

Demanda de moeda no Brasil: o problema da forma funcional *

ELEUTÉRIO F. S. PRADO **

I — Introdução

O objetivo deste trabalho é preencher uma lacuna apontada recentemente por Holanda Barbosa ¹ nesta revista, o qual apresentou uma resenha bastante completa das evidências empíricas contidas nos estudos de demanda de moeda no Brasil de vários autores. Referiu-se ele à inexistência ainda de estudo sobre a questão da forma funcional e à possibilidade de utilização da transformação de Box-Cox ² na solução do problema, a qual permite encontrar empiricamente, através do próprio processo de estimação, a especificação funcional mais conveniente. Com o intuito de preencher a referida lacuna, procuramos sintetizar os resultados obtidos por nós ³ em tese de mestrado apresentada à Universidade de São Paulo, não publicada.

* O autor deseja agradecer a orientação de Denisard C. de Oliveira Alves e os comentários críticos de Adroaldo M. da Silva.

** Da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas.

¹ Fernando de Holanda Barbosa, "A Demanda de Moeda no Brasil: Uma Resenha da Evidência Empírica", in *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol. 8, n.º 1 (abril de 1978), pp. 33-82.

² G. E. P. Box e D. R. Cox, "An Analysis of Transformations", in *Journal of Royal Statistical Society, Série B*, vol. 26 (1964), pp. 211-243.

³ Eleutério F. S. Prado, "Forma Funcional em Econometria: Uma Aplicação à Estimação de Demanda de Moeda para o Brasil", tese de mestrado (Universidade de São Paulo, 1977).

O trabalho consta das seguintes partes: a Seção 2 mostra como é possível generalizar as formas funcionais usadas comumente na estimação econométrica de modelos; a Seção 3 trata do método de estimação dos parâmetros da função generalizada; a Seção 4 apresenta alguns resultados empíricos obtidos na estimação de demandas de moeda para o Brasil e resume as principais conclusões.

2 — Generalização da forma funcional

A aplicação da técnica da transformação potência na estimação de demanda de moeda surgiu da constatação de que nos estudos empíricos realizados em vários países, inclusive no Brasil, havia uma indecisão na escolha entre duas formas funcionais utilizadas sistematicamente pelos pesquisadores: a especificação linear e a especificação em logaritmos. A transformação paramétrica proposta por Box-Cox, que consiste numa família de funções intrinsecamente lineares de grau genérico em todas as variáveis, incorpora como casos particulares as formas aritmética, log-log, mono-log, inversa, etc., comuns em econometria. Permite, assim, discriminar entre formas funcionais alternativas, no processo de precisar empiricamente o valor de seus parâmetros.

Se expressarmos a quantidade demandada de moeda como função da renda real e da taxa de inflação, como é usual nos modelos monetários mais simples, podemos escrever o modelo de regressão com forma funcional generalizada como:

$$\frac{m_t^\lambda - 1}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 \frac{y_t^{\theta_1} - 1}{\theta_1} + \beta_2 \frac{g_t^{\theta_2} - 1}{\theta_2} + u_t \quad (1)$$

onde λ , θ_1 e θ_2 são os parâmetros de transformação. A equação (1) pode ser expressa de modo mais compacto:

$$m_t^{(\lambda)} = \beta_0 + \beta_1 y_t^{(\theta_1)} + \beta_2 g_t^{(\theta_2)} + u_t \quad (2)$$

É imediato observar que, se $\lambda = \theta_1 = \theta_2 = 1$, a equação (1) se singulariza na forma aritmética e que, se $\lambda \rightarrow 0$, $\theta_1 \rightarrow 0$ e $\theta_2 \rightarrow 0$,

a forma log-log é obtida, já que é possível demonstrar pela Regra de l'Hôpital que, por exemplo, $\lim_{\lambda \rightarrow 0} m_t^{(\lambda)} = \ln m_t$. É também imediato notar que quaisquer valores no campo real podem ser atribuídos aos parâmetros de transformação, de modo que uma família de polinômios seja gerada. Além disso, por simples derivação de (1) podem-se obter as elasticidades da demanda de moeda em relação à renda real e à taxa de juros:

$$\eta_y = \frac{\partial m_t}{\partial y_t} \cdot \frac{y_t}{m_t} = \beta_1 \frac{y_t^{\theta_1}}{m_t^\lambda} \quad (3)$$

$$\eta_g = \frac{\partial m_t}{\partial g_t} \cdot \frac{g_t}{m_t} = \beta_2 \frac{g_t^{\theta_2}}{m_t^\lambda} \quad (4)$$

É importante notar que ambas as elasticidades dependem não só dos valores das variáveis explicativas e explicada, mas também — e de modo crucial, como veremos na seção empírica — dos valores dos parâmetros de transformação. Já os sinais das elasticidades dependem só dos sinais dos parâmetros β_1 e β_2 . Apresentadas, sucintamente, as propriedades matemáticas mais interessantes da transformação de Box-Cox, podemos passar aos problemas de estimação.

3 — Estimação do modelo generalizado

Vamos encontrar os estimadores do modelo de regressão com forma funcional generalizada nas hipóteses de que a matriz de observações é fixa, a equação é única e não há defasagens, para depois, rapidamente, generalizar. Antes, precisamos reescrever o modelo (1) ainda mais compactamente na forma matricial:

$$m^{(\lambda)} = X^{(\theta)} \beta + u \quad (5)$$

onde θ é o vetor (θ_1, θ_2) , X é a matriz das variáveis renda real e taxa de inflação transformadas e β o vetor de coeficientes. Os estimadores dos parâmetros da equação (5) são encontrados pelo método de máxima verossimilhança. Para obtê-los, supomos que em

torno do verdadeiro conjunto de parâmetros — ou seja, o que determina a correta forma matemática do modelo — o termo aleatório entra na equação aditivamente, distribui-se normalmente com média zero e variância constante σ^2 , sendo independentes serialmente; em símbolos, $u_t \cap N(0, \sigma^2) \rightarrow E(u_t, u_t) = \sigma^2$ e $E(u_t, u_s) = 0$ para $t \neq s$. Pelo teorema estatístico da transformação de variáveis⁴ podemos encontrar a distribuição conjunta dos $m_t^{(\lambda)}$ a partir da distribuição conjunta dos u_t , supostamente conhecida. Aplicando-o:

$$f(m_1^{(\lambda)}, m_2^{(\lambda)}, \dots, m_n^{(\lambda)}) = J^u f(u_1, u_2, \dots, u_n), \quad (6)$$

onde $J^u = |J_{ts}^u|$ e $J_{ts}^u = \frac{\partial u_t}{\partial m_s^{(\lambda)}}$ é o jacobiano da transformação, um determinante que no caso é igual a 1, pois $J_{tt}^u = 1$ e $J_{ts}^u = 0$ para $t \neq s$, face às hipóteses formuladas a respeito do comportamento do termo aleatório. A suposição de independência serial garante ainda que:

$$f(m_1^{(\lambda)}, m_2^{(\lambda)}, \dots, m_n^{(\lambda)}) = f(u_1) \cdot f(u_2) \dots f(u_n) \quad (7)$$

De modo semelhante, podemos obter a distribuição conjunta dos m_t a partir da distribuição conjunta dos $m_t^{(\lambda)}$, ligando-a após à distribuição do termo aleatório. Se $m_t^{(\lambda)}$ é uma transformação de m_t , monotônica sobre algum intervalo admissível, podemos aplicar novamente o teorema citado para obter:

$$f(m_1, m_2, \dots, m_n) J^m f(m_1^{(\lambda)}, m_2^{(\lambda)}, \dots, m_n^{(\lambda)}) \quad (8)$$

onde, agora, $J^m = |J_{ts}^m|$ e $J_{ts}^m = \frac{\partial m_t^{(\lambda)}}{\partial m_t} = m_t^{\lambda-1}$ para $t = s$ e $J_{ts}^m = 0$ para $t \neq s$, o que permite o cálculo imediato do determinante J^m , ou seja, $J^m = \prod_{t=1}^n m_t^{\lambda-1}$. Logo, substituindo (7) em (8),

⁴ Ver A. M. Mood, F. A. Graybill e D. C. Boes, "Introduction to the Theory of Statistics" (Tóquio: McGraw-Hill, 1974), pp. 198-212.

obtemos:

$$f(m_1, m_2, \dots, m_n) = \prod_{i=1}^n m_i^{\lambda-1} \cdot f(u_i) \cdot f(u_2) \dots f(u_n) \quad (9)$$

E, lembrando que $u_i \sim N(0, \sigma^2)$, a função de máxima verossimilhança para as observações originais em termos das variáveis transformadas, na suposição mantida de que X é fixa, já na forma logarítmica, fica:

$$L(\lambda, \theta, \beta, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi\sigma^2 + (\lambda-1) \ln \sum_{i=1}^n m_i - \frac{1}{2\sigma^2} (m^{(\lambda)} - X^{(\theta)}\beta) \cdot (m^{(\lambda)} - X^{(\theta)}\beta) \quad (10)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança de λ , θ , β e σ^2 são obtidos em duas etapas. Na primeira, fixado um vetor (λ, θ) , procedemos, como é usual no problema comum de regressão, para achar as estimativas dos parâmetros β e σ^2 por mínimos quadrados, após transformar devidamente cada variável. Obtidos $\hat{\beta}(\lambda, \theta)$ e $\hat{\sigma}^2(\lambda, \theta)$, na segunda etapa, utilizamos o fato de que o máximo da função de verossimilhança de amostra, exceto por uma constante,⁵ é igual a:

$$L_{max}^{(\lambda, \theta)} = -\frac{1}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda, \theta) + (\lambda-1) \ln \sum_{i=1}^n m_i \quad (11)$$

Com uma série conveniente de tentativas com vetores (λ, θ) , podemos chegar ao máximo de L sobre o espaço paramétrico pesquisado e encontrar as estimativas dos parâmetros de transformação λ e θ . Como se sabe, não se pode garantir, em princípio, que a função de verossimilhança tenha máximo, nem que o máximo obtido seja global. Nas hipóteses de que estas dificuldades não ocorrem e de que a função seja bem comportada, os estimadores originados da aplicação do método possuem propriedades ótimas: são consistentes, assintoticamente eficientes e assintoticamente normais.⁶

⁵ A constante é igual a:

$$\frac{n-k}{2} - \frac{n}{2} \ln 2\pi$$

⁶ Uma discussão acessível das propriedades ótimas dos estimadores de máxima verossimilhança encontra-se em Mood, Graybill e Boes, *op. cit.*, pp. 358-62

Utilizando-se a razão de máxima verossimilhança, é possível testar hipóteses sobre os λ e θ e construir regiões de confiança aproximadas ao nível de 100 $(1-\alpha)$ por cento. A hipótese nula $H_0 : \lambda = \lambda_0$ e $\theta = \theta_0$ pode ser testada calculando o logaritmo da razão entre o valor da função de verossimilhança avaliada no ponto ótimo para β e σ^2 , condicionada a H_0 , e o valor da mesma função no ponto de máximo para λ , θ , β e σ^2 , sem condição alguma. Sob a hipótese nula, este logaritmo é assintoticamente distribuído como meio qui-quadrado, com tantos graus de liberdade quantos forem os parâmetros da transformação — genericamente $k + 1$.⁷ Isto justifica a expressão:

$$L_{max}^{(\hat{\lambda}, \hat{\theta})} - L_{max}^{(\lambda, \theta)} < \frac{1}{2} X_{\phi}^2(\alpha) \quad (12)$$

onde ϕ são os graus de liberdade. Além disso, para algum α determinado, ao fazer em (12) a igualdade, podemos obter a região de confiança em torno de $(\hat{\lambda}, \hat{\theta})$; para isso basta descobrir os vetores (λ, θ) para os quais a igualdade se verifica.

A extensão desses resultados, para os casos em que a matriz de observações é estocástica e para modelos de variáveis defasadas e equações simultâneas, assim como uma descrição acessível e mais detalhada das propriedades matemáticas e estatísticas da transformação de Box-Cox encontram-se em nosso trabalho já citado.⁸ Abordagens mais profundas, inclusive sobre as limitações do método, são encontradas no artigo original de Box e Cox⁹ e em Zarembka.¹⁰ A apresentação do método, mesmo parcial, feita anteriormente, permite passar logo ao trabalho de estimação. No entanto, como o estudo se concentra na regressão de modelos de defasagens distri-

⁷ Sobre os testes de razão de máxima verossimilhança, procurar os mesmos autores da nota de rodapé anterior, Cap. IX, em especial pp. 418/25 e 440-42.

⁸ Prado, *op. cit.*

⁹ Box e Cox, *op. cit.*

¹⁰ P. Zarembka, "Transformation of Variables in Econometrics", in P. Zarembka (ed.), *Frontiers in Econometrics* (Nova York: Academic Press, 1974).

buidas, é preciso referir ainda que, mesmo sendo ligeiramente mais complexo o caminho de derivação, a forma final da função de máxima verossimilhança a maximizar é ainda dada pela equação (11), notando-se apenas que $\hat{\theta}^s$ poderá depender também dos parâmetros de defasagens, além dos de transformação.

4 — Resultados empíricos

Apresentaremos, a seguir, os resultados da estimação do modelo de Cagan-Mundell,¹¹ um dos mais explorados na literatura monetarista. Os dados utilizados são as próprias séries trimestrais de renda, moeda e preços usadas por Pastore.¹² Nessas séries, a quantidade de moeda foi definida dentro da concepção estreita de liquidez como papel-moeda em poder do público mais depósitos à vista nos bancos comerciais, deflacionados pelo Índice Geral de Preços de *Conjuntura Econômica*, e a renda real trimestral foi aproximada pelo valor arrecadado do Imposto de Circulação de Mercadorias, ajustando-se a série de tal forma que as somas das rendas trimestrais refletisse a renda anual das Contas Nacionais.

O modelo de Cagan-Mundell é composto, como se sabe, por um sistema de equações, das quais a primeira (13) é a função de demanda de moeda de longo prazo, segundo a qual a quantidade real e desejada de moeda é determinada pela renda real e efetiva e pela taxa de inflação esperada (omitiu-se o intercepto por simplicidade). A equação seguinte (14) operacionaliza o conceito de taxa de inflação esperada, que se supõe formada por um processo de expectativas adaptadas. Finalmente, do sistema consta a equação (15)

11 Phillip Cagan, "The Monetary Dynamics of Hyperinflations", in Milton Friedman (ed.), *Studies in the Quantity Theory of Money* (Chicago: University of Chicago Press, 1956); e Robert Mundell, "Growth, Stability and Inflationary Finance", in *Journal of Political Economy*, vol. 73 (abril de 1973), pp. 97-109.

12 Affonso C. Pastore, "Observações sobre a Política Monetária no Programa Brasileiro de Estabilização", tese inédita de livre-docência (São Paulo: Universidade de São Paulo, 1973).

de ajustamento de estoques, pela qual o estoque efetivamente mantido tende sempre a se ajustar ao estoque desejado:

$$m_t^{(\lambda)} = \alpha g_t^{*(\lambda)} + \beta y_t^{(\lambda)} + e_t \quad (13)$$

$$g_t^{*(\lambda)} = g_{t-1}^{*(\lambda)} + (1-b)(g_t^{(\lambda)} + g_{t-1}^{*(\lambda)}) \quad (14)$$

$$m_t^{(\lambda)} = m_{t-1}^{(\lambda)} + (1-d)(m_t^{*(\lambda)} + m_{t-1}^{(\lambda)}) \quad (15)$$

onde $0 \leq b, d < 1$, os valores com asterisco são esperados ou desejados e os valores sem asterisco são efetivos. Todas as variáveis foram especificadas na forma generalizada, com um mesmo parâmetro λ de transformação.¹³ Combinando (13), (14) e (15), o modelo toma a forma seguinte usada na estimação:

$$m_t^{(\lambda)} = \alpha(1-d)g_t^{*(\lambda)} + \beta(1-d)y_t^{(\lambda)} + d m_{t-1}^{(\lambda)} + u_t \quad (16)$$

O processo de estimação usado, semelhante ao proposto por Cagan,¹⁴ consiste em construir em uma primeira etapa, para pares de valores de λ e b , as séries de taxas de inflação esperada $g_t^{*(\lambda)}$ como médias ponderadas dos valores passados da taxa de inflação corrente com pesos satisfazendo a função de distribuição geométrica. Formalmente:

$$g_t^{*(\lambda)} = w_0 g_{t-1}^{(\lambda)} + w_1 g_{t-2}^{(\lambda)} + w_2 g_{t-3}^{(\lambda)} + \dots + w_{25} g_{t-25}^{(\lambda)} \quad (17)$$

onde $w_i = (1-b)b^i$ e b é o coeficiente de expectativas adaptadas. O número de elementos componentes da média móvel foi escolhido de tal forma que $\sum w_i > 0,9$, para qualquer dos valores de b no conjunto $(0,9; 0,8; \dots; 0)$, ou seja, 25. Para que não fossem perdidas as informações iniciais da amostra — 64 observações ao todo — acrescentamos um número suficiente de observações adicionais à série das taxas de inflação.

¹³ Rigorosamente, deveríamos ter escolhido pelo menos parâmetros diferentes para a taxa de inflação e a renda real no modelo acima. Ocorre que a opção acarretaria elevação insuportável do trabalho de computação, tendo sido, por isso, abandonada.

¹⁴ Cagan, *op. cit.*

Numa segunda etapa, para cada par (λ, b) — onde b pertence ao conjunto $(0,9; 0,8; \dots; 0)$ e λ ao conjunto $(0,6; 0,4; \dots; -1,6; -1,8)$ — uma equação (16) foi estimada por mínimos quadrados ordinários, escolhendo-se os valores de λ e b que tornam máximo o valor da função de verossimilhança (11) — observe-se que, agora, $\hat{\sigma}^2$ depende não só de λ , mas também de b . O procedimento, naturalmente, é válido se valem as seguintes hipóteses sobre o termo aleatório: $u_t = (1-d)e_t \cap N(0, \sigma^2)$ para todo t e $E(u_t, u_s) = 0$ para todo $t \neq s$.

A estimativa de máxima verossimilhança se deu para $\lambda = -0,9$ e $b = 0,2$, no ponto em que $L_{max}^{(\lambda, b)} = -100,69$, entre mais de 100 regressões estimadas. Há várias coisas a notar sobre os resultados. Em primeiro lugar, o coeficiente estimado de expectativas adaptadas mostrou-se insensível às várias formas funcionais; no espaço paramétrico pesquisado, $\hat{b} = 0,2$ para qualquer dos λ . Por essa razão, somente parte das regressões é apresentada na Tabela 1; somente 12 delas, em que b está fixo em 0,2 e λ varia.

Também são relativamente insensíveis às alterações do parâmetro de transformação as estimativas dos coeficientes da renda real e da quantidade defasada de moeda, como mostra a tabela. Importa saber o porquê. Notemos de início, através da equação (16), que d , além de parâmetro de ajustamento de estoques, é também coeficiente da variável explicada defasada. Posto isso, basta constatar o fato comum aos dois casos para encontrar a explicação para essa insensibilidade: as variáveis m_{t-1} , y_t e m_t são fortemente correlacionadas. Em tal situação, os coeficientes tendem a se apresentar invariantes em relação à transformação potência sob um mesmo parâmetro. O mesmo não ocorre com relação às variáveis mais fracas, como é o caso da taxa de inflação.

Contrariamente, os coeficientes da taxa de inflação, variável fracamente correlacionada com a variável dependente, apresentam enorme variabilidade. Oscilam entre $-11,49$ para $\lambda = 0,6$ a $-0,00008$ para $\lambda = -1,8$, mantendo sempre o mesmo sinal. De modo claro, esse comportamento é a contrapartida do outro descrito no parágrafo precedente. Esse fato reflete-se de modo ainda mais saliente nas estimativas da elasticidade obtidas para os valores da quantidade

TABELA 1

Formas funcionais do modelo de Cagan-Mundell

λ	b	cte	$g_t^{(\lambda)}$	$y_t^{(\lambda)}$	$m_{t-1}^{(\lambda)}$	R^2	DW	$L_{max}^{(\lambda, b)}$
0,6	0,2	3,688 (3,56)	-11,49 (- 4,59)	0,2087 (5,35)	0,6476 (9,04)	0,9611	1,67	-103,37
0,4	0,2	1,740 (3,42)	- 4,288 (- 4,64)	0,2227 (5,36)	0,6474 (9,11)	0,9612	1,66	-102,71
0,2	0,2	0,8637 (3,24)	- 1,601 (- 4,68)	0,2374 (5,37)	0,6474 (9,17)	0,9613	1,66	-102,13
-0,2	0,2	0,2460 (2,63)	- 0,2229 (- 4,75)	0,2689 (5,38)	0,6476 (9,31)	0,9614	1,65	-101,27
-0,4	0,2	0,1369 (2,27)	- 0,0831 (- 4,78)	0,2857 (5,38)	0,6479 (9,38)	0,9615	1,65	-100,98
-0,6	0,2	0,0744 (1,75)	- 0,0310 (- 4,80)	0,3031 (5,39)	0,6483 (9,46)	0,9615	1,64	-100,79
-0,8	0,2	0,0357 (1,11)	- 0,0116 (- 4,82)	0,3213 (5,40)	0,6489 (9,54)	0,9616	1,64	-100,69
-1,0	0,2	0,0099 (0,29)	- 0,0043 (- 4,83)	0,3399 (5,40)	0,6497 (9,63)	0,9616	1,63	-100,69
-1,2	0,2	-0,0083 (-0,38)	- 0,0016 (- 4,84)	0,3593 (5,41)	0,6506 (9,72)	0,9616	1,63	-100,79
-1,4	0,2	-0,0222 (-1,44)	- 0,0006 (- 4,84)	0,3792 (5,42)	0,6518 (9,82)	0,9616	1,62	-100,99
-1,6	0,2	-0,0230 (-1,83)	- 0,00022 (- 4,83)	0,3997 (5,43)	0,6531 (9,93)	0,9616	1,61	-101,28
-1,8	0,2	-0,0419 (-2,42)	- 0,00008 (- 4,82)	0,4208 (5,44)	0,6545 (10,0)	0,9616	1,60	-101,68

NOTAS: a) Modelo $m_t^{(\lambda)} = \alpha(1-d)g_t^{(\lambda)} + \beta(1-d)y_t^{(\lambda)} + d m_{t-1}^{(\lambda)} + \varepsilon_t$.

b) Os valores entre parênteses são "t" de Student.

c) Valor de máxima verossimilhança $\lambda = -0,9$.

d) Dados usados na estimação: Pastore, *op. cit.*, pp. 71-72.

de moeda, renda e taxa de inflação médios das séries, sob vários λ e apresentados na Tabela 2 a seguir.

A tabela mostra que, enquanto a elasticidade-renda é razoavelmente estável para variações em λ , a elasticidade-juros varia de altamente elástica ($\eta_g = -3,122$) para $\lambda = 0,6$ a altamente inelástica ($\eta_g = -0,0097$) para $\lambda = -1,6$. Esses números, é claro, têm significação mais pelo efeito ilustrativo, já que a influência da forma funcional na elasticidade é um dado teórico elementar. Servem, porém, para enfatizar o modo pelo qual as diferenças entre as formas fun-

TABELA 2

Elasticidades-renda e juros da moeda e formas funcionais

λ	0,6	0,2	-0,4	-0,8	-1,2	-1,6
η^y	0,7102	0,7023	0,6971	0,6889	0,6805	0,6753
η_a	-3,122	-1,021	-0,5106	-0,1205	-0,0358	-0,0097

cionais podem ser significativas em relação a alguns objetivos da análise econométrica. Se se tratasse de outra elasticidade-juros, em contexto conceitual mais keynesiano de demanda de moeda, dois pesquisadores com os mesmos dados e mesmo modelo, mas diferentes formas funcionais, chegariam a conclusões diversas sobre, por exemplo, a eficácia da política monetária.

Os "t" de Student se apresentam relativamente estáveis e altamente significativos no espaço paramétrico pesquisado, e isto ocorre com todas as variáveis do modelo, quer sejam fortemente correlacionadas ou não com m_t . Os sinais de todos os coeficientes são persistentemente consistentes com as proposições teóricas, em todas as formas funcionais.

O valor estimado do parâmetro de transformação $\hat{\lambda} = -0,9$ permite interpretação intuitiva dos resultados em termos usuais aos pesquisadores. A especificação escolhida no modelo de Cagan-Mundell, de uso incomum nos trabalhos econométricos, pode ser vista aproximadamente com a forma inversa, em que todas as variáveis estão definidas pelo seu inverso.

A forma escolhida no modelo de Cagan-Mundell difere substancialmente de outras formas obtidas em modelos alternativos. A estimação da equação (2) resultou em $\hat{\lambda} = 0,5$; na mesma equação, sob hipótese de resíduos autocorrelacionados em esquema de primeira ordem, $\hat{\lambda} = -0,2$; e, no modelo proposto por Pastore,¹⁵ $\hat{\lambda} = 0,4$. Estes resultados não foram observados por Zarembka,¹⁶ que acreditou incorretamente serem as estimativas de λ insensíveis à especificação do modelo. Nos casos em que for justificável, por motivos teóricos, a aceitação *a priori* de determinada composição

¹⁵ Pastore, *op. cit.*

¹⁶ P. Zarembka, "Functional Forms in the Demand for Money", in *Journal of the American Statistical Association*, vol. 63 (1968), pp. 502-511.

funcional do modelo, este problema não é importante. No processo de testar o mesmo modelo simultaneamente em várias especificações, tratar-se-ia apenas de encontrar empiricamente a melhor forma funcional, dada a estrutura inicial. No entanto, quando não for possível decidir antes a composição de variáveis do modelo, estaremos diante de situação com importante significado metodológico: a escolha estatística da forma funcional, mesmo dentro de um dado arcabouço teórico, dependerá da estrutura do modelo.

As regiões de confiança, construídas com a fórmula (12) aos níveis $(1-\alpha)$ de 80, 90 e 95%, estão no gráfico a seguir. O tamanho destas regiões mostra a insensibilidade dos valores da função de máxima verossimilhança (11) às alterações do parâmetro de transformação no intervalo pesquisado, o que também foi observado nos outros modelos estimados. Incluem ampla gama de combinações (λ, b) , entre as quais algumas em que o coeficiente de expectativas adaptadas é negativo e menor que 1, o que viola a restrição inicial sobre o parâmetro e implica ajustamento oscilatório da taxa de inflação esperada à corrente.¹⁷ E como não há pares em que $\lambda = 1$ contidos nas elipses, mas os há em que $\lambda = 0$, rejeita-se a especificação linear, mas não a forma logarítmica em quaisquer dos três níveis de confiança. Note-se, no entanto, que nos outros modelos estimados não se rejeitou, ao contrário, nenhuma das duas.

Em consequência, estes resultados, juntamente com os de Zarembka,¹⁸ White¹⁹ e Spitzer,²⁰ mostram que as formas funcionais de demanda de moeda, estimadas pelo método de Box-Cox, ficam numa região em torno daquelas comumente utilizadas em econometria, não se afastando em demasia da forma linear e logarítmica. Indicam também que a indecisão entre essas duas especificações, apontada no início do trabalho como motivação para o emprego da técnica, não pode ser dirimida.

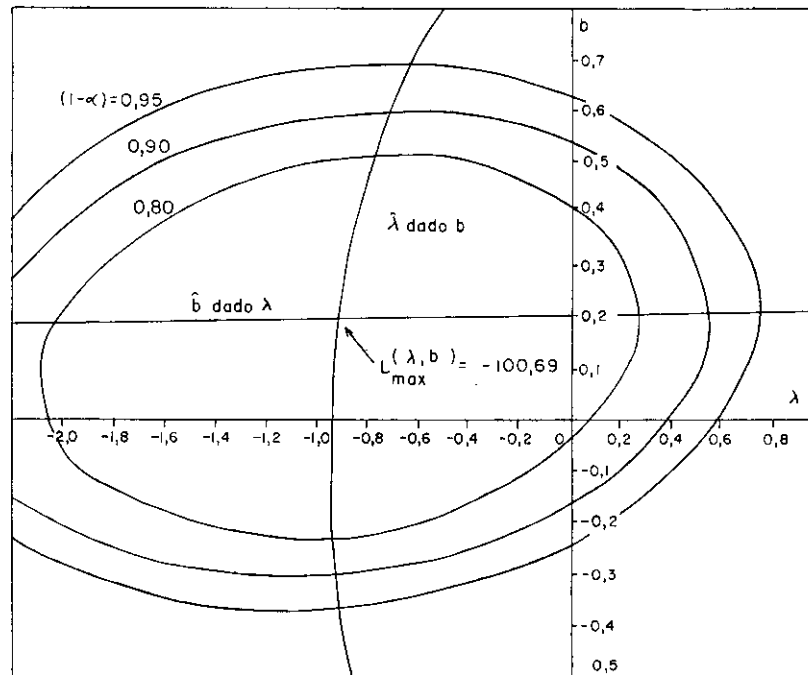
¹⁷ Ver Zvi Grilliches, "Distributed Lags: A Survey", in *Econometrica*, vol. 35 (janeiro de 1967), pp. 16-49.

¹⁸ Zarembka, "Functional Forms...", *op. cit.*

¹⁹ K. J. White, "Estimation of the Liquidity Trap with a Generalized Function Form", in *Econometrica*, vol. 40 (janeiro de 1972), pp. 193-199.

²⁰ J. J. Spitzer, "The Demand for Money, the Liquidity Trap, and Functional Form", in *International Economic Review*, vol. 17, n.º 1 (abril de 1976), pp. 220-227.

REGIÕES DE CONFIANÇA PARA b e λ - MODELO CAGAN - MUNDELL



Resta notar, finalmente, que foi possível comprovar também com dados do Brasil, refazendo o exercício proposto por Zarembka,²¹ que a forma funcional influencia a discriminação estatística entre modelos alternativos e, por extensão, a obtenção ou não de base empírica para proposições teóricas em Economia, com base na análise de regressão.²² Além disso, outra conclusão permitida pela investigação original refere-se à insensibilidade dos perfis de defasagens entre variáveis endógenas e exógenas face às modificações da forma funcional, em modelos de defasagens distribuídas, construídos por convolução da distribuição geométrica de pesos, como o de Cagan-Mundell.²³

²¹ Zarembka, "Functional Forms...", *op. cit.*

²² Para maiores detalhes ver Prado, *op. cit.*, pp. 39-45.

²³ *Ibid.*, pp. 60-71.

