_t = 1.050$$

O cálculo dos estoques nos anos seguintes será:

$$E_{t+1} = 90\% * 1.050 + 10\% * 1.000 = 1.045,00$$

$$E_{t+2} = 90\% * 1.045 + 10\% * 1.050 = 1.045,50$$

6. Essa fórmula pode ser deduzida a partir das seguintes relações:

(1)  $E_t = E_{t-1} + N_t - M_t$ , onde  $N_t$  e  $M_t$  são nascimentos e mortes no ano  $t$ , respectivamente;

(2)  $M_t = \alpha E_{t-1}$ , e

(3)  $N_t = M_{t-1}$ . Substituindo (2) e (3) em (1), obtém-se a referida fórmula.

$$E_{t+3} = 90\% * 1.045,5 + 10\% * 1.045 = 1.045,45$$

$$E_{t+4} = 90\% * 1.045,45 + 10\% * 1.045,5 = 1.045,46$$

$$E_{t+5} = 90\% * 1.045,46 + 10\% * 1.045,45 = 1.045,45$$

$$E_{t+6} = 90\% * 1.045,45 + 10\% * 1.045,46 = 1.045,45 \text{ etc.}$$

Pode-se verificar que o estoque tende a se estabilizar no quinto ano a partir do choque do NL e que o sistema volta ao regime permanente.<sup>7</sup>

Como o sistema estava estabilizado em mil firmas e houve um NL de 50 firmas, era de se esperar que o estoque se estabilizasse em 1.050 firmas, e não em 1.045,45 como foi constatado. A explicação para esse fato é que o MDE cria um estado (M), de passagem entre dois momentos “vivos”, cujo efeito é que as firmas “ficam” nesse estado M por um ano antes de um novo nascimento. Isso vai implicar que, no regime permanente, uma parte do estoque estará no estado M. No exemplo, 4,55 das 50 novas firmas permanecem no estado M quando o sistema entra no regime permanente. No caso de mais de um estado “vivo” (por exemplo, diversos portes), esse efeito pode ser facilmente compensado redistribuindo-se esse contingente proporcionalmente entre os estados “vivos”, de forma que a soma das participações dos estados “vivos” seja 100% e o perfil do estoque de firmas vivas possa ser descrito.

Admitindo-se, entretanto, que o nascimento líquido ocorresse permanentemente a uma taxa de 5% sobre o estoque do ano anterior, o novo modelo poderia ser representado pela equação (2):

$$E_t = \alpha(E_{t-2}) + (1 - \alpha + \beta)E_{t-1} \quad (2)$$

onde  $\beta$  é a taxa de NL, em relação ao estoque do ano anterior.

A Tabela 4 mostra uma simulação da evolução do estoque caso o sistema estivesse em regime permanente com mil firmas e taxa de mortalidade igual a 10% e, a partir de um momento  $t$ , houvesse um NL permanente igual a 5% do estoque do ano anterior.

Como se pode observar na Tabela 4, embora o valor do estoque não se estabilize (pois é crescente), a proporção entre firmas em um estado (vivas) em relação ao total em cada ano (vivas mais mortas), se estabiliza em um determinado patamar.

7. Aqui e no restante do trabalho, a simulação calcula o número de firmas como um número real, e não um inteiro, dado que o número inicial de firmas pode ser arbitrariamente grande.

TABELA 4  
EVOLUÇÃO DO ESTOQUE COM NL PERMANENTE

Ano	Estoque inicial	Nascimentos	Mortes	Estoque final	Estoque final (vivas) + mortas	% de vivas
$t-1$	1.000	100	100	1.000	1.100	90,9100
$t$	1.000	150	100	1.050	1.150	91,3043
$t+1$	1.050	153	105	1.098	1.203	91,2682
$t+2$	1.098	160	110	1.148	1.257	91,2715
$t+3$	1.148	167	115	1.200	1.315	91,2712
$t+4$	1.200	175	120	1.255	1.375	91,2712
$t+5$	1.255	183	125	1.312	1.437	91,2712
$t+6$	1.312	191	131	1.372	1.503	91,2712

O modelo de dois estados, com NL nulo e taxa de mortalidade constante [equação (1)] pode ser caracterizado como uma Cadeia de Markov. O modelo de Markov, conforme descrito na literatura especializada [ver De Groot e Schervish (2002, p. 79-87)], permite, dadas as condições iniciais e as probabilidades de transição de estados, a descrição do processo em qualquer instante  $t$ , bem como as probabilidades do regime permanente, ou seja, é possível calcular o valor do estoque estabilizado após um grande número de transições de estado. O relaxamento da condição de NL nulo, em um modelo de dois estados, embora faça com que o modelo deixe de ser markoviano, ainda permite a descrição do processo em qualquer momento  $t$  [através da equação (2)], bem como o cálculo das probabilidades do regime permanente (dadas pela proporção constante de firmas “vivas” sobre o total). As condições exigidas são taxas constantes de mortalidade e de NL.

#### 4.5 Generalização do modelo para $n$ estados

Nos modelos de dois estados, foi possível descrever o sistema em qualquer momento  $t$  analiticamente, ou seja, utilizando-se as equações (1) e (2), dadas as taxas de mortalidade, o NL e o estoque inicial. Se o modelo tiver um número maior de estados tornar-se-á bastante complexa a sua expressão analítica. É possível, entretanto, obter boas estimativas através de simulações, cujo método é descrito pela seguinte equação matricial:

$$D_{t+1} = \text{soma das colunas } (D_t \cdot P) \text{ para } t = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (3)$$

onde:

$D_t$  é a matriz diagonal de estoques contendo o número de firmas por estado no ano  $t$ ;

$P$  é a matriz de probabilidades de transição de estados;

$(D_t \cdot P)$  é a matriz produto; e

$D_{t+1}$  é a matriz diagonal de estoque no ano  $t + 1$ .

A seguir, é apresentado um exemplo para demonstrar a dinâmica da simulação de um processo em que os estados são especificados por portes. São definidos três estados: pequeno porte, grande porte e morte, com a seguinte matriz de probabilidades de transição:

TABELA 5  
MATRIZ DE PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO COM TRÊS ESTADOS

	Morte	Pequena	Grande
Nascimento	0,00	0,70	0,30
Pequena	0,25	0,50	0,25
Grande	0,15	0,15	0,70

Neste exemplo, a probabilidade de uma firma nascer pequena é de 70%, grande de 30%, de uma firma pequena morrer é de 25%, e assim por diante. Adicionalmente, suponha-se que no ano  $t$  o sistema está em equilíbrio, com a seguinte matriz diagonal de estoques:

$$D_t = \begin{matrix} \text{nascimentos} \\ \text{pequenas} \\ \text{grandes} \end{matrix} \begin{pmatrix} 1.625 & 0 & 0 \\ 0 & 3.682 & 0 \\ 0 & 0 & 4.693 \end{pmatrix}$$

A matriz produto será:

$$D_t \cdot P = \begin{matrix} & \text{mortes} & \text{pequenas} & \text{grandes} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1.137 & 487 \\ 921 & 1.841 & 921 \\ 704 & 704 & 3.285 \end{pmatrix}$$

$$\text{Totais} \quad 1.625 \quad 3.682 \quad 4.693$$

$$D_{t+1} = \begin{pmatrix} 1.625 & 0 & 0 \\ 0 & 3.682 & 0 \\ 0 & 0 & 4.693 \end{pmatrix}$$

A matriz produto simula o movimento do estoque do ano  $t$  para o ano  $t + 1$ . Das 1.625 firmas que nasceram, 1.137 foram de pequeno porte e 487 de grande porte (ver primeira linha da matriz produto). Na segunda linha, pode-se ver que, dentre as 3.682 pequenas firmas do ano  $t$ , 921 morreram, 1.841 permaneceram pequenas e 921 cresceram.

O estoque em  $t + 1$  está representado na linha de totais da matriz produto. Assim, ao final de  $t + 1$ , 1.625 firmas morreram e existiam 3.682 firmas de pequeno porte e 4.693 de grande porte, o que indica uma composição do estoque igual à de  $t$ . Assim  $D_{t+1}$  será idêntica a  $D_t$  e o processo está em equilíbrio.

Para simular uma situação em que o NL é igual a 5% do estoque do ano anterior, a matriz  $D_{t+1}$  será construída da seguinte forma:

$$D_{t+1} = \begin{pmatrix} \text{Mortes}_t + \text{NL} & 0 & 0 \\ 0 & \text{pequenas}_t & 0 \\ 0 & 0 & \text{grandes}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.043 & 0 & 0 \\ 0 & 3.682 & 0 \\ 0 & 0 & 4.693 \end{pmatrix}$$

Os procedimentos da simulação são idênticos ao anteriormente demonstrado, à exceção de que, em cada ano simulado, acrescenta-se o NL.

Através desse cálculo, é possível descrever a evolução esperada do processo demográfico e inferir um conjunto de parâmetros, como expectativa de vida e padrões de sobrevivência de firmas por porte. Além disso é possível também inferir a tendência do perfil do estoque das firmas a partir das atuais taxas demográficas, que corresponderia às probabilidades do regime permanente.

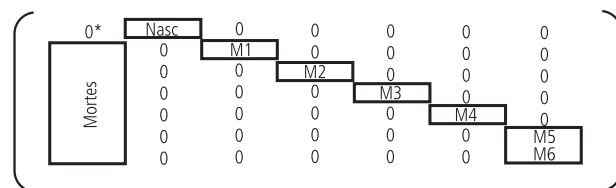
## 4.6 Cálculo das estimativas das matrizes de transição de estados

### 4.6.1 Matriz de evolução das firmas

A matriz de evolução das firmas mostra a evolução de todas as firmas do ano  $t$  para o ano  $t + 1$ , em termos de nascimento, morte e mudança de porte e idade.

A partir da Rais, é possível construir a matriz de evolução das firmas, cujo formato geral está na Figura 3. Essa matriz terá dimensão de 55 linhas por 55 colunas.

FIGURA 3  
ARQUITETURA DA MATRIZ DE EVOLUÇÃO DAS FIRMAS



onde:

Nasc = vetor de dimensão  $(1 \times 9)$  com o número de nascimentos em  $t + 1$  por porte;

Mortes = vetor de dimensão  $(54 \times 1)$  que contém as mortes em  $t + 1$  para cada porte/idade;

M1 = submatriz de evolução [de dimensão  $(9 \times 9)$ ] entre  $t$  e  $t + 1$  das firmas que nasceram em  $t$ ;

M2 = submatriz de evolução de firmas de 1 ano para 2 anos;

M3 = submatriz de evolução de firmas de 2 anos para 3 anos;

M4 = submatriz de evolução de firmas de 3 anos para 4 anos;

M5 = submatriz de evolução de firmas de 4 anos para 5 anos;

M6 = submatriz de evolução de firmas de 5 ou mais anos;

0 = matrizes de 0 de dimensão  $(9 \times 9)$ , cada uma; e

0\* = vetor nulo de dimensão  $1 \times 1$ .

No sentido de tornar claro o método de construção da matriz de evolução das firmas, é apresentada, na Tabela 6, a submatriz M1 (em cinza), que corresponde à situação em 2002 das firmas empregadoras que nasceram em 2001, do ponto de vista da sobrevivência e da mudança de porte. Essa tabela deve ser lida tal qual uma matriz de origem/destino em modelos de transportes: na primeira coluna estão os estados de origem (situação em 2001) e na primeira linha estão os estados de destino (situação em 2002). Assim, por exemplo, pode-se perceber que dos 52.601 estabelecimentos de porte A nascidos em 2001, 38.113 fecharam em 2002, enquanto 3.690 continuaram com porte A, 9.969 cresceram para porte B, e assim por diante.

TABELA 6  
SITUAÇÃO EM 2002 DAS FIRMAS QUE NASCERAM EM 2001

	Mortes	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Total
A	38.113	3.690	9.969	554	170	76	21	7	-	1	52.601
B	23.399	56.388	176.884	15.553	2.573	573	77	45	6	3	275.501
C	2.229	3.505	7.090	16.704	5.279	772	87	27	4	1	35.698
D	946	1.120	913	2.226	7.647	2.275	163	37	10	1	15.338
E	391	444	306	219	963	4.226	739	116	13	2	7.419
F	110	101	63	43	51	313	1.246	298	28	6	2.259
G	57	48	28	18	19	30	140	753	121	18	1.232
H	19	20	9	1	3	6	11	50	227	45	391
I	8	9	4	2	1	6	1	4	29	173	237
Total	65.272	65.325	195.266	35.320	16.706	8.277	2.485	1.337	438	250	390.676

Fonte: Rais de 2001 e 2002.

#### 4.6.2 Estimativa da matriz de transição de estados

A estimativa da matriz de probabilidades de transição de estados será calculada a partir da matriz de evolução pela proporção, em cada célula, entre o valor da célula e o total da respectiva linha.

Se os elementos da matriz de evolução forem representados por

$$E_{ij} \quad i, j = [1, 2, \dots, 55]$$

e os elementos da matriz de transição forem representados por

$$T_{ij} \quad i, j = [1, 2, \dots, 55]$$

então qualquer elemento  $T_{ik}$  pode ser calculado como:

$$T_{ik} = \frac{E_{ik}}{\sum_{j=1}^{55} E_{ij}}$$



Para maior estabilidade do modelo, optou-se por calcular a estimativa da matriz através da média das probabilidades de transição dos três últimos anos. A estimativa da matriz de transição, atualizada a cada ano, será a média móvel das três últimas matrizes em que a Rais estiver disponível.<sup>8</sup>

## 5 PRINCIPAIS RESULTADOS

Conforme realçado na exposição metodológica, o modelo permite descrever a evolução esperada do processo demográfico e inferir um conjunto de parâmetros, tais como expectativa de vida e padrões de sobrevivência das firmas. Além disso, é possível também inferir a tendência do perfil do estoque das firmas a partir das atuais taxas demográficas, que corresponderia às probabilidades do regime permanente. Essas questões são tratadas mais detalhadamente a seguir:<sup>9</sup>

### 5.1 Expectativa de vida das firmas ao nascer

Para responder a essa questão, efetuou-se a simulação do nascimento de novas firmas, em cada porte, e sua evolução por até 100 anos. A expectativa de vida, em cada porte, foi calculada através da fórmula:

$$X_p = \frac{\sum_{i=1}^{100} iM_{ip}}{\sum_{i=1}^{100} M_i}$$

onde  $X_p$  é a expectativa de vida de firmas de porte  $p$ ,  $i$  é a numeração do ano,  $M_{ip}$  é o número de mortes de firmas de porte  $p$  ocorridas no ano  $i$ .

Os resultados são apresentados na Tabela 7, que mostra que a expectativa de vida é diretamente proporcional ao porte da firma ao nascer. Deve-se observar que esse cálculo não depende apenas das taxas de mortalidade dos diversos portes originais. Isso porque as firmas podem mudar de porte a partir do seu nascimento e, com isso, alteram-se os respectivos riscos de morte.

8. Nota do editor: As três matrizes de evolução das firmas (2000, 2001 e 2002), bem como a estimativa da matriz de transição de 2002 compõem, respectivamente, os Anexos 1, 2, 3 e 4, que estão disponíveis com os autores.

9. Evidentemente, como se trata de um cálculo probabilístico, os resultados fornecidos pelo método correspondem ao conceito de esperança matemática do valor das variáveis.

TABELA 7  
EXPECTATIVA DE VIDA DE FIRMAS AO NASCER POR PORTE

Porte <sup>a</sup>	Expectativa de vida (em anos)
A	3,28
B	8,69
C	11,95
D	13,97
E	15,66
F	17,15
G	18,39
H	20,23
I	21,34
Geral	8,70

<sup>a</sup> Porte do nascimento.

## 5.2 Expectativa de vida das firmas com dois anos

Poder-se-ia calcular também a expectativa de vida de firmas de uma determinada idade. Já foi mostrado anteriormente que a idade com maior ocorrência de mortes é a de dois anos. A Tabela 8 mostra as expectativas de vida para firmas que estavam vivas com dois anos.

Finalmente cabe observar que a expectativa geral de vida é muito próxima daquela observada para firmas de um a quatro empregados devido ao enorme quantitativo de firmas desse porte.

TABELA 8  
EXPECTATIVA DE VIDA DE FIRMAS COM DOIS ANOS POR PORTE

Porte <sup>a</sup>	Expectativa de vida (em anos) <sup>b</sup>
A	13,59
B	13,61
C	16,34
D	18,47
E	20,24
F	21,83
G	23,29
H	24,92
I	26,14
Geral	14,44

<sup>a</sup> Porte do nascimento.

<sup>b</sup> Trata-se da expectativa de vida total dessas firmas, e não de vida remanescente.

### 5.3 Padrão de sobrevivência e geração de postos de trabalho

Foi feita uma simulação dos nascimentos de firmas para 2003 e a evolução dessas novas firmas até o ano de 2008, com base na estimativa da matriz de transição de 2002 aplicada sobre a Rais de 2002. A Tabela 9 mostra o resultado da simulação, com o número de firmas sobreviventes segundo o porte de nascimento.

A simulação mostra que, após cinco anos, pouco mais de 40% das firmas nascidas, em média, continuam operando. A maior taxa de mortalidade atinge as firmas que nascem sem empregados, no seu primeiro ano de vida.

TABELA 9  
SIMULAÇÃO DA EVOLUÇÃO DA SOBREVIVÊNCIA DE FIRMAS

Porte		2003	2004	2005	2006	2007	2008
0	Firmas	54.841	15.269	11.469	9.404	7.952	6.886
	Base 100	100	28	21	17	14	13
1 a 4	Firmas	291.926	265.837	205.817	169.114	143.127	124.001
	Base 100	100	91	71	58	49	42
5 a 9	Firmas	37.751	35.087	30.653	27.164	24.238	21.825
	Base 100	100	93	81	72	64	58
10 a 19	Firmas	16.130	14.978	13.431	12.237	11.201	10.316
	Base 100	100	93	83	76	69	64
20 a 49	Firmas	7.879	7.313	6.661	6.137	5.682	5.292
	Base 100	100	93	85	78	72	67
50 a 99	Firmas	2.321	2.156	1.981	1.831	1.707	1.600
	Base 100	100	93	85	79	74	69
100 a 249	Firmas	1.230	1.137	1.051	971	909	858
	Base 100	100	92	85	79	74	70
250 a 499	Firmas	396	375	346	322	301	286
	Base 100	100	95	87	81	76	72
> 500	Firmas	228	216	200	186	174	166
	Base 100	100	95	88	81	76	73
Total	Firmas	412.703	342.368	271.608	227.367	195.291	171.230
	Base 100	100	83	66	55	47	41

Um exercício semelhante poderia dimensionar o impacto no número de novos postos de trabalho em função da sobrevivência das firmas que nascem em um determinado ano. O efeito dessa evolução sobre o número de postos de trabalho seria o resultado líquido das mudanças de porte (crescimento ou redução de porte) e das mortes ocorridas. Estimou-se o número de trabalhadores supondo-se que o número médio de postos de trabalho em cada porte se mantenha constante.<sup>10</sup> A Tabela 10 apresenta os resultados da simulação, em números absolutos e em números-índice, respectivamente.<sup>11</sup>

TABELA 10  
EVOLUÇÃO SIMULADA DO NÚMERO DE NOVOS POSTOS DE TRABALHO EM FIRMAS COM NASCIMENTO PREVISTO EM 2003

Porte		2003	2004	2005	2006	2007	2008
0 a 4	Empregos	552.956	573.848	578.444	571.873	568.029	554.416
	Base100	100	104	105	103	103	100
5 a 9	Empregos	245.284	241.459	231.178	219.716	211.515	201.232
	Base100	100	98	94	90	86	82
10 a 19	Empregos	215.757	218.770	210.394	198.988	191.197	181.417
	Base100	100	101	98	92	89	84
20 a 49	Empregos	236.176	232.680	221.260	208.494	202.604	194.072
	Base100	100	99	94	88	86	82
50 a 99	Empregos	160.544	161.912	155.675	147.647	146.258	141.962
	Base100	100	101	97	92	91	88
100 a 249	Empregos	189.395	187.771	186.512	177.198	175.776	170.473
	Base100	100	99	98	94	93	90
250 ou mais	Empregos	522.633	449.808	405.721	347.905	314.216	283.039
	Base100	100	86	78	67	60	54
Total	Empregos	2.123.344	2.066.850	1.989.769	1.872.381	1.810.143	1.727.138
	Base100	100	97	94	88	85	81

10. A Tabela 1, na Seção 2, contém o número médio de postos de trabalho por portes em 2002. Entretanto, adotou-se, por coerência com a metodologia de cálculo das matrizes de transição, a média dos últimos três anos para o número médio de postos de trabalho por porte.

11. A estimativa do número de trabalhadores é o produto de duas variáveis aleatórias (VA) independentes: o número de firmas e a média de postos de trabalho por firma. O valor esperado do produto dessas VAs é o produto de seus valores esperados [ver De Groot e Schervish (2002, p. 194)]. O último intervalo de porte (acima de 500 empregados) não é limitado superiormente. Assim o valor médio do número de trabalhadores por firma nesse porte pode variar muito e distorcer os resultados. Por isso, optou-se por apresentar os resultados acumulando os dois últimos intervalos. Acumularam-se também os dois primeiros intervalos, tendo em vista que as firmas com 0 empregado apresentariam crescimento infinito.

De acordo com as projeções do modelo expostas na Tabela 10, as novas firmas em 2003 gerariam 2.123 milhões de postos de trabalho, dos quais 1.014 milhão (48%) seriam gerados por microfirms de até 19 empregados. Por outro lado, as firmas de até quatro empregados conseguem compensar a alta mortalidade com as mudanças de porte, alcançando o mesmo nível de emprego após cinco anos do nascimento.

É importante observar que a evolução projetada pelo modelo é característica das condições econômicas do período-base da estimativa da matriz de transição. Assim, os números expostos refletem a expectativa de evolução das firmas que iriam nascer a partir do ambiente econômico vigente no período 2000-2002. Para comparação, a Tabela 11 mostra a evolução, até 2001, observada em firmas que nasceram em 1996.

TABELA 11  
EVOLUÇÃO OBSERVADA DO NÚMERO DE POSTOS DE TRABALHO E FIRMAS COM NASCIMENTO EM 1996  
[1996 = 100]

		1996	1997	1998	1999	2000	2001
0-4	Empregos	100	117	112	107	106	102
	Firmas	100	80	62	50	43	37
5-9	Empregos	100	100	94	87	85	80
	Firmas	100	91	77	66	57	51
10-19	Empregos	100	96	86	80	76	73
	Firmas	100	91	78	67	58	51
20-49	Empregos	100	100	91	86	81	77
	Firmas	100	91	78	67	58	52
50-99	Empregos	100	89	78	71	72	65
	Firmas	100	91	77	68	60	54
100-249	Empregos	100	86	74	65	63	59
	Firmas	100	91	79	67	59	53
> 250	Empregos	100	92	82	78	72	69
	Firmas	100	96	87	80	72	66
Total	Empregos	100	99	91	85	82	78
	Firmas	100	82	64	53	45	40

Pode-se observar que a evolução percentual do número de firmas e do número de trabalhadores projetada pelo modelo para cinco anos aproxima-se bastante da evolução observada no período 1996-2001, em especial se for considerada a comparação entre os totais.

#### 5.4 Tendência do perfil do estoque

Foi realizada uma simulação utilizando a estimativa da matriz de transição de 2002 e a manutenção das probabilidades de transição por  $n$  anos, até a estabilização do perfil do estoque. O resultado mostra se as atuais taxas demográficas resultariam, ou não, em um perfil de estoques diferente daquele atualmente observado. As Tabelas 12 e 13 comparam o perfil do estoque de firmas observado em 2002 e a tendência do perfil, obtida pelas probabilidades do regime permanente, por porte e idade, respectivamente.

TABELA 12  
COMPARAÇÃO DO PERFIL DO ESTOQUE DE FIRMAS POR PORTE  
[em %]

Porte	2002	Tendência
A	11,6	11,4
B	58,1	57,5
C	15,2	15,6
D	8,0	8,3
E	4,4	4,6
F	1,4	1,3
G	0,8	0,8
H	0,3	0,3
I	0,2	0,2
Total	100,0	100,0

TABELA 13  
COMPARAÇÃO DO PERFIL DO ESTOQUE DE FIRMAS POR IDADE  
[em %]

Idade (anos)	2002	Tendência
0	16,9	16,3
1	13,4	13,0
2	10,8	9,9
3	8,4	7,9
4	7,1	6,5
Mais de 4	43,3	46,4
Total	100,0	100,0

Os resultados mostram que as atuais taxas demográficas não induzem um perfil de estoque de firmas significativamente diferente do atual. Pode-se observar, entretanto, uma leve tendência de maior longevidade das firmas.

## 6 CONCLUSÕES

A aplicação do modelo permite estimar os padrões demográficos das firmas em um determinado ambiente econômico. Esses padrões poderiam servir de base para projeções econômicas, fiscais e do mercado de trabalho formal. Alguns deles foram calculados com base na estimativa da matriz de transição de 2002, que refletia as condições médias do ambiente econômico do triênio 2000/2002. Tais padrões eram: expectativa de vida, sobrevivência e potencial de geração e manutenção de novos postos de trabalho na economia e tendência do perfil do estoque.

O modelo se caracteriza pela flexibilidade. Através do método de simulação, obtém-se facilmente qualquer padrão demográfico, a partir da estimativa da matriz de transição.

Uma possível aplicação do modelo, que não foi desenvolvida neste trabalho, seria a simulação do impacto de diferentes políticas públicas. A principal dificuldade dessa aplicação seria a previsão de todas as alterações que uma determinada política poderia trazer ao sistema demográfico. Por exemplo, uma política de simplificação dos impostos poderia induzir a formalização de micronegócios informais, que corresponderia a um acréscimo de  $x\%$  (cujo valor seria relativamente simples de se estimar) no NL. Entretanto, não seria trivial prever qual o efeito colateral desse aumento dos nascimentos na taxa de mortalidade. Caso não houvesse políticas complementares, tais como assistência técnica e facilidade de crédito, o efeito positivo na geração de empregos formais poderia ser parcialmente anulado por um aumento da taxa de mortalidade.

Aplicações do modelo na área de previsão poderão ser realizadas com auxílio da técnica de cenários após estudos complementares sobre a correlação estatística entre as taxas demográficas das firmas e as variáveis macroeconômicas, como crescimento do PIB.

## ABSTRACT

The aim of this paper is to model the demographic dynamics of Brazilian firms. The methodology is based on the Stochastic Processes Theory. The model allows the identification of survival patterns of Brazilian firms, such as life expectancy and labor demand of micro, small, medium and large companies. It also permits to identify the long-term trend of companies profiles in terms of number of employees and firms' age. The data used covers the period 1995-2002 and has its origins in the *Relação Anual de Informações Sociais (Rais)*, a report compulsorily filled out every year by Brazilian enterprises, and sent to the Labor Ministry with information about workers of the formal sector of the economy.

**BIBLIOGRAFIA**

- BNDES. *Informe-se*, n. 36, n. 46, n. 50, n. 51, n. 52 e n. 53. Acessíveis em:  
<[www.federativo.bndes.gov.br](http://www.federativo.bndes.gov.br)>.
- CLARKE, A. B., DISNEY, R. L. *Probability and random processes: a first course with applications*. John Wiley & Sons, 1985.
- DE GROOT, M., SCHERVISH, M. *Probability and statistics*. 3<sup>rd</sup> ed. Addison Wesley, 2002.
- ENDERS, W. Applied econometrics time series. *Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics*, 1948.
- GEWEKE, J., MARSHALL, R., ZARKIN, G. Mobility indices in continuous time Markov chains. *Econometrica*, v. 54, n. 6, p. 1.407-1.423, 1986.
- IADB. *Enterprise development strategy: small and medium-sized enterprises*. Set. 2003. Acessível em:  
<<http://www.iadb.org/sds/doc/759eng.pdf>>.
- IBGE. *As micro e pequenas empresas comerciais e de serviços no Brasil: 2001*. Rio de Janeiro: Coordenação de Serviços e Comércio, 2003.
- MINISTÉRIO DO TRABALHO E EMPREGO. *Rais*, 1995 a 2000. Acessível em:  
<<http://www.mte.gov.br>>.
- RAVINDRAN, A., PHILIPS, D. T., SOLBERG, J. J. *Operations research*. John Wiley & Sons, 1987.

(Originais recebidos em novembro de 2004. Revistos em março de 2005.)