Elasticidades de Engel para dispêndios familiares na cidade do Rio de Janeiro: outro método de estimação *

RODOLFO HOFFMANN **

1 — Introdução

Rossi (1982) compara vários métodos de estimar elasticidades de Engel, utilizando os dados do ENDEF (Estudo Nacional da Despesa Familiar) [cf. FIBGE (1978)] referentes à área metropolitana do Rio de Janeiro, que consistem na despesa familiar média com alimentação, vestuário, etc., para nove classes de despesa corrente (a Tabela 1 mostra a distribuição das famílias pelas nove classes).

2 — O outro método: ajustamento de uma poligonal

Seja X_i o valor da despesa corrente por família na i-ésima classe e seja Y_i o valor médio, nessa classe, de uma determinada categoria de dispêndio. Propomos que a estimativa das elasticidades de Engel seja feita através do ajustamento de uma poligonal nos logaritmos dessas variáveis. Se considerarmos uma poligonal com dois vértices (três segmentos), o modelo fica:

$$\log Y_i = \alpha + \beta \log X_i + \sum_{h=1}^{2} \delta_h Z_{hi} (\log X_i - \log \theta_h) + u_i \qquad (1)$$

* O autor agradece ao Prof. Geraldo Sant'Ana de Camargo Barros pelas sugestões.

** Da ESALQ/USP.

TABELA 1

Distribuição das famílias da área metropolitana do Rio de Janeiro por nove classes de despesa corrente da família — 1974

Classes	Limites da classe (em Cr$ de 1974 por ano)	Valor aproximado (em salários mínimos)	Número de famílias (milhares)
1	Menos de 4.500	Menos de 1,0	30
2	4.500 a 8.999	1,0 a 2,0	141
3	9.000 a 15.799	2,0 a 3,5	376
4	15.800 a 22.599	3,5 a 5,0	342
5	22.600 a 31.599	5,0 a 7,0	314
6	31.600 a 45.199	7,0 a 10,0	238
7	45.200 a 67.799	10,0 a 15,0	163
8	67.800 a 134.799	15,0 a 30,0	129
9	Mais de 134.799	Mais de 30,0	51
Total			1.784

FONTE: FIBGE (1978).

onde θ_h é o nível de despesa corrente correspondente ao h-ésimo vértice da poligonal (com $\theta_1 < \theta_2$) e Z_{hi} é uma variável binária tal que $Z_{hi} = 0$ para $X_i < \theta_h$ e $Z_{hi} = 1$ para $X_i \geqslant \theta_h$. Para fins de análise estatística, pressupõe-se que os u_i sejam erros independentes com distribuição normal de média zero e variância inversamente proporcional ao número de famílias na classe de despesa corrente. Assim sendo, o ajustamento do modelo será feito pelo método de mínimos quadrados ponderados, utilizando o número de famílias por classe de despesa corrente como fator de ponderação.

Os três segmentos da poligonal correspondem a três grandes estratos delimitados por θ_1 e θ_2. Dentro do primeiro grande estrato (estrato I), com $X < \theta_1$, a elasticidade de Engel é igual a β; no segundo grande estrato (estrato II), com $\theta_1 \leqslant X < \theta_2$, a elasticidade é igual a $\beta + \delta_1$; e no terceiro grande estrato (estrato III), com $X \geqslant \theta_2$, a elasticidade é igual a $\beta + \delta_1 + \delta_2$.

Para formar os três grandes estratos, correspondentes aos três segmentos da poligonal, as nove classes do ENDEF foram agrupadas de três maneiras distintas:

a) esquema 3-2-4, com $\theta_1 = 15.800$ e $\theta_2 = 31.600$;

b) esquema 3-3-3, com $\theta_1 = 15.800$ e $\theta_2 = 45.200$; e

c) esquema 4-2-3, com $\theta_1 = 22.600$ e $\theta_2 = 45.200$.

É claro que poderiam ser experimentados outros agrupamentos. Entretanto, considerando apenas os três esquemas acima, obtivemos, para todos os produtos considerados, ajustamentos melhores do que os obtidos por Rossi utilizando o método de Kakwani ou o método que ele denomina tradicional (ajustamento de regressões lineares de log Y contra $1/X$, de Y contra log X ou de log Y contra log X).

Na Tabela 2 é apresentado o valor da média ponderada dos quadrados dos desvios de Y para as poligonais ajustadas. O quadrado de cada desvio ($e_i = Y_i - \hat{Y}_i$, com $i = 1, \ldots, 9$) é ponderado pelo número de famílias na classe correspondente. Verifica-se que esse valor é, em todos os casos, menor do que qualquer uma das duas médias ponderadas de quadrados de desvios apresentada na Tabela 5 do artigo de Rossi (1982, p. 602).

Deve-se assinalar que, ao ajustar a poligonal, foi escolhido o esquema de agrupamento das classes do ENDEF que produzisse a menor soma ponderada de quadrados dos desvios em termos de log Y, isto é, considerando-se os desvios de log Y em relação ao respectivo valor estimado. Há três casos, entre os 19 itens analisados, em que esse critério não leva a escolher o esquema que produziu a menor média ponderada dos quadrados dos desvios em termos de Y (e não log Y).

Na Tabela 2 também é apresentado o valor do coeficiente de determinação (R^2), definido como a razão entre a S.Q.Regressão e a S.Q.Total, com esta sendo dada pela soma ponderada dos valores de $(W_i - \overline{W})^2$, onde $W_i = \log Y_i$ e $\overline{W}$ é a média ponderada dos W_i. Esses valores de R^2 *não* podem ser comparados com aqueles apresentados na Tabela 3 do artigo de Rossi (1982, p. 597), pois ele considerou como S.Q.Total a soma ponderada dos valores de W_i^2 (sem subtrair a média).

TABELA 2

Coeficiente de determinação múltipla (R^2, *em termos de log* Y) *e média ponderada dos quadrados dos desvios* ($e_i = Y_i - \hat{Y}_i$) *para as poligonais ajustadas*

Itens	Esquema de agrupamento	R^2	Média ponderada dos quadrados dos desvios
1 — Alimentação	3-2-4	0,9985	89.982
1.1 — Cereais	4-2-3	0,9770	2.788
1.2 — Tubérculos	3-2-4	0,9816	52
1.3 — Verduras	3-2-4	0,9937	440
1.4 — Frutas	3-2-4	0,9989	119
1.5 — Carne e peixe	3-2-4	0,9988	5.309
1.6 — Ovos, leite e queijo	4-2-3	0,9979	1.213
1.7 — Bebidas	3-2-4	0,9875	1.470
1.8 — Alimentação fora de casa	3-3-3	0,9964	8.224
1.9 — Açúcar, óleos, etc.	3-2-4	0,9790	2.201
2 — Vestuário	3-2-4	0,9987	27.253
3 — Habitação	3-2-4	0,9992	753.965
4 — Saúde	3-3-3	0,9998	1.314
5 — Educação	3-3-3	0,9914	2.333
6 — Recreação	4-2-3	0,9955	900
7 — Fumo	3-3-3	0,9774	4.616
8 — Veículo próprio	3-3-3	0,9916	8.900
9 — Transporte urbano	3-3-3	0,9964	2.237
10 — Outras despesas	4-2-3	0,9990	60.999

Na Tabela 3 são apresentados os valores das elasticidades de Engel estimados com base nas poligonais ajustadas. A elasticidade é constante dentro de cada segmento da poligonal log-log, ou seja, é a mesma para todas as classes do ENDEF que foram agrupadas para formar cada um dos três grandes estratos. Elasticidades variáveis dentro de cada segmento da poligonal podem ser obtidas se utilizarmos outras transformações das variáveis. Assim, se ajustarmos uma poligonal log-inversa, como é feito em Hoffmann e Furtuoso (1981), a elasticidade será decrescente dentro de cada segmento da poligonal.

O valor de t_1 apresentado na Tabela 3 permite testar a hipótese H_0: $\delta_1 = 0$ (a elasticidade é a mesma nos estratos I e II) e o valor de t_2 permite testar a hipótese H_0: $\delta_2 = 0$ (a elasticidade é a mesma nos estratos II e III). Verifica-se que quase sempre ao menos um desses dois valores de t é significativo ao nível de 5%, mostrando que é inapropriado adotar um modelo em que a elasticidade seja a mesma para todas as classes. Em geral, os testes t significativos correspondem a diminuições no valor do coeficiente de elasticidade quando se passa para o estrato superior.

TABELA 3

Elasticidades de Engel para dispêndios na área metropolitana do Rio de Janeiro, nos três grandes estratos, obtidas através do ajustamento de uma poligonal log-log, e testes t *para as mudanças de elasticidade entre estratos* [a]

Itens	Esquema de agrupamento	Elasticidade no estrato			Elasticidade média	t_1	t_2
		I	II	III			
1 — Alimentação	3-2-4	0,98	0,68	0,35	0,73	—4,3*	—5,4*
1.1 — Cereais	4-2-3	0,71	—0,12	0,00	0,43	—6,0*	0,7
1.2 — Tubérculos	3-2-4	0,74	0,59	0,23	0,57	—0,8	—2,2
1.3 — Verduras	3-2-4	1,08	0,67	0,28	0,74	—2,7*	—3,1*
1.4 — Frutas	3-2-4	1,31	1,51	0,51	1,19	2,0	—11,3*
1.5 — Carne e peixe	3-2-4	1,38	0,81	0,33	0,93	—7,2*	—7,0*
1.6 — Ovos, leite e queijo	4-2-3	1,01	0,64	0,46	0,85	—4,1*	—1,8
1.7 — Bebidas	3-2-4	0,66	0,99	0,15	0,67	1,8	—5,2*
1.8 — Alimentação fora de casa	3-3-3	1,13	0,78	0,69	0,91	—3,0*	—0,8
1.9 — Açúcar, óleos, etc.	3-2-4	0,75	0,38	0,01	0,46	—2,4	—2,7*
2 — Vestuário	3-2-4	1,20	1,61	0,92	1,29	3,3*	—6,4*
3 — Habitação	3-2-4	0,88	0,98	1,19	0,99	1,1	2,8*
4 — Saúde	3-3-3	1,13	1,22	1,08	1,17	2,3	—3,6*
5 — Educação	3-3-3	1,79	2,03	1,08	1,81	0,7	—2,6*
6 — Recreação	4-2-3	1,60	1,83	0,86	1,55	0,9	—3,3*
7 — Fumo	3-3-3	1,07	0,41	0,18	0,65	—3,4*	—1,2
8 — Veículo próprio	3-3-3	3,24	3,48	0,92	2,96	0,4	—4,4*
9 — Transporte urbano	3-3-3	1,18	0,67	0,09	0,80	—5,4*	—3,2*
10 — Outras despesas	4-2-3	1,27	1,79	1,36	1,42	4,4*	—3,2*

[a] t_1 refere-se à hipótese de que não há variação no valor da elasticidade do estrato I para o estrato II e t_2 refere-se à hipótese de que não há variação no valor da elasticidade do estrato II para o estrato III. O asterisco indica que o valor de t é significativo ao nível de 5%.

3 — A elasticidade média

Em lugar de apresentar a elasticidade no ponto médio, como faz Rossi (1982), consideramos preferível apresentar a elasticidade média, definida como o aumento relativo na categoria de dispêndio considerada que resultaria de um aumento de 1% no valor da despesa corrente de todas as famílias.

Seja n_i o número de famílias na i-ésima classe. O total da despesa corrente nessa classe é $g_i = n_i X_i$ e o dispêndio total com certo tipo de produto é $h_i = n_i Y_i$. Admitindo que a população esteja dividida em k classes, a despesa corrente de toda a população é:

$$G = \sum_{i=1}^{k} g_i \qquad (2)$$

e o dispêndio total da população com o tipo de produto considerado é:

$$H = \sum_{i=1}^{k} h_i \qquad (3)$$

A elasticidade média ou elasticidade de Engel para a população como um todo é:

$$\varepsilon = \frac{dH}{dG} \cdot \frac{G}{H} \qquad (4)$$

e a elasticidade dentro de cada classe é:

$$\varepsilon_i = \frac{dh_i}{dg_i} \cdot \frac{g_i}{h_i} \qquad (5)$$

Se o aumento relativo da despesa corrente é igual a λ em todas as classes, temos:

$$\frac{dg_1}{g_1} = \frac{dg_2}{g_2} = \ldots = \frac{dg_k}{g_k} = \frac{dG}{G} = \lambda \qquad (6)$$

e as relações (4) e (5) ficam:

$$\varepsilon = \frac{dH}{\lambda H} \tag{7}$$

e:

$$\varepsilon_i = \frac{dh_i}{\lambda h_i} \tag{8}$$

De (3) e (7), obtemos:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{k} \frac{dh_i}{\lambda h_i} \cdot \frac{h_i}{H}$$

Lembrando (8), segue-se que:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i \cdot \frac{h_i}{H} \tag{9}$$

isto é, a elasticidade média é igual a uma média ponderada das elasticidades em cada classe, sendo fator de ponderação a participação da classe no dispêndio total da população com o tipo de produto considerado.

Em termos globais, o que interessa é saber qual é a variação relativa de certa categoria de dispêndio que decorre de um aumento de 1% na despesa corrente da população. Isso, entretanto, depende da forma como esse aumento é distribuído entre as diversas classes, e a elasticidade média dada por (9) só é válida se o aumento percentual da despesa corrente for igual para todas as classes.[1] Note-se que a elasticidade no ponto médio ou elasticidade para uma família com despesa corrente média não é relevante para o problema em questão.

[1] Pode-se verificar que a expressão geral é:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i \cdot \frac{h_i}{H} \cdot \frac{\frac{dg_i}{g_i}}{\frac{dG}{G}}$$

É óbvio que, quando é ajustada a poligonal log-log com três segmentos, podemos considerar, no cálculo da elasticidade média, apenas os três grandes estratos (em lugar das nove classes do ENDEF).

Na Tabela 3 temos o valor da elasticidade média, de acordo com (9), para cada uma das categorias de dispêndio consideradas.

Deve-se assinalar que essas elasticidades médias não obedecem ao "critério da adição" [cf. Rossi (1982, p. 583)]. Verifica-se que a média ponderada das elasticidades das 10 categorias de dispêndio consideradas, sendo fator de ponderação a participação da categoria na despesa corrente total, é igual a 1,10, e não 1.

Bibliografia

FIBGE. *Estudo Nacional da Despesa Familiar — ENDEF*. Despesas das Famílias. Dados Preliminares. Região I — Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1978.

HOFFMANN, R., e FURTUOSO, M. C. O. *Determinação da elasticidade-renda da demanda de alimentos no estado de São Paulo através do ajustamento de uma poligonal.* III Encontro Brasileiro de Econometria, Olinda, Pernambuco, 8 a 10 de dezembro de 1981. Brasília, Sociedade Brasileira de Econometria, 1981.

ROSSI, J. W. Elasticidades de Engel para dispêndios familiares na cidade do Rio de Janeiro. *Pesquisa e Planejamento Econômico,* Rio de Janeiro, *12* (2) :579-606, ago. 1982.

(Originais recebidos em dezembro de 1982.)