A demanda de moeda no Brasil: uma resenha da evidência empírica *

Fernando de Holanda Barbosa **

1 — Introdução

O objetivo deste trabalho é apresentar uma resenha da evidência empírica contida nos estudos de demanda de moeda no Brasil. Esta resenha justifica-se, pelo menos, por duas razões: em primeiro lugar, o bom número de trabalhos realizados no Brasil sobre este assunto requer uma tentativa de avaliação crítica dos principais resultados encontrados; em segundo, a demanda de moeda é uma equação bastante importante, tanto em modelos de inspiração monetarista quanto nos de orientação keynesiana, e seu conhecimento certamente contribuirá para a elaboração de modelos econométricos que pretendam explicar o comportamento da economia brasileira.

De certo modo é natural que uma resenha reflita algum tipo de juízo subjetivo por parte do autor quanto aos trabalhos analisados. Na tentativa de minimizar esse tipo de valoração, procuramos analisar os estudos empíricos com respeito àquelas questões que certamente refletem, de modo geral, as indagações dos diversos pesquisadores nos estudos de demanda de moeda no Brasil: [1]

1. *Estabilidade* — É a demanda de moeda uma função estável tanto no curto quanto no longo prazo?

* O autor deseja agradecer os comentários e as sugestões de José Luiz Chautard, Claudio Contador e Clóvis de Faro.

** Do Instituto de Pesquisas do IPEA.

[1] Esta enumeração foi inspirada e segue de perto aquela contida no trabalho de S. M. Goldfeld, "The Demand for Money Revisited", *in Brookings Papers on Economic Activity*, n.º 3 (1973), pp. 577-638, especialmente p. 579.

Pesq. Plan. Econ.	Rio de Janeiro,	8 (1)	33 a 82	abr. 1978

2. *Economias de Escala* — Existem economias de escala na retenção de moeda, isto é, a elasticidade-renda de moeda é menor que 1?

3. *Estrutura de Defasagens* — Qual a estrutura das defasagens na equação de demanda de moeda e quais as características desta estrutura?

4. *Taxa de Inflação Esperada* — É a taxa de inflação esperada uma variável importante para explicar o comportamento da demanda de moeda? Os resultados obtidos dependem do método usado para medir essa taxa?

5. *Taxa de Juros* — A demanda de moeda depende da taxa de juros? Qual a taxa de juros relevante? A taxa de inflação esperada e a taxa de juros devem entrar simultaneamente como variáveis explicativas da demanda de moeda?

6. *Renda e/ou Riqueza* — Qual a variável de escala que deve ser usada na demanda de moeda: renda ou riqueza (ou renda permanente)?

7. *Conceito de Moeda* — Qual o conceito mais apropriado de moeda no estudo da demanda de moeda: M_1, M_2 ou M_3? [2]

8. *Correlação Serial e Equações Simultâneas* — Existem problemas de correlação serial e/ou de equações simultâneas na estimação da demanda de moeda?

9. *Homogeneidade* — É a demanda de moeda uma equação homogênea com respeito ao nível de preços e à população?

[2] O conceito de moeda M_1 é definido pela soma dos depósitos à vista mais o papel-moeda em poder do público. $M_2 = M_1 +$ depósitos a prazo $+$ depósitos em caderneta de poupança. $M_3 = M_2 +$ aceite de letras de câmbio. O Banco Central do Brasil (ver Relatório de 1972 da Gerência da Dívida Pública) segue as seguintes definições: $M_1 =$ papel-moeda em poder do público $+$ depósitos à vista nos bancos comerciais; $M_2 = M_1 +$ depósitos a prazo no sistema bancário $+$ depósitos à vista e a prazo nas caixas econômicas excluindo-se a parcela de encaixe das caixas econômicas; $M_3 = M_2 +$ depósitos de poupança em instituições não bancárias (caixas econômicas, sociedades de crédito imobiliário, associações de poupança e empréstimo) $+$ depósitos a prazo fixo nos bancos de investimento.

10. *Forma Funcional* – Qual a forma funcional (linear, logarítmica, etc.) mais adequada para a equação de demanda de moeda?

É claro que os problemas enumerados acima não são independentes. Todavia, acreditamos que essa classificação permita uma melhor compreensão dos problemas que motivaram os estudos que analisamos neste trabalho. Gostaríamos, também, de alertar ao eventual leitor que a resenha aqui apresentada não pretende ser exaustiva e, além disto, contém material que faz parte da literatura básica do assunto, com o objetivo de tornar o trabalho acessível àqueles que não estão familiarizados com a teoria de demanda de moeda.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: a Seção 2 cuida, de um ponto de vista teórico, da especificação e da estimação da equação de demanda de moeda; a Seção 3 apresenta uma avaliação crítica da evidência empírica no Brasil; e a Seção 4 sumaria as nossas conclusões.

2 — Teoria: especificação e estimação do modelo

Atualmente, neste período pós-keynesiano, existem basicamente três enfoques que buscam explicar a demanda de moeda. O enfoque desenvolvido por Tobin baseia-se na teoria de seleção de carteiras de investimento; [3] o segundo enfoque, resultado de contribuições independentes de Baumol e Tobin, baseia-se na teoria de estoques; [4] e o terceiro é o da teoria quantitativa da moeda. [5] Os trabalhos empí-

[3] Ver J. Tobin, "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk", *in Review of Economic Studies,* vol. 25 (fevereiro de 1958), pp. 65-86.

[4] Ver W. J. Baumol, "The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach", *in Quarterly Journal of Economics,* vol. 66 (novembro de 1952), pp. 545-56; e J. Tobin, "The Interest Elasticity of the Transactions Demand for Cash", *in Review of Economics and Statistics,* vol. 38 (agosto de 1956), pp. 241-47.

[5] Esta versão moderna da teoria quantitativa deve-se a M. Friedman, "The Quantity Theory of Money – A Restatement", *in* M. Friedman (ed.), *Studies in the Quantity Theory of Money* (Chicago: University of Chicago Press, 1956). A apresentação que se segue é baseada neste trabalho.

ricos realizados no Brasil, explícita ou implicitamente, têm como moldura teórica a teoria quantitativa da moeda, razão por que apresentamos, a seguir, apenas este último enfoque.

2.1 — Moldura teórica: a teoria quantitativa da moeda

Em sua forma moderna, a teoria quantitativa da moeda não busca explicar o nível geral de preços, ou o nível de produção, ou ainda a renda nominal de uma economia, mas sim a demanda de moeda. A moeda constitui um ativo que os indivíduos retêm em seus *portfolios* pelos serviços que ela produz. Para as empresas, a moeda é um bem de capital que, como outros bens dessa natureza por elas utilizados, contribui com seus serviços para o processo produtivo. Portanto, a teoria da demanda de moeda é um tópico especial da teoria do capital.

Basicamente, o *portfolio* de um indivíduo contém moeda, M^d, títulos de renda fixa, T_1^d, títulos de renda variável, T_2^d, bens físicos, B^d, e capital humano, H^d. A soma destes ativos é a riqueza total do indivíduo, W, que se constitui na sua limitação orçamentária:

$$W = M^d + T_1^d + T_2^d + B^d + H^d \tag{1}$$

A alocação de um dado nível de riqueza, conhecidas as preferências e gostos do indivíduo, entre os diversos ativos acima mencionados, depende dos retornos alternativos de cada um deles. Admite-se, por simplicidade ou por limitações legais, que a moeda não produz rendimento monetário, mas somente rendimentos não pecuniários, como segurança, conveniência, etc. Os rendimentos dos títulos de renda fixa podem ser representados pela taxa de juros nominal esperada, i^e, enquanto os rendimentos dos títulos de renda variável podem ser expressados pela taxa de juros real esperada, r^e. Os bens físicos, por sua vez, produzem um rendimento que pode ser medido através da taxa de inflação esperada, p^e. A ausência de um mercado onde o capital humano possa ser comprado ou vendido, o que aconteceria no regime de escravidão, levou Friedman a sugerir que as oportunidades de substituição entre o capital humano e outras formas de capital poderiam ser indicadas pela relação entre o capital não humano e o capital humano, $h = (W - H^d)/H^d$.

Os rendimentos enumerados acima são monetários. Em termos reais, dependem do nível geral de preços esperado, P^e, o qual, portanto, é uma variável que deve entrar como um dos argumentos na equação de procura de moeda. A demanda da moeda é obtida a partir de uma função de utilidade, cujos argumentos são as quantidades reais dos diversos ativos que compõem o *portfolio* do indivíduo. Segue-se, então, que a demanda de moeda é uma função homogênea do primeiro grau em relação ao nível geral de preços e à riqueza. Em conseqüência, a procura de moeda pode ser expressa através de:

$$\frac{M^d}{P^e} = m^d = m\left(\frac{W}{P^e},\ i^e,\ r^e,\ p^e,\ h,\ \tau\right) \qquad (2)$$

onde a variável τ tenta captar o efeito de variações dos gostos e preferências do indivíduo na quantidade demandada de moeda. As derivadas parciais de m^d com respeito a i^e, r^e, p^e e h são negativas e, se a moeda não for um bem inferior, $\partial m^d/\partial(W/P^e) > 0$.[6]

A renda permanente do indivíduo é definida através do produto da taxa de juros, r^*, que é uma média ponderada das diferentes taxas de juros dos ativos que compõem seu *portfolio* pela riqueza real, isto é, $y^p = r^*\ (W/P^e)$. Admitindo-se que as variações da taxa de juros r^* seguem de perto as variações das taxas de juros i^e e r^e, a demanda de moeda (2) passa a ser escrita como:

$$m^d = m\ (y^p,\ i^e,\ r^e,\ p^e,\ h,\ \tau) \qquad (3)$$

[6] A hipótese de que $\partial m^d/\partial h < 0$ prende-se à idéia de que se a proporção de capital humano no total da riqueza aumentar (portanto h diminuir) a "liquidez" do indivíduo diminui e, em conseqüência, este desejaria reter uma quantidade de caixa maior. Entretanto, pode-se contra-argumentar que se moeda e capital não humano são ativos complementares, quando h diminui a quantidade de capital não humano decresce e, em conseqüência, a caixa real desejada decresceria, ou seja, $\partial m^d/\partial h > 0$. Sendo assim, o sinal de $\partial m^d/\partial h$ seria ambíguo.

A demanda de moeda por parte de uma empresa é obtida a partir da minimização dos seus custos, sujeita à limitação tecnológica traduzida pela função de produção. De modo geral, as diversas taxas constantes da função (3) representam também os custos de oportunidade, para a empresa, de reter moeda, e a variável y^p representaria a escala de produção, que influencia a quantidade demandada de moeda. A variável τ, neste caso, indicaria a influência de mudanças tecnológicas na procura de moeda.

A função (3) é derivada para uma empresa — ou indivíduo — "representativa" ou "típica". É tradicional admitir em estudos econométricos, devido aos problemas bem conhecidos na literatura que envolvem o processo de agregação, que a equação dessa unidade econômica "típica" ou "representativa" seja válida para a economia como um todo. [7] Esta tradição é seguida nos estudos relatados neste trabalho.

Em estudos empíricos, admite-se que as variações de h e τ não sejam relevantes para explicar a demanda de moeda ou que essas variações possam ser traduzidas através de uma variável aleatória $\sigma_1 \varepsilon_{1t}$ com média zero e variância finita. Uma aproximação linear da equação (3) seria:

$$m_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 i_t^e + \alpha_2 r_t^e + \alpha_3 p_t^e + \gamma y_t^p + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \qquad (4)$$

onde m_t^d e y_t^p são a caixa real desejada e a renda permanente, respectivamente; ou, alternativamente, os logaritmos naturais das respectivas variáveis. Neste trabalho, chamamos linear o primeiro tipo de especificação e por log-log o segundo. Cabe salientar que, de um ponto de vista teórico, não há por que preferir uma especificação linear a uma log-log. [8] Este é um problema puramente empírico ao qual retornaremos mais adiante.

[7] A análise clássica do problema da agregação de equações lineares está contida em H. Theil, *Linear Aggregation of Economic Relations* (Amsterdã: North-Holland, 1954).

[8] Estes dois tipos de equações não comportam a hipótese da armadilha da liquidez. De qualquer modo, esta hipótese constitui-se em uma curiosidade teórica e não em uma hipótese a que se deva atribuir importância empírica. Aliás, o próprio Keynes, *The General Theory of Employment, Interest and Money* (Londres e Nova York: MacMillan, 1936), p. 207, assinalou este fato.

Admitindo-se que as taxas de juros real e nominal sejam ligadas pela relação fisheriana

$$i_t^e = r_t^e + p_t^e \qquad (5)$$

obtemos, depois de substituir (5) em (4), a equação:

$$m_t^d = \alpha_0 + \alpha^* r_t^e + \beta p_t^e + \gamma y_t^p + \sigma_1 \varepsilon_{1t} \qquad (6)$$

onde $\alpha^* = \alpha_1 + \alpha_2$ e $\beta = \alpha_1 + \alpha_3$. Devemos observar que (5) traduz uma hipótese que deveria ser testada empiricamente, antes de impô-la ao modelo. [9]

A partir da equação de trocas $MV = Py$ e da demanda de moeda (6), podemos escrever a equação da velocidade-renda de moeda desejada, $v_t^d = log\ V_t^d = y_t^p - m_t^d$, como:

$$v_t^d = -\alpha_0 - \alpha^* r_t^e - \beta p_t^e + (1 - \gamma)\ y_t^p - \sigma_1 \varepsilon_{1t} \qquad (7)$$

a qual independe da renda quando a elasticidade-renda é unitária $(\gamma = 1)$.

2.2 — Mecanismos de ajustamento

A procura de moeda (6) expressa a caixa real que os agentes econômicos desejam reter e não a caixa real atual que efetivamente possuem. Esta última depende do mecanismo de ajustamento pelo qual os agentes reajustam seus *portfolios* quando ocorrem mudanças nas variáveis que determinam a composição e o nível desses *portfolios*. Basicamente, o mecanismo de ajustamento pressupõe a existência de custos de ajustamento, pois de outra forma a caixa real desejada seria sempre igual à caixa real atual.

Enquanto a procura de moeda (6) é baseada na teoria do capital, os mecanismos de ajustamento especificados nos estudos empíricos são completamente *ad-hoc*, no sentido de que não são derivados a

[9] Para um teste desta hipótese, usando dados dos Estados Unidos, ver S. B. Gupta, "The Portfolio Balance Theory of the Expected Rate of Change of Prices", *in Review of Economic Studies*, vol. 37 (abril de 1970), pp. 187-203.

partir de teorias de otimização por parte dos agentes econômicos envolvidos. É bem verdade que esse fato não é peculiar aos estudos elaborados com dados brasileiros. A dificuldade de teorizar sobre mecanismo de ajustamento reside na formulação de uma teoria dinâmica que seja passível de tratamento empírico. Essa dificuldade é bastante conhecida na literatura econômica e requer um esforço maior de pesquisa.[10]

De maneira bastante geral, podemos descrever os mecanismos de ajustamento usados em estudos empíricos no Brasil pela seguinte expressão:[11]

$$\phi(L)\ m_t = \psi(L)\ m_t^d + \theta(L)\ (p_t - p_t^e) + \sigma_2\, \varepsilon_{2t} \tag{8}$$

onde m_t é a caixa real atual (ou o seu logaritmo natural), p_t é a taxa de inflação observada e $\phi(L)$, $\psi(L)$ e $\theta(L)$ são polinômios no operador de defasagem L $(L^i X_t = X_{t-i})$:

$$\begin{aligned} \phi(L) &= \phi_0 - \phi_1\ L - \ \ldots\ - \phi_{k_1}\ L_{k_1},\ \phi_0 = 1 \\ \psi(L) &= \psi_0 - \psi_1\ L - \ \ldots\ - \psi_{k_2}\ L_{k_2},\ k_2 \leq k_1 \\ \theta(L) &= \theta_0 - \theta_1\ L - \ \ldots\ - \theta_{k_3}\ L_{k_3},\ k_3 \leq k_1 \end{aligned} \tag{9}$$

No longo prazo, a taxa de inflação esperada é igual à taxa de inflação observada e a caixa real atual é igual à caixa real desejada $(m_t = m_t^d)$. Esta última igualdade faz com que a soma dos coeficientes do polinômio $\phi(L)$ seja igual à soma dos coeficientes do polinômio $\psi(L)$, isto é:

$$\sum_{i=0}^{k_1} \phi_i = \sum_{j=0}^{k_2} \psi_j \tag{10}$$

[10] Ver, por exemplo, M. Nerlove, "Lags in Economic Behavior", *in Econometrica*, vol. 40 (março de 1972), pp. 221-251.

[11] Neste trabalho não discutiremos os mecanismos de ajustamento propostos nos diversos estudos aqui relatados, porém não usados no subseqüente trabalho empírico. O mecanismo de ajustamento proposto por A. R. Musalem, "Ajustamento Monetário: A Consideração do Efeito Renda", *in Estudos Econômicos*, vol. 3 (1973), pp. 102-115, é um caso particular do mecanismo (8).

A equação (8) pode ser escrita, alternativamente, da seguinte forma:

$$m_t = \frac{\psi(L)}{\phi(L)} m_t^d + \frac{\theta(L)}{\phi(L)} (p_t - p_t^e) + \frac{\sigma_2}{\phi(L)} \varepsilon_{2t} \tag{11}$$

As estruturas de defasagens $\psi(L) / \phi(L)$ e $\theta(L) / \phi(L)$ na equação acima são conhecidos como defasagens distribuídas racionais.[12] Casos particulares do mecanismo acima são, por exemplo: (i) quando $\phi(L) = \psi(L) = 1$ e $\theta(L) = 0$ temos $m_t = m_t^d$, ou seja, o ajustamento é instantâneo; (ii) se $\phi(L) = 1 - \phi L$, $\psi(L) = 1 - \phi$ e $\theta(L) = 0$ temos o mecanismo bastante popular de ajustamento parcial. Para que o processo descrito por (11) seja estável, as raízes da equação característica

$$1 - \phi_1 L - \ldots - \phi_{k_1} L^{k_1} = 0 \tag{12}$$

devem estar localizadas fora do círculo unitário (no plano complexo). No mecanismo de ajustamento do tipo parcial, essa condição implica $|\phi_1| < 1$.

Substituindo-se a equação (6) em (11) obtemos a demanda de moeda de curto prazo:

$$m_t = \alpha_0 \frac{\psi(L)}{\phi(L)} + \alpha^* \frac{\psi(L)}{\phi(L)} r_t^e + \frac{\beta\psi(L) - \theta(L)}{\phi(L)} p_t^e + \frac{\theta(L)}{\phi(L)} p_t +$$

$$+ \gamma \frac{\psi(L)}{\phi(L)} y_t^p + \frac{\sigma_1 \psi(L)}{\phi(L)} \varepsilon_{1t} + \frac{\sigma_2}{\phi(L)} \varepsilon_{2t} \tag{13}$$

A contrapartida da equação (13) para a velocidade-renda da moeda seria obtida levando-se em conta que $v_t = y_t - m_t$. Desta expressão e de (13) resulta:

$$v_t = - \alpha_0 \frac{\psi(L)}{\phi(L)} - \alpha^* \frac{\psi(L)}{\phi(L)} r_t^e - \frac{\beta\psi(L) - \theta(L)}{\phi(L)} p_t^e - \frac{\theta(L)}{\phi(L)} p_t +$$

$$+ \left[1 - \gamma \frac{\psi(L)}{\phi(L)} \right] y_t^p - \frac{\sigma_1 \psi(L)}{\phi(L)} \varepsilon_{1t} - \frac{\sigma_2}{\phi(L)} \varepsilon_{2t} \tag{14}$$

[12] Ver, por exemplo, D. W. Jorgenson, "Rational Distributed Lag Functions", *in Econometrica*, vol. 34 (1966), pp. 135-149; e P. J. Dhrymes, *Distributed Lags Problems of Estimation and Formulation* (São Francisco: Holden Day, 1971).

2.3 — Medição das variáveis esperadas

As equações (13) e (14) envolvem as variáveis r_t^e, p_t^e e y_t^p, que não são observáveis na prática. Em conseqüência, hipóteses que relacionem essas variáveis a outras que são observadas têm de ser formuladas. Em relação à taxa de juros real esperada, r_t^e, a hipótese predominante, na maior parte dos estudos empíricos no Brasil, é de que essa variável tem sido praticamente constante no período de observação.[13] No que diz respeito à renda permanente, embora se reconheça que ela é a variável relevante na função de demanda de moeda, todos os estudos (brasileiros) citados no presente trabalho admitem a hipótese de que a renda atual seja uma boa *proxy* para a renda permanente.[14] Com essas duas hipóteses, a demanda de moeda (13) pode ser simplificada e escrita da seguinte forma:

$$m_t = \alpha + \frac{\beta\psi(L) - \theta(L)}{\phi(L)} p_t^e + \frac{\theta(L)}{\phi(L)} p_t + \gamma \frac{\psi(L)}{\phi(L)} y_t + + \sigma_1 \frac{\psi(L)}{\phi(L)} \varepsilon_{1t} + \sigma_2 \frac{1}{\phi(L)} \varepsilon_{2t} \tag{15}$$

É interessante observar que o uso da renda corrente como *proxy* para a renda permanente causa inconsistência nos estimadores de mínimos quadrados simples dos parâmetros de demanda de moeda. Com a finalidade de exemplificar essa proposição, tomemos o caso bastante simples de $\psi(L) = \phi(L) = 1$, $\theta(L) = 0$, $\sigma_2 = 0$ e $\sigma_1\varepsilon_{1t} = \varepsilon_t$.

De (13) resulta:

$$m_t = \alpha + \beta p_t^e + \gamma y_t^p + \varepsilon_t \tag{16}$$

A renda atual é igual à soma das rendas permanente e transitória:

$$y_t = y_t^p + y_t^T \tag{17}$$

[13] É claro que podemos admitir que a taxa de juros real é uma variável aleatória cujo valor esperado no período permaneceu constante. Isto não quer dizer que esta taxa não tenha variado.

[14] Devemos mencionar o fato de que esta hipótese é um compromisso aceito nos diversos estudos tendo em vista a qualidade ou a não existência dos dados de renda no Brasil.

A renda transitória, por hipótese, tem média zero e não é correlacionada com a renda permanente. Substituindo-se (17) em (16), temos:

$$m_t = \alpha + \beta p_t^e + \gamma y_t + (\varepsilon_t - \gamma y_t^T) \tag{18}$$

É fácil concluir a partir da equação acima que o erro $\varepsilon_t - \gamma y_t^T$ é correlacionado com a renda, y_t. Sendo assim, os estimadores de mínimos quadrados ordinários de α, β e γ, digamos $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$, não são consistentes. É possível demonstrar que $\hat{\gamma}$, o estimador da elasticidade-renda, tem neste caso um viés negativo, isto é, $limp\ \hat{\gamma} < \gamma$.

Na equação de demanda de moeda (15) resta ainda, além do detalhamento da parte aleatória, o problema de especificar a taxa de inflação esperada, p_t^e. A próxima subseção trata desse problema, tendo em vista ser esta uma variável importante nos estudos empíricos de demanda de moeda no Brasil.

2.4 — Taxa de inflação esperada: modelos e métodos econométricos

2.4.1 — O método de Cagan

A demanda de moeda especificada por Cagan,[15] para estudar a hiperinflação em seis países europeus, é uma versão bastante simplificada de (15), $\psi(L) = \phi(L) = 1$, $\theta(L) = 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_1\ \varepsilon_{1t} = \varepsilon_t$, $y_t = constante$, isto é:

$$m_t = \alpha + \beta p_t^e + \varepsilon_t \tag{19}$$

onde $m_t = log\ (M_t/P_t)$, M_t é o índice da quantidade de moeda em circulação ao final de cada mês, P_t o índice do nível geral de preços, também medido ao final do mês, e $p_t = \frac{d}{dt}\ log\ P_t$ a taxa de inflação observada. As variáveis aleatórias ε_t e $\varepsilon_{t'}$, $t \neq t'$, são inde-

[15] P. Cagan, "The Monetary Dynamics of Hyperinflation", *in* M. Friedman (ed.), *op. cit.*

pendentes e identicamente distribuídas de acordo com uma distribuição normal com média zero e variância $\sigma^2 < \infty$.

O modelo de revisão de expectativas proposto por Cagan, do tipo adaptativo, admite que os indivíduos mudem sua expectativa em proporção à diferença entre as taxas observadas e esperadas de inflação:

$$\frac{dp_t^e}{dt} = \delta (p_t - p_t^e), \ \delta > 0 \tag{20}$$

A equação (20) é uma equação diferencial de primeira ordem cuja solução é:

$$p_t^e = He^{-\delta t} + e^{-\delta t} \int_{-T}^{t} \delta p_x \, e^{\delta x} \, dx \tag{21}$$

onde H é uma constante de integração e $-T$ é o horizonte de tempo no passado a partir do qual a taxa de inflação esperada é calculada. Admitindo-se que o nível geral de preços fosse praticamente constante antes do período $-T$, é razoável supor, de acordo com Cagan, que a taxa de inflação esperada, p_t^e, era igual a zero no período $-T$:

$$p^e_{-T} = He^{\delta T} = 0 \tag{22}$$

o que implica $H = 0$. Segue-se, então, que a expressão (21) reduzse a:

$$p_t^e = \frac{\displaystyle\int_{-T}^{t} p_x \, e^{\delta x} \, dx}{\dfrac{e^{\delta t}}{\delta}} \tag{23}$$

A taxa de inflação esperada, dada por (23), é uma média ponderada das taxas de inflação observadas no intervalo que vai de $-T$ a t. A soma dos pesos dessa média é:

$$\int_{-T}^{t} e^{\delta x} \, dx = \frac{e^{\delta t}}{\delta} \left[1 - e^{-\delta (T + t)} \right] \tag{24}$$

Na prática, o período $-T$ é escolhido de tal maneira que $e^{-\delta(T+t)}$ seja suficientemente pequeno para poder ser negligenciado.

Tendo em vista que as observações são separadas (mensais, trimestrais, etc.), p_x pode ser aproximado, para $t - 1 < x \leqslant t$, por p_t, isto é:

$$\int_{t-1}^{t} p_x \, e^{\delta x} \, dx = p_t \int_{t-1}^{t} e^{\delta x} \, dx = \frac{p_t \, e^{\delta t}}{\delta} (1 - e^{-\delta}) \qquad (25)$$

A taxa de inflação esperada (23), levando-se em conta a aproximação acima, passa a ser expressa por:

$$p_t^e = \frac{(1 - e^{-\delta}) \sum\limits_{x=-T}^{t} p_x \, e^{\delta x}}{e^{\delta t}}, \quad t \geq 0 \qquad (26)$$

O modelo de demanda de moeda de Cagan é então obtido combinando-se (19) e (26):

$$m_t = \alpha + \beta \, Z_t \, (\delta, -T) + \varepsilon_t \qquad (27)$$

onde a notação $Z_t \, (\delta, -T)$ foi introduzida para ressaltar o fato de que p_t^e depende do coeficiente de expectativa δ e do horizonte de tempo $-T$:

$$Z_t \, (\delta, -T) = (1 - e^{-\delta}) \sum_{x=-T}^{t} p_x \, e^{\delta(x-t)}, \quad t \geq 0 \qquad (28)$$

Sendo a variável aleatória ε_t, por hipótese, distribuída de acordo com uma distribuição normal com média zero e variância σ^2, o logaritmo da função de verossimilhança é:

$$log \; l = constante - \frac{N}{2} log \; \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^{n} \left[m_t - \alpha - \beta \, Z_t \, (\delta, -T) \right]^2 \qquad (29)$$

A função (29) será maximizada com respeito a σ^2 quando:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^{N} \left[m_t - \alpha - \beta Z_t (\delta, -T) \right]^2}{N} \tag{30}$$

Substituindo (30) em (29) obtemos o logaritmo da função de verossimilhança concentrada:

$$\log l^* = constante - \frac{N}{2} \log \frac{\sum_{t=1}^{N} \left[m_t - \alpha - \beta Z_t (\delta, -T) \right]^2}{N} \tag{31}$$

A função (31) será maximizada quando a expressão

$$\frac{\sum_{t=1}^{N} m_t - \alpha - \beta Z_t (\delta, -T)^2}{N} \tag{32}$$

for minimizada. Segue-se, então, que para valores conhecidos de δ e $-T$ o problema de encontrarem-se estimativas para os parâmetros α e β reduz-se a um problema de mínimos quadrados simples. A estratégia sugerida por Cagan consiste então em estimar-se, para diferentes valores de δ, os coeficientes α e β através de mínimos quadrados simples, calculando-se a média dos quadrados dos erros para cada valor de δ. Escolhe-se aquele δ que corresponda ao mínimo dos valores computados de (32). Para selecionar o período $-T$, Cagan sugere que se faça

$$(1 - e^{-\delta})\ e^{\delta(-t-T)} < 0{,}00005 \tag{33}$$

para $t = 0$. Desta maneira, a soma dos pesos em (26), para $t \geqslant 0$, será igual a $1 \pm 0{,}0005$, para $\delta \geqslant 0{,}1$.

2.4.2 — Estimação: o método de Zellner [16]

A taxa de inflação esperada, p_t^e, em (26) pode ser escrita, depois de manipulação algébrica bastante simples, na seguinte forma: [17]

$$p_t^e = \frac{1}{e^{\delta}} \; p_{t-1}^e + \left(1 - \frac{1}{e^{\delta}}\right) p_t \tag{34}$$

Introduzindo-se o parâmetro $\lambda = e^{-\delta}$ e usando-se o operador de defasagem L, podemos escrever (34) como: [18]

$$p_t^e = \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda L} \; p_t, \quad 0 \leq \lambda < 1 \tag{35}$$

Combinando-se as equações (35) e (19), obtemos o modelo de demanda de moeda:

$$m_t = \alpha + \beta \, \frac{(1 - \lambda)}{1 - \lambda L} \; p_t + \varepsilon_t \tag{36}$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação acima por $(1 - \lambda L)$, teremos:

$$m_t = \lambda m_{t-1} + \alpha \; (1 - \lambda) + \beta \; (1 - \lambda) \; p_t + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1} \tag{37}$$

16 A. Zellner e M. S. Geisel, "Analysis of Distributed Lag Models with Applications to Consumption Function Estimation", *in Econometrica*, vol. 38 (1970), pp. 865-838.

17 A taxa de inflação esperada, p_t^e, refere-se à taxa esperada para o período t, ao final do período $t-1$. Portanto, a taxa de inflação, p_t, observada no período t, que figura em (34), não é conhecida no momento em que a previsão para o período t é feita. Por este motivo, em geral o mecanismo de expectativa de Cagan é especificado através de $p_t^e = [(1 - \lambda) \; / \; (1 - \lambda L)] \; p_{t-1}$, onde p_{t-1} é a taxa de inflação no período $t-1$, a qual é conhecida no final do período $t-1$, em princípio. Para o método de Zellner não há diferença entre uma formulação e outra, exceto para pequenas modificações, como será fácil de perceber mais adiante.

18 É interessante observar que se a taxa de inflação esperada, p_t^e, for medida por $(1 - L) \; log \; P_t^e$, onde P_t^e é o nível de preços esperado, em equilíbrio de longo prazo quando $p_t = p_t^e$, temos que $log \; P_t^e < log \; P_t$, o que significa dizer que o nível geral de preços, P_t, será sempre maior que o nível geral de preços esperado. Obviamente, este defeito do método de Cagan pode ser corrigido introduzindo-se hipóteses adicionais.

Introduzindo-se a variável $\eta_t = m_t - \varepsilon_t$, podemos escrever a equação (37) do seguinte modo:

$$\eta_t = \lambda \eta_{t-1} + \alpha\ (1 - \lambda) + \beta\ (1 - \lambda)\ p_t \tag{38}$$

De (38) resulta:

$$\eta_{t-1} = \lambda \eta_{t-2} + \alpha\ (1 - \lambda) + \beta\ (1 - \lambda)\ p_{t-1}$$

a qual, substituída em (38), fornece:

$$\eta_t = \lambda^2 \eta_{t-2} + \alpha\ (1 - \lambda)\ (1 + \lambda) + \beta\ (1 - \lambda)\ [p_t + \lambda\ p_{t-1}] \tag{39}$$

Fazendo-se sucessivamente a mesma substituição operada acima, obtemos:

$$\begin{aligned} \eta_t = {} & \lambda^t \eta_0 + \alpha\ (1 - \lambda)\ [1 + \lambda + \ldots + \lambda^{t-1}] + \\ & + \beta\ (1 - \lambda)\ [p_t + \lambda p_{t-1} + \ldots + \lambda^{t-1}\ p_1] \end{aligned} \tag{40}$$

onde $\eta_0 = m_0 - \varepsilon_0$ é um parâmetro que reflete as condições iniciais do modelo. Observando-se que $\eta_t = m_t - \varepsilon_t$ e que $1 + \lambda + \ldots + \lambda^{t-1} = (1 - \lambda^t)/(1 - \lambda)$, a equação (40) passa a ser escrita como:

$$m_t = \alpha + (\eta_0 - \alpha)\ X_{1t} + \beta X_{2t} + \varepsilon_t \tag{41}$$

onde:

$$\begin{aligned} & X_{1t} = \lambda^t \\ & X_{2t} = (1 - \lambda)\quad (p_t + \lambda\ p_{t-1} + \ldots\ \lambda^{t-1}\ p_1) \end{aligned} \tag{42}$$

As propriedades da variável aleatória ε_t permitem que se escreva o lagoritmo da função de verossimilhança:

$$\begin{aligned} log\ l = {} & constante - \frac{N}{2}\ log\ \sigma^2 - \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^{N} [m_t - \alpha - (\eta_0 - \alpha)\quad X_{1t} - \beta X_{2t}]^2 \end{aligned} \tag{43}$$

Substituindo-se o valor de σ^2, que maximiza (43) na expressão acima, obtemos o logaritmo da função de verossimilhança concentrada:

$$log\ l^* = constante - \frac{N}{2}\ log \frac{\sum_{t=1}^{N} [m_t - \alpha - (\eta_0 - \alpha)X_{1t} - \beta X_{2t}]^2}{N} \qquad (44)$$

Novamente, como em (31), a função (44) será maximizada quando

$$\frac{\sum_{t=1}^{N} [m_t - \alpha - (\eta_0 - \alpha)\ X_{1t} - \beta X_{2t}]^2}{N} \qquad (45)$$

for minimizada. Para um dado valor de λ, calcula-se X_{1t} e X_{2t}, para $t = 1, \ldots N$, e faz-se a regressão de m_t como X_{1t} e X_{2t}. Tendo em vista que λ está compreendido entre zero e 1, escolhem-se diversos valores de λ nesse intervalo, e aquele valor de λ que minimizar (45) é o valor que maximiza a função de verossimilhança.

O método proposto por Zellner descrito acima não requer, como o de Cagan, a escolha do período $-T$, a partir do qual a taxa de inflação esperada é calculada. No entanto, um parâmetro adicional (η_0) é introduzido para representar as condições iniciais do modelo. Uma vantagem do método de Zellner em relação ao de Cagan é que nenhuma observação da variável m_t é "perdida" no processo de estimação. Em outras palavras, se para o período compreendido entre $-T$ e zero dispusermos de observações da variável m_t, podemos utilizar, no método de Zellner, a amostra que vai de $-T$ a $t = N$ para estimar os parâmetros da demanda de moeda, enquanto no método de Cagan as observações compreendidas entre $-T$ e zero são utilizadas apenas para o cálculo da taxa de inflação esperada, deixando-se de lado as observações da caixa real (m_t) desse período na estimação dos parâmetros α e β.

2.4.3 — Expectativas racionais

A teoria das expectativas racionais desenvolvida por Muth admite, basicamente, que os agentes econômicos utilizem eficientemente toda a informação disponível no momento de formarem suas expectativas e antes de fazerem previsões para o futuro.[19] Essas previsões são obtidas a partir do modelo relevante que explica a variável sobre a qual se deseja fazer a previsão. Obviamente, não se requer que o agente econômico seja um economista e tenha especificado um modelo econométrico bastante sofisticado. A teoria admite apenas que tudo se passa como se o agente tivesse à sua disposição o referido modelo, na tradição do positivismo *à la* Friedman. O exemplo, bastante simples, dado a seguir serve para ilustrar as idéias básicas da teoria das expectativas racionais.

Suponha-se que o modelo relevante para a determinação da taxa de inflação e da caixa real seja o seguinte:

$$m_t = \alpha + \beta p_t^e + \varepsilon_t \tag{46}$$

$$p_t = \mu_t - (1 - L)\, m_t \tag{47}$$

$$\mu_t + \phi_\mu \mu_{t-1} = a_t - \theta_\mu a_{t-1} \tag{48}$$

A equação (46) é a equação de demanda de moeda (19) usada por Cagan. A equação (47) estabelece que a taxa de inflação é igual à diferença entre a taxa de crescimento da oferta monetária, $\mu_t = log\,(M_t/M_{t-1})$, e a taxa de crescimento da caixa real, $(1 - L)m_t$. A equação (48) admite que a taxa de crescimento da oferta monetária segue um processo do tipo auto-regressivo—médias móveis, ambos de primeira ordem, isto é, *ARMA (1,1)*.[20] Admitimos, ainda, que os erros ε_t e a_t são independentes e que o processo descrito por (48) é estável e inversível. Na hipótese de que (46) a (48) seja o modelo relevante, a taxa de inflação esperada, de acordo com a teoria das expectativas racionais de Muth, será dada por:

$$p_t^e = E\,(p_t / Informação\ Disponível\ ao\ Final\ do\ Período\ t-1) \tag{49}$$

[19] Ver J. F. Muth, "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *in Econometrica*, vol. 29 (1961), pp. 315-335.

[20] Para uma apresentação pormenorizada dos processos *ARIMA*, do qual o *ARMA (1,1)* é um caso particular, ver G. E. P. Box e G. M. Jenkins, *Time Series Analysis Forecasting and Control* (São Francisco: Holden Day, 1970).

Substituindo-se (46) em (47) resulta:

$$p_t = \mu_t - \beta(1 - L)\, p_t^e - (1 - L)\varepsilon_t \tag{50}$$

Tomando-se o valor esperado de ambos os lados da expressão acima e levando-se em conta que $E\varepsilon_t = 0$, por hipótese obtemos:

$$(1 + \beta) \left[1 - \frac{\beta}{1 + \beta} L\right] Ep_t = E\mu_t \tag{51}$$

O processo acima será inversível quando $\beta > -1/2$. Esta condição é bastante restritiva tendo em vista que em estudos empíricos se tem encontrado, em geral, $\beta < -1$. Todavia, assumiremos até o final desta seção que β está compreendido no intervalo $(0, -1/2)$.

O valor esperado da taxa de crescimento da oferta monetária obtido a partir de (48) é:

$$E\mu_t = \phi_\mu \mu_{t-1} - \theta_\mu a_{t-1} \tag{52}$$

Segue-se de (52) que a taxa de inflação esperada (51) passa a ser expressa por:

$$p_t^e = \frac{1}{(1 + \beta)\left[1 - \dfrac{\beta}{1 + \beta} L\right]} [\phi_\mu \mu_{t-1} - \theta_\mu a_{t-1}] \tag{53}$$

A equação final da taxa de inflação, p_t, é obtida substituindo-se (53) e (48) em (50):

$$p_t = \frac{(1 - \theta_\mu)}{(1 - \phi_\mu L)} a_t - \frac{\beta(1 - L)}{(1 + \beta)\left[1 - \dfrac{\beta}{1 + \beta} L\right]} \cdot$$

$$\cdot \left[\phi_\mu \frac{(1 - \theta_\mu L)}{(1 - \phi_\mu L)} La_t - \theta_\mu La_t\right] - (1 - L)\varepsilon^t \tag{54}$$

Introduzindo $\beta^* = \beta / (1 + \beta)$ e rearranjando os termos de (54), obtemos:

$$(1 - \phi_\mu L)\ (1 - \beta^* L)\, p_t = [(1 - \theta_\mu L)\ (1 - \beta^* L) + \\ + \beta^* \theta_\mu\ (1 - \phi_\mu L)\ (L - L^2) - \beta^* \phi_\mu (1 - \theta_\mu L)\ (L - L^2)] \\ a_t - (1 - \phi_\mu L)\ (1 - \beta^* L)\ (1 - L) \varepsilon_t \tag{55}$$

A expressão (55) é a equação final da taxa de inflação. [21] A parte auto-regressiva contém termos de segunda ordem, enquanto a parte de médias móveis contém polinômios de terceira ordem. Segue-se então que, se o modelo relevante for o especificado em (46) a (48), a equação final da taxa de inflação poderá ser representada por um processo *ARMA (2,3)*.

De modo geral, é possível mostrar que, se as variáveis exógenas de um modelo de equações simultâneas seguem processos estocásticos do tipo *ARMA*, a equação final de cada variável endógena do modelo seguirá também um processo idêntico. Em conseqüência, dentro desta hipótese podemos admitir, mesmo sem especificar um modelo econométrico completo, que a taxa de inflação segue um processo *ARMA*. É claro que o não conhecimento do modelo implica que possíveis relações entre os coeficientes do processo sejam desconhecidas. Não levando em consideração essas possíveis restrições, o uso das técnicas desenvolvidas por Box e Jenkins facilmente possibilitam a identificação e a estimação do processo *ARMA* da taxa de inflação. O valor previsto pelo processo — por exemplo, a previsão feita neste período com relação ao próximo — será a taxa de inflação esperada.

2.5 — Trajetória de ajustamento dos preços x mecanismo de ajustamento da demanda de moeda

É bem conhecido na literatura econômica o fato empírico de que o aumento sustentado de 1% na oferta monetária não acarreta, ini-

[21] A. Zellner e F. Palm, "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models", *in Journal of Econometrics*, vol. 2 (1974), pp. 17-54.

cialmente, um igual incremento na taxa de inflação.[22] A evidência, tanto para o Brasil como para outros países latino-americanos, é de que os preços inicialmente aumentam a uma taxa inferior à da oferta monetária. A taxa de inflação vai gradualmente aumentando, decorrido um certo período torna-se superior à taxa de expansão da oferta monetária e em seguida decresce até que, após um prazo bastante longo, iguala-se à taxa de expansão monetária, desde que a renda real permaneça constante.[23] A demanda de moeda por si só é incapaz de explicar tal fenômeno, pois, como já assinalamos anteriormente, a teoria quantitativa da moeda, na sua versão moderna, não visa a explicar o comportamento da taxa de inflação. Por exemplo, admitamos que a renda real, y_t, seja exógena e que a taxa de inflação, p_t, a caixa real atual, m_t, a caixa real desejada, m_t^d, e a taxa de inflação esperada, p_t^e, sejam dadas pelo seguinte modelo de quatro equações:

$$(1 - \phi L)\ m_t = (1 - \phi)\ m_t^d + \theta\,(p_t - p_t^e) \qquad (56)$$

$$m_t^d = \alpha + \beta p_t^e + \gamma y_t \qquad (57)$$

$$p_t = \mu_t - (1 - L)\ m_t \qquad (58)$$

$$p_t^e = \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda L}\ p_{t-1} \qquad (59)$$

Neste caso, a função de transferência da taxa de inflação seria dada por:

$$\begin{aligned} &\{(1 + \theta) - [\phi + \theta + \lambda\,(1 + \theta) + (1 - \lambda)\ (\theta - \beta\,(1 - \phi))]\ L + \\ &+ [\lambda\,(\phi + \theta) - (1 - \lambda)\ (\theta - \beta\,(1 - \theta))]\ L^2\}\ p_t = \\ &= (1 - \phi L)\ (1 - \lambda L)\ \mu_t - \gamma\,(1 - \phi)\ (1 - \lambda L)\ (1 - L)\ y_t \end{aligned} \qquad (60)$$

22 Ver, por exemplo, A. C. Diz, "Money and Prices in Argentina, 1935-62", *in* D. Meiselman (ed.), *Varieties of Monetary Experience* (Chicago: University of Chicago Press, 1970).

23 A evidência para a Argentina está contida em A. C. Diz, *op cit.* Para o Brasil, ver A. C. Pastore, "Observações sobre a Política Monetária no Programa Brasileiro de Estabilização", tese inédita de livre-docência (São Paulo: Universidade de São Paulo, 1973).

A partir da equação anterior podemos concluir que, se $\theta = 0$, $\partial p_t/\partial \mu_t = 1$, e que, se $\theta > 0$, $\partial p_t/\partial \mu_t < 1$. Basicamente, uma equação de ajustamento do tipo (56) foi proposta por Pastore. [24] Essa equação, juntamente com as demais equações do modelo, equações (57) a (59), e a hipótese de exogeneidade da renda real, y_t, comportam, desde que $\theta > 0$, a hipótese de que o aumento da oferta monetária não se reflita, inicialmente, em igual aumento na taxa de inflação. É claro que a equação de ajustamento, quando $\theta = 0$,

$$(1 - \phi L)\, m_t = (1 - \phi)\, m_t^d \qquad (61)$$

está em conflito com a evidência empírica aludida acima quando as demais equações do modelo são especificadas por (57) a (59). No entanto, se a equação da taxa de inflação esperada for especificada por

$$p_t^e = \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda L}\, p_t \qquad (62)$$

e as equações restantes do modelo forem dadas por (61), (57) e (58), a função de transferência da taxa de inflação passa a ser dada por:

$$\begin{aligned}
&\{[(1 + \theta) + (1 - \lambda)\ (\theta - \beta\,(1 - \phi))] - [\lambda\,(1 + \theta) + \phi + \theta + \\
&\quad + (1 - \lambda)\ (\theta - \beta\,(1 - \phi))]\ L + [\lambda\,(\phi + \theta)]\ L^2\}\ p_t = \\
&= (1 - \phi L)\ (1 - \lambda L)\ \mu_t - \gamma\,(1 - \phi)\ (1 - \lambda L)\ (1 - L)\ y_t \qquad (63)
\end{aligned}$$

Nesse caso, mesmo que $\theta = 0$, $\partial p_t/\partial \mu_t < 1$, tendo em vista que admitimos $\lambda \neq 1 \neq \phi$, isto é, o mecanismo de ajustamento (61) do tipo usado por Mundell, [25] pode-se compreender a hipótese da "ultrapassagem", desde que a taxa de inflação esperada siga o processo descrito por (62).

[24] A. C. Pastore, *op. cit.*

[25] R. A. Mundell, "Growth, Stability and Inflationary Finance", *in Journal of Political Economy*, vol. 73 (abril de 1965), pp. 97-109.

Admita-se agora que a renda real, y_t, não é uma variável exógena do modelo, mas sim dada pela curva de Phillips (hipótese aceleracionista), ou seja:

$$y_t - y_t^* = a(p_t - p_t^e), \; a > 0 \tag{64}$$

onde y_t^* é o logaritmo do produto potencial e a "capacidade ociosa natural", por simplicidade, é admitida como igual a zero. Assim, a função de transferência da taxa de inflação é:

$$\begin{aligned} &\{[1 + a\gamma (1 - \phi)] - [\phi + \lambda + 2a\gamma (1 - \phi) - \beta (1 - \phi) (1 - \lambda)] L + \\ &\quad + [\lambda (\phi + a\gamma (1 - \phi)) - (1 - \phi) (1 - \lambda) (\beta - a\gamma)] L^2\} p_t = \\ &\quad = (1 - \phi L) (1 - \lambda L) \mu_t - \gamma (1 - \phi) (1 - \lambda L) (1 - L) y_t^* \end{aligned} \tag{65}$$

A equação de ajustamento da demanda de moeda é dada por (61) e as demais equações do modelo são (57), (58) e (59). É fácil concluir a partir de (65) que:

$$\frac{\partial p_t}{\partial \mu_t} = \frac{1}{1 + a\gamma (1 - \phi)} < 1$$

o que significa dizer que o aumento de 1% em μ_t acarreta um aumento inferior a 1% na taxa de inflação, p_t.

Os exemplos dados acima evidenciam o fato de que a trajetória de ajustamento dos preços não depende apenas do mecanismo de ajustamento da demanda de moeda, mas também da especificação das demais equações do modelo. Obviamente, a mesma trajetória dos preços pode ser o resultado de modelos estruturais diferentes.

3 — A evidência empírica

A evidência empírica apresentada nesta seção refere-se aos resultados obtidos por Fishlow (1968), Pastore (1969), Simonsen (1970), Campbell (1970), Silveira (1973), Da Silva (1972), Pastore (1973) e Contador (1974). As Tabelas I a 11 procuram dar um resumo, tanto quanto possível completo, dos diferentes resultados publicados por estes autores. Além disto, estas tabelas contêm informação no que diz respeito ao período coberto pela amostra utilizada na estimação do modelo, as definições das variáveis usadas, técnicas de estimação empregadas e demais características desses estudos. Cuidamos, a seguir, da análise de cada estudo em particular.

3.1 — Fishlow (1968) [26]

Fishlow usou em seu trabalho a seguinte versão simplificada da equação de demanda de moeda (15):

$$m_t = \alpha(1 - \phi) + \phi m_{t-1} + \beta(1 - \phi)\, p_t + \gamma(1 - \phi)\, y_t + \varepsilon_t \qquad (66)$$

A equação acima é obtida a partir da equação (15) fazendo-se:

$$\theta(L) = 0; \quad \phi(L) = 1 - \phi L; \quad \psi(L) = 1 - \phi; \quad p_t^e = p_t \qquad (67)$$

Em algumas regressões Fishlow impõe, também, a condição de que ϕ é igual a zero.

As restrições enumeradas em (67) implicam que: (i) o mecanismo de ajustamento de moeda é do tipo parcial; e (ii) os agentes econômicos não erram na formação de suas expectativas com respeito à taxa de inflação, pois a taxa de inflação esperada para o período t, ao final do período $t-1$, é igual à taxa de inflação verificada no período t. É interessante observar que essa formulação da taxa de inflação esperada cria alguns problemas econométricos. Com efeito, a taxa de inflação, por definição, é igual à diferença entre a taxa de crescimento da oferta monetária e a taxa de crescimento da caixa real, isto é, $p_t = \mu_t - (1-L)\, m_t$. Em conseqüência, a taxa de inflação é correlacionada com o erro, ε_t, da equação de demanda de moeda, e portanto os estimadores de mínimos quadrados ordinários de (66) são tendenciosos. Nesse caso, na hipótese de que a taxa de

[26] A. Fishlow, "The Monetary Policy in 1968" (IPEA, 1968), mimeo, e "Projections and Policies for the Plano Trienal" (IPEA, 1968), mimeo.

crescimento da oferta monetária seja exógena, poderíamos substituir o valor de p_t na equação (66) e então obter, depois de algumas simplificações, a seguinte equação:

$$m_t = \frac{\alpha(1-\phi)}{1+\beta(1-\phi)} + \frac{\phi+\beta(1-\phi)}{1+\beta(1-\phi)}\, m_{t-1} + \frac{\beta(1-\phi)}{1+\beta(1-\phi)}\, \mu_t + $$

$$+ \frac{\gamma(1-\phi)}{1+\beta(1-\phi)}\, y_t + \frac{\varepsilon_t}{1+\beta(1-\phi)} \tag{68}$$

Com esta especificação, e a hipótese adicional de que a renda real seja uma variável exógena, os estimadores de mínimos quadrados ordinários deixariam de ser tendenciosos.

Tabela 1

Demanda de moeda: Fishlow (1968)

Constante	$p_t^e = p_t$	y_t	m_{t-1}	R^2	Observações 1	Observações 2	Observações 5
—27,4	—47,2 (25,0)	0,139 (0,062)	0,76 (0,26)	0,973	*L*	1948/64	PNB
57,1	—33,7 (8,0)	0,2031 (0,0101)	—	0,97	*L*	1948/67	PIB
— 0,522	— 0,295 (0,104)	0,862 (0,054)	—	0,97	*L-L*	1948/67	PIB
57,1	—33,7 (8,4)	0,2030 (0,0351)	0,0004 (0,199)	0,97	*L*	1948/67	PIB
— 0,861	— 0,288 (0,107)	0,758 (0,171)	0,140 (0,217)	0,97	*L-L*	1948/67	PIB
46,8	—32,44 (12,69)	0,2315 (0,0166)	—	0,94	*L*	1948/67	PIB
— 1,020	— 0,3234 (0,119)	0,9630 (0,065)	—	0,95	*L-L*	1948/67	PIB
36,6	—13,88 (13,34)	0,2048 (0,0155)	—	0,95	*L*	1948/67	PIB

FONTES: A. Fishlow, "The Monetary...", *op. cit.*, e "Projections and Policies...", *op. cit.*

NOTAS: a) Na coluna Observações, os números indicados nesta tabela e nas demais terão os seguintes significados:

Col. 1 – tipo de equação: linear = *L*; log linear = *L-L*.

Col. 2 – período de amostra.

Col. 3 – dados: A = anuais; M = mensais; T = trimestrais.

Col. 4 – mecanismo de taxa esperada de inflação.

Col. 5 – variável usada para renda.

Col. 6 – definição de variável usada na regressão e/ou informação adicional referente à regressão assinalada.

b) A variável p_t é dada por P_t/P_{t-1}

c) Os valores entre parênteses são os erros-padrão.

d) Os dados usados em todas as regressões são anuais.

A Tabela 1 contém os resultados das diferentes regressões efetuadas por Fishlow. Para o período 1948/67, tanto a regressão na forma linear (L) quanto a do tipo linear nos logaritmos das variáveis (L-L) mostram que o coeficiente da caixa real defasada em um período (m_{t-1}) não é significativo. Entretanto, para o período 1948/64, o uso de uma equação do tipo linear conduz a um coeficiente de m_{t-1} significativo.

Os coeficientes das variáveis independentes têm o sinal esperado *a priori*, de acordo com o previsto pela teoria quantitativa da moeda. As elasticidades-renda de longo prazo da moeda, nas equações do tipo log-log (L-L), são inferiores à unidade, embora em uma das regressões a hipótese de que a elasticidade-renda seja igual a 1 seja aceita. As elasticidades (de longo prazo) da demanda de moeda, nas equações do tipo L-L, com respeito à taxa de inflação esperada são bastante baixas — por exemplo, da ordem de —0,66 para uma taxa de inflação esperada de 20% ao ano.

Nas três últimas regressões da Tabela 1 a caixa real, m_t, é medida através dos saldos dos meios de pagamentos no mês de dezembro, enquanto nas demais equações os saldos são medidos no mês de junho. O conceito de meios de pagamentos usado em todas as regressões é o do Banco Central. Convém salientar, também, que na última regressão da tabela o índice de preço usado resulta de uma média geométrica dos índices de preços nos anos contíguos. Os resultados dessas três regressões não diferem, significativamente, das demais equações apresentadas na referida tabela.

3.2 — Pastore (1969) [27]

Pastore, em seu estudo de 1969, usou, como Fishlow, a especificação de demanda de moeda com as restrições $\theta(L) = 0$, $\phi(L) = 1 - \phi L$ e $\psi(L) = 1 - \phi$, isto é:

$$m_t = \alpha(1 - \phi) + \phi m_{t-1} + \beta(1 + \phi)\ p_t^e + \gamma(1 - \phi)\ y_t + \varepsilon_t \qquad (69)$$

[27] A. C. Pastore, "Inflação e Política Monetária no Brasil", *in Revista Brasileira de Economia,* vol. 23 (1969), pp. 92-123.

A especificação anterior é aplicada a dados trimestrais, o que difere do trabalho de Fishlow, pois este usou dados anuais. Em algumas regressões o caso particular $\phi = 0$ é considerado. Quanto à taxa de inflação esperada, Pastore usou duas alternativas: (i) taxa de inflação esperada igual à taxa de inflação observada no último período ($p_t^e = p_{t-1}$); e (ii) taxa de inflação esperada, dada de acordo com o mecanismo de expectativa adaptada de Cagan. Neste último caso, o coeficiente de λ estimado é igual a $0{,}1$.

A Tabela 2, a seguir, contém os resultados publicados por Pastore. Os parâmetros estruturais do modelo, correspondentes à taxa de inflação esperada e à renda real, têm o sinal esperado *a priori*. As elasticidades-renda, de longo prazo, para as equações do tipo *L-L*, com exceção da regressão obtida através do método de variáveis instrumentais e daquelas que incluem a taxa de juros como variável explicativa, são inferiores à unidade. As estatísticas de Durbin-Watson nas quatro primeiras regressões indicam a presença de autocorrelação positiva dos resíduos, o que certamente levou Pastore a estimar o modelo utilizando as primeiras diferenças das variáveis, na tentativa de eliminar a autocorrelação dos resíduos. As oito últimas regressões da tabela contêm esses resultados. Neste caso, os coeficientes da variável defasada, m_{t-1} $(= \Delta m_t)$, não são significativos, seja na forma linear ou na log-log, seja quando $p_t^e = p_{t-1}$ ou quando p_t^e segue o mecanismo de expectativa adaptada. Todavia, esses mesmos coeficientes de m_{t-1} são significativos quando o modelo é estimado na sua forma original.

Pastore testa, também, a hipótese de que a demanda de moeda dependa da taxa de juros nominal, medida através do rendimento anual das letras de câmbio. Porém, não é testada a hipótese de que tanto a taxa de inflação esperada quanto a taxa de juros nominal são variáveis explicativas na demanda de moeda. Com efeito, a equação da caixa real desejada (4), combinada à equação fisheriana (5), implica que:

$$m_t^d = \alpha_0 + (\alpha_1 + \alpha_2)\ i_t + (\alpha_3 - \alpha_2)\ p_t^e + \gamma y_t + \sigma_1\ \varepsilon_{1t} \qquad (70)$$

onde admitimos que a taxa de juros esperada, i_t^e, é igual à taxa de juros observada, i_t, e que a renda atual, y_t, é igual à renda perma-

TABELA 2
Demanda de moeda: Pastore (1969)

Constante	p_t^e	y_t	i_t	m_{t-1}	R^2	D.W.	Observações 1	2	4	5	6
173,966	-113,461 (2,910)	1,382 (18,205)	—	—	0,070	0,332	*L*	1954/68	p_{t-1}	—	—
2,640	-0,921 (3,065)	0,569 (19,151)	—	—	0,722	0,367	*L-L*	1954/68	p_{t-1}	—	—
50,472	-5,819 (6,970)	1,733 (19,117)	—	—	0,760	0,489	*L*	1954/68	$\lambda = 0,1$	—	—
2,089	-0,103 (6,549)	0,722 (18,951)	—	—	0,770	0,530	*L-L*	1954/68	$\lambda = 0,1$	—	—
68,575	-61,330 (3,883)	0,295 (5,979)	—	0,839 (28,074)	0,952	2,281	*L*	1954/68	p_{t-1}	—	—
0,305	-0,464 (3,964)	0,112 (5,779)	—	0,849 (29,455)	0,959	2,299	*L-L*	1954/68	p_{t-1}	—	—
7,331	-1,789 (4,426)	0,448 (6,664)	—	0,796 (24,915)	0,953	1,878	*L*	1954/68	$\lambda = 0,1$	—	—
0,259	-0,032 (4,518)	0,171 (6,548)	—	0,813 (26,745)	0,960	1,920	*L-L*	1954/68	$\lambda = 0,1$	—	—
-0,040	—	0,008 (4,629)	-0,004 (3,384)	0,795 (9,299)	0,882	2,036	*L*	*f*	—	—	—
-0,842	—	0,315 (4,524)	-0,106 (3,606)	0,745 (8,869)	0,874	1,918	*L-L*	*f*	—	—	—
-0,002	-0,037 (3,414)	0,008 (4,690)	—	0,764 (8,424)	0,882	2,096	*L*	*f*	—	—	—
-1,088	-0,090 (3,498)	0,312 (4,454)	—	0,771 (8,915)	0,873	2,111	*L-L*	*f*	—	—	—
22,151	-3,860 (4,326)	1,048 (5,826)	—	0,476 (4,604)	—	—	*L*	1954/68	—	—	*d*
0,147	-10,681 (0,697)	0,528 (6,089)	—	—	0,202	1,956	*L*	1954/66	p_{t-1}	$y_t = \Delta y_t$	—
0,001	-0,100 (0,893)	0,178 (5,394)	—	—	0,167	1,971	*L-L*	1954/66	p_{t-1}	$y_t = \Delta y_t$	—
0,181	-4,745 (2,530)	0,518 (6,103)	—	—	0,232	2,172	*L*	1954/66	$\lambda = 0,1$	$y_t = \Delta y_t$	—
0,001	-0,065 (2,20)	0,179 (5,505)	—	—	0,189	2,114	*L-L*	1954/66	$\lambda = 0,1$	$y_t = \Delta y_t$	—
0,132	-6,667 (0,395)	0,546 (5,881)	—	0,048 (0,577)	0,204	2,062	*L*	1954/66	p_{t-1}	$y_t = \Delta y_t$	$m_{t-1} = \Delta m_t$
0,001	0,076 (0,514)	0,183 (5,240)	—	0,040 (0,473)	0,168	2,057	*L-L*	1954/66	p_{t-1}	$y_t = \Delta y_t$	$m_{t-1} = \Delta m_t$
0,224	-6,401 (2,610)	0,477 (5,081)	—	-0,102 (1,047)	0,237	1,995	*L*	1954/66	$\lambda = 0,1$	$y_t = \Delta y_t$	$m_{t-1} = \Delta m_t$
0,002	-0,076 (2,120)	0,173 (4,977)	—	-0,051 (0,551)	0,190	2,021	*L-L*	1954/66	$\lambda = 0,1$	$y_t = \Delta y_t$	$m_{t-1} = \Delta m_t$

FONTE: Pastore, "Inflação e Política...", *op. cit.*
NOTAS: a) A oferta monetária é medida por M_1.
b) As observações são mensais.
c) A renda real é baseada em um índice calculado a partir do valor da arrecadação real do IVC em São Paulo.
d) Os coeficientes desta regressão foram estimados usando-se o método de variáveis instrumentais.
e) Os valores entre parênteses são as estatísticas "*t*".
f) A amostra usada nesta regressão compreende 43 observações, com base em dados de taxa de juros publicados pelo IPEA.

nente, y_t^p. Admitindo, ainda, um mecanismo de ajustamento do tipo parcial — $\phi(L) = 1 - L$ e $\psi(L) = 1 - \phi$ — obtemos a equação de demanda de moeda:

$$m_t = \alpha_0(1 - \phi) + \phi m_{t-1} + (1 - \phi)(\alpha_1 + \alpha_2) i_t + \\ + (1 - \phi)(\alpha_2 - \alpha_3) p_t^e + \gamma y_t + \varepsilon_t \qquad (71)$$

onde $\varepsilon_t = \sigma_t \varepsilon_{1t}$. Na hipótese de que $\alpha_2 = \alpha_3$, a equação (71) passa a ter como variáveis explicativas a caixa real defasada em um período, m_{t-1}, a taxa nominal de juros, i_t, e a renda atual, y_t. As estimativas obtidas para essa especificação são significativas, e é interessante observar que a elasticidade-renda de longo prazo, para a equação na forma log-log, é superior à unidade.

3.3 — Simonsen (1970) [28]

A Tabela 3, a seguir, contém os resultados obtidos na pesquisa elaborada por Simonsen em 1970 sobre a demanda de moeda no Brasil. A primeira regressão dessa tabela é especificada em termos *per capita*, e a caixa real *per capita* é função apenas da renda real *per capita*. A elasticidade-renda é bastante pequena, o que provavelmente traduz erro de especificação, acarretando, em conseqüência, um viés para baixo na elasticidade-renda da moeda.

Nas duas regressões seguintes, a segunda e a terceira da Tabela 3, a demanda de moeda é função da renda real e da taxa de inflação esperada, esta última assimilada à taxa de inflação verificada no período para o qual a previsão foi feita. A elasticidade-renda, em ambas as regressões, é inferior à unidade, o que leva Simonsen a afirmar: "Essa identificação da moeda como um bem de elasticidade-renda inferior à unidade é inegavelmente surpreendente, do ponto de vista teórico". [29] Essa afirmação é desprovida de sentido, pois, do ponto de vista teórico, nada se pode afirmar acerca da magnitude

28 M. H. Simonsen, *Inflação—Gradualismo x Tratamento de Choque* (Rio de Janeiro: Apec Editora, 1970).

29 *Ibid.*, p. 151.

TABELA 3

Demanda de moeda: Simonsen (1970)

Constante	p_t^e	y_t	i_t	m_{t-1}	R^2	D.W.	Observações 1	Observações 2	Observações 3	Observações 4
−0,1305	—	0,2929 (0,0761)	—	—	0,4380	—	*L-L*		A	—
25,8620	−0,2011 (0,0663)	0,1533 (0,0094)	—	—	0,9535	1,3481	*L*	1947/68	A	$p_t^e = p_t, p_t =$ = DIP
0,0416	−0,2996 (0,1222)	0,7336 (0,0495)	—	—	0,9513	1,5129	*L-L*	1947/68	A	$p_t^e = p_t, p_t =$ = DIP
24,1809	−0,1767 (0,0637)	0,1741 (0,0015)	−0,4264 (0,2584)	—	0,9621	1,5529	*L*	1947/68	A	$p_t^e = p_t, p_t =$ = DIP
0,0480	0,0622 (0,0128)	—	—	0,7649 (0,0543)	0,8338	1,8189	*L*	1947/68	M	$p_t =$ I2CE
4,0676	0,0267 (0,0042)	—	—	—	0,6560	0,5118	*L*	1947/68	A	$p_t =$ DIP
4,0875	0,0254 (0,0045)	—	—	—	0,5954	0,6053	*L*	1947/68	A	$p_t =$ I2CE
3,6614	0,0146 (0,0047)	—	0,0414 (0,0114)	—	0,7966	0,9394	*L*	1947/68	A	$p_t =$ DIP
3,6370	0,0127 (0,0048)	—	0,0452 (0,0114)	—	0,0772	1,0349	*L*	1947/68	A	$p_t =$ I2CE

FONTE: Simonsen, *op. cit.*

NOTAS: a) As quatro últimas equações da tabela acima são equações de velocidade-renda da moeda.

b) A equação que contém a caixa real defasada, m_{t-1}, é especificada da seguinte forma:

$$\frac{m_t}{y_t} = (1-k)\frac{m_{t-1}}{y_t} + k\,(a - b\,p_t^e).$$

c) A taxa de juros de curto prazo é uma média ponderada de taxas de juros e mede o custo médio nominal do dinheiro para os mutuários.

d) A renda mensal, y_t, é medida pelo Índice do Valor Real dos Negócios.

e) Os valores entre parênteses são os erros-padrão.

f) I2CE = Índice 2 da Revista *Conjuntura Econômica*. DIP = Deflator Implícito do Produto.

do coeficiente de elasticidade-renda.[30] É interessante lembrar, a este respeito, que modelos desenvolvidos por Baumol e Tobin para explicar a demanda de moeda têm como hipótese básica a proposição de que existem economias de escala na demanda de moeda.[31]

A quarta regressão da Tabela 3 introduz como variável independente a taxa de juros, além da taxa de inflação esperada e da renda real. Os sinais dos coeficientes das variáveis estão de acordo com o indicado *a priori* pela teoria, porém o coeficiente da taxa de juros não é significativo. Esse fato pode ser atribuído aos problemas causados por multicolinearidade, quando se introduzem simultaneamente a taxa de juros nominal e a taxa de inflação esperada.

As demais regressões da Tabela 3 partem da hipótese de que a elasticidade-renda da moeda é igual à unidade. Simonsen, embora afirme ser essa uma hipótese discutível do ponto de vista empírico, acredita que as estimativas da elasticidade-renda podem ser viciadas por "consideráveis distorções" e que, portanto, a hipótese da elasticidade-renda unitária não esteja muito longe da realidade. As quatro últimas regressões da Tabela 3 dizem respeito à velocidade-renda da moeda. Utilizando tanto o Índice 2 de *Conjuntura Econômica* quanto o Deflator Implícito do Produto, os resultados não diferem. É interessante observar que as estatísticas de Durbin-Watson indicam, nessas regressões, autocorrelação positiva dos resíduos. Esse fato pode ser atribuído à não especificação correta da equação da velocidade-renda da moeda, como, por exemplo, a exclusão da variável renda.

3.4 — Campbell (1970)[32]

Campbell estimou a equação de demanda de moeda admitindo que o ajustamento entre a caixa real desejada e a caixa real atual é

[30] Do ponto de vista empírico, para os Estados Unidos, enquanto Friedman, para o período 1870/1954 encontra uma elasticidade-renda (permanente) maior que 1, Lee mostra que para o período 1951/65 a elasticidade-renda (permanente) é inferior à unidade.

[31] Veja Baumol, *op. cit.*, e Tobin, "The Interest...", *op. cit.*

[32] C. D. Campbell, "The Velocity of Money and the Rate of Inflation: Recent Experiences in South Korea and Brazil", *in* D. Meiselman (ed.), *op. cit.*

instantânea e que a elasticidade-renda da moeda é unitária. A equação usada é, portanto, dada por:

$$m_t - y_t = \alpha + \beta p_t^e + \varepsilon_t \tag{72}$$

A Tabela 4 contém os resultados das três regressões efetuadas por Campbell. Nota-se que o uso do Índice de Custo de Vida ou do Índice de Preços por Atacado para medir a taxa de inflação produz

TABELA 4

Demanda de moeda: Campbell (1970)

Constante	p_t^e	δ	R^2	Observações	
				2	6
4,66605	− 6,0071 (0,26521)	0,15	0,845	1958/65	P_t = ICV
4,66129	− 6,1291 (0,25114)	0,13	0,864	1958/65	P_t = IPA
4,89755	−30,6463 (1,9622)	0,02	0,674	1948/57	P_t = ICV

FONTE: Campbell, *op. cit.*
NOTAS: a) As observações são mensais.
b) A taxa de inflação esperada é dada pelo mecanismo de expectativa adaptado de Cagan.
c) A variável dependente é o logaritmo da caixa real dividida pela renda real.
d) Os valores entre parênteses são os desvios-padrão das estimativas.

praticamente os mesmos resultados. Os coeficientes da taxa de inflação esperada são significativos e têm o sinal indicado pela teoria. Quando a regressão é estimada para o período 1948/57, o coeficiente de expectativa δ é inferior ao obtido para o período 1958/65, o que indica que no período de inflação mais elevada as expectativas sobre sua taxa se formam mais rapidamente.

3.5 — Silveira (1973) [33]

A equação de demanda de moeda usada por Silveira é uma versão bastante simples de (15). Com efeito, a especificação

$$m_t = \alpha + \beta p_t^e + \gamma y_t + \varepsilon_t \tag{73}$$

adotada por Silveira para realizar vários experimentos resulta de (15), com as seguintes hipóteses:

$$\phi(L) = \psi(L) = 1, \quad \theta(L) = 0 \tag{74}$$

A taxa de inflação esperada segue o mecanismo de expectativa adaptada, e a técnica de estimação dos parâmetros de (73) é a mesma proposta por Cagan, descrita na Seção 2 deste trabalho. A definição de moeda corresponde ao conceito M_1.

A Tabela 5 sumaria os resultados encontrados por Silveira, sendo interessante observar que as elasticidades-renda, para todas as regressões da referida tabela, são inferiores à unidade. Os coeficientes da taxa de inflação esperada têm o sinal esperado, com exceção da regressão que impõe, *a priori,* uma elasticidade-renda igual a zero.

Entre os vários experimentos realizados por Silveira, um deles estima a demanda de moeda, excluindo sucessivamente os anos iniciais da amostra. Essas regressões mostram que o coeficiente de expectativa δ tende a crescer, o que significa dizer que, tendo em vista as altas taxas de inflação no período final da amostra, na medida em que elas aumentam os agentes econômicos passam a perceber a inflação com maior antecedência e, em conseqüência, a formar suas expectativas com maior ênfase na experiência mais recente. Por outro lado, para esses mesmos experimentos, o coeficiente β da taxa de inflação esperada parece crescer (em valor absoluto), indicando que o aumento da taxa esperada leva os agentes econômicos a se livrarem mais rapidamente de moeda. Seria interessante também especificar um modelo em que o coeficiente de expectativa δ bem como o parâmetro β dependessem da aceleração da taxa

33 A. M. Silveira, "The Demand for Money: The Evidence from the Brazilian Economy", *in Journal of Money, Credit and Banking,* vol. 5 (1973), pp. 113-140.

TABELA 5

Demanda de moeda: Silveira (1972)

Constante	p_t^e	y_t	$\hat{\delta}$	R_a^e	D.W.	Observações 2	Observações 3	Observações 6
2,0 (6,7)	—	0,581 (10,0)	—	0,916	1,23	1948/67	A	P = IPA
1,24 (2,9)	— 0,253 (— 2,3)	0,746 (8,4)	1,0	0,933	1,30	1948/67	A	P = IPA
0,810 (1,34)	— 0,627 (— 2,3)	0,841 (6,6)	0,3	0,914	1,14	1948/63	A	P = IPA
0,831 (1,53)	— 0,610 (— 3,1)	0,837 (7,3)	0,3	0,917	1,19	1948/64	A	P = IPA
0,926 (1,60)	— 0,325 (— 2,4)	0,810 (6,7)	1,0	0,914	1,19	1948/65	A	P = IPA
0,876 (1,64)	— 0,331 (— 2,5)	0,820 (7,4)	1,0	0,926	1,25	1948/66	A	P = IPA
1,24 (2,9)	— 0,259 (— 2,3)	0,746 (8,4)	1,0	0,933	1,30	1948/67	A	P = IPA
1,60 (3,7)	— 0,197 (— 2,01)	0,673 (7,6)	2,0	0,908	1,32	1949/67	A	P = IPA
1,94 (4,7)	— 0,175 (— 2,1)	0,605 (7,2)	≥7,0	0,889	1,39	1950/67	A	P = IPA
1,98 (4,5)	— 0,180 (— 2,04)	0,559 (6,8)	≥6,0	0,875	1,19	1951/67	A	P = IPA
1,65 (3,5)	— 0,200 (— 2,4)	0,663 (7,1)	≥8,0	0,886	1,24	1952/67	A	P = IPA
1,27 (2,6)	— 0,322 (— 2,6)	0,743 (7,3)	0,5	0,902	1,36	1948/67	A	P = ICV (SP)
1,20 (2,9)	— 0,250 (— 2,5)	0,754 (9,1)	1,0	0,938	1,28	1948/67	A	P = IPA (PI)
1,22 (4,9)	— 0,173 (— 2,1)	0,740 (14,0)	2,0	0,963	1,14	1948/67	A	P = IPA (PA)
1,32 (2,8)	— 0,227 (— 1,82)	0,727 (7,4)	0,75	0,932	1,35	1948/67	A	P = ICV (RJ)
1,76 (12,0)	— 2,20 (— 3,9)	0,654 (2,0)	0,05	0,854	0,646	1948/67	M	P = ICV (SP)
1,26 (4,9)	— 1,19 (— 3,8)	0,745 (14,0)	0,10	0,890	0,746	1948/67	T	P = ICV (SP)
1,27 (2,6)	— 0,322 (— 2,6)	0,743 (7,3)	0,50	0,902	1,36	1948/67	A	P = ICV (SP)
1,13 (3,9)	— 0,656* (— 5,0)	0,818 (14,0)	0,05	0,907	1,18	1948/57	T	P = ICV (SP)
3,30 (11,0)	— 0,824 (— 4,8)	0,290 (4,4)	1,0	0,682	0,670	1958/67	T	P = ICV (SP)
1,51 (7,4)	— 25,6 (— 1,9)	0,747 (16,0)	0,01	0,834	1,05	1948/57	M	P = ICV (SP)
3,52 (11,0)	— 2,56 (— 7,4)	0,246 (6,4)	0,3	0,636	0,379	1958/67	M	P = ICV (SP)
2,47 (11,0)	— 1,15 (— 6,6)	0,471 (9,8)	0,75	0,891	0,840	1958/67	T	P = IPA
2,68 (18,0)	— 3,60 (— 9,9)	0,431 (14,0)	0,25	0,854	0,543	1958/67	M	P = IPA
2,82 (7,4)	— 9,10 (—13,0)	0,477 (5,8)	0,20	0,942	1,32	1963/65	M	P = IPA
0,513 (104,0)	—12,5 (—11,0)	—	0,15	0,832	0,468	1963/65	M	P = IPA
4,76 (110,0)	1,29 (5,4)	—	≤0,1	0,773	0,799	1948/67	A	P = IPA

FONTE: Silveira, *op. cit.*

NOTAS:
a) As rendas mensais e trimestrais são medidas através do Índice do Valor Real dos Negócios.
b) O método de estimação é o de Cagan.
c) ICV = Índice de Custo de Vida.
SP = São Paulo.
RJ = Rio de Janeiro.
IPA = Índice de Preços por Atacado.
PA = Produtos Agrícolas.
PI = Produtos Industriais.

de inflação, isto é, na medida em que ela aumentasse, os coeficientes δ e β aumentariam, indicando que os agentes econômicos passariam a prevê-la com maior antecedência e a livrar-se de moeda com maior rapidez.

A Tabela 5 mostra que quando a mesma equação é estimada, para o mesmo período, usando-se diferentes índices de preços, os resultados dos parâmetros não sofrem mudanças significativas. Entretanto, quando a amostra é subdividida em períodos, tanto para dados mensais quanto trimestrais, pelo menos um dos coeficientes da taxa de inflação esperada, ou da renda real, muda substancialmente.

Silveira usou a equação (73) para estimar a demanda de moeda tanto para dados anuais quanto trimestrais e mensais. É claro que se a especificação correta for, por exemplo, a fornecida pela equação (69), envolvendo ajustamento parcial, o uso da equação (73) implica erro de especificação. Em conseqüência, a interpretação das estimativas obtidas fica bastante difícil, pois, por exemplo, no caso do coeficiente da renda, a estimativa obtida tenderá a superestimar a elasticidade-renda de curto prazo e a subestimar a de longo prazo.

3.6 — Da Silva (1972) [34]

A equação de demanda de moeda especificada por Da Silva é:

$$(1 - \phi L)\, m_t = \alpha (1 - \phi) + \beta (1 - \phi L)\, p_t^e + \gamma (1 - \phi L)\, y_t + \sigma_2\, \varepsilon_{2t} \quad (75)$$

A equação (75) é obtida a partir de (15) admitindo-se:

$$\theta(L) = 0; \quad \theta(L) = \psi(L) = 1 - \phi L; \quad \sigma_1 = 0 \quad (76)$$

34 Adroaldo M. da Silva, "The Expected Rate of Inflation and the Demand for Money: An Empirical Study of Argentina, Brazil, Chile and U.S.A.", tese doutoral (Universidade de Chicago, 1972). Ver, também, do mesmo autor, "Demanda de Moeda e Taxa Esperada de Inflação: Um Estudo Empírico de Argentina, Brasil, Chile e U.S.A.", *in Estudos Econômicos,* vol. 3 (1973), pp. 59-101.

A parte aleatória da equação é explicitamente adicionada ao mecanismo de ajustamento, e não à equação de demanda de moeda de longo prazo. [35]

Quanto à taxa de inflação esperada, esta é construída a partir de um modelo *ARIMA (p, d, q)* para o logaritmo do nível de preços. A taxa de inflação esperada é expressa, então, por $log\ P_t^e / P_{t-1}$, onde $log\ P_t^e$ é o logaritmo do valor esperado do nível geral de preços.

A Tabela 6 resume os principais resultados obtidos por Da Silva. A técnica empregada na estimação é a de máxima verossimilhança, obtida através de um processo de pesquisa com o parâmetro ϕ. A

TABELA 6

Demanda de moeda: Da Silva (1972)

Constante	P_t^e	Y_t	R^2	ϕ	Observações 1	Observações 6
4,060 (1,31)	—0,3752 (—4,24)	0,0177 (4,22)	0,935	0,15	*L*	P = IPA
—0,3840 (—1,45)	—0,00436 (—4,63)	0,86157 (4,10)	0,938	0,15	*L-L*	P = IPA
—0,1399 (—0,57)	—0,00412 (—4,61)	0,72384 (2,52)	0,936	0,10	*L-L*	P = IPA
—	—0,1661 (—1,55)	0,0223 (16,4)	0,878	0,15	*L*	P = ICV (RJ)
—0,1351 (—0,51)	—0,00226 (—2,13)	0,6625 (3,17)	0,890	0,15	*L-L*	P = ICV (RJ)
—0,2132 (—0,8)	—0,00230 (—1,90)	0,80171 (2,5)	0,814	0,10	*L-L*	P = ICV (RJ)

FONTE: Da Silva, "The Expected Rate...", *op. cit.*

NOTAS: a) As observações são trimestrais para o período 1954/69. A renda real foi construída usando o método Harberger descrito no trabalho "The Dynamics of Inflation in Chile", *in* C. Christ (ed.), *Measurement in Economics* (Stanford: Stanford University Press, 1963).

b) A taxa de inflação esperada é gerada através de um processo *ARIMA*.

c) Os valores entre parênteses são as estatísticas "t".

d) No caso das regressões do tipo *L-L*, dois valores de ϕ foram publicados para cada índice de preço usado, tendo em vista a proximidade dos valores R^2 obtidos.

e) O logaritmo do Índice de Custo de Vida segue um processo *ARIMA (0, 2, 1)* e o logaritmo do Índice de Preços por Atacado um *ARIMA (0, 2, 1)*, com uma componente estacional mensal para este último.

35 É claro que, se adicionarmos também um erro à equação de demanda de moeda, podemos supor que $\varepsilon_t = \sigma_1 (1 - \phi L) \varepsilon_{1t} + \sigma_2 \varepsilon_{2t}$ é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída.

elasticidade-renda de longo prazo em todas as regressões é inferior à unidade. Os coeficientes de taxa de inflação esperada são bastante pequenos e, em geral, significativos.

Quanto ao índice de preços para medir a taxa de inflação, Da Silva usa tanto o Índice de Custo de Vida na cidade do Rio de Janeiro quanto o Índice de Preços por Atacado; os resultados das regressões indicam que a ordem de grandeza dos parâmetros estruturais do modelo não são sensíveis ao índice de preços utilizado.

3.7 — Pastore (1973) [36]

As Tabelas 7, 8 e 9 contêm os resultados do trabalho de Pastore (1973). Da Tabela 7 constam resultados do seguinte modelo, especificado por Pastore: em (15), façamos $\phi(L) = 1 - \phi L$, $\psi(L) = 1 - \phi$, $\theta(L) = 0$, $\sigma_2 = 0$, e para a taxa de inflação esperada admitamos o mecanismo de expectativa adaptada de Cagan. A equação (15), então, depois de algumas simplificações algébricas, reduz-se a:

$$m_t = \alpha(1-\phi)(1-\lambda) + (\phi+\lambda)\, m_{t-1} - \phi\lambda m_{t-2} + \beta(1-\phi)(1-\lambda)\, p_{t-1} + \\ + \gamma(1-\phi)\, y_t - \lambda\gamma(1-\phi)\, y_{t-1} + \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1} \qquad (77)$$

onde $\varepsilon_t = \sigma_1(1 - \phi)\,\varepsilon_{1t}$. No caso de usarmos a taxa de inflação esperada com base no período $t-2$ devemos substituir na equação acima a variável p_{t-1} pela p_{t-2}. Ao usar mínimos quadrados ordinários para estimar a equação (77) Pastore admite, implicitamente, que o erro $\varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1} = u_t$ é serialmente independente. Convém salientar que a equação (77) estimada na sua forma mais geral, sem restrições aos valores dos coeficientes, é superidentificada, pois são cinco tanto o número de parâmetros a estimar (α, β, γ, λ e ϕ)

[36] A. C. Pastore, "Observações sobre a Política...", *op. cit.* Ver, também, do mesmo autor, "Aspectos da Política Monetária Recente no Brasil", *in Estudos Econômicos*, vol. 3, pp. 7-58, e "Notas sobre la Política Monetaria Reciente del Brasil", *in Demografia y Economia*, vol. 9 (1975), pp. 324-356.

quanto o número de variáveis explicativas (m_{t-1}, m_{t-2}, p_{t-1}, y_t e y_{t-1}), mais o termo *constante*.[37] Este problema pode ser superado do seguinte modo: escrevendo a equação (77) na forma alternativa

$$m_t - \lambda m_{t-1} = \alpha(1 - \phi)\ (1 - \lambda) + \beta(1 - \phi)\ (1 - \lambda)\ p_{t-1} + \\ + \gamma(1 - \phi)\ [y_t - \lambda y_{t-1}] + \phi(m_{t-1} - \lambda m_{t-2}) + u_t \qquad (78)$$

e tomando-se valores de λ compreendidos no intervalo $(0, 1)$, calculam-se, para cada valor de λ, as variáveis $m_t - \lambda m_{t-1}$, $y_t - \lambda y_{t-1}$ e $m_{t-1} - \lambda m_{t-2}$. De posse desses valores, faz-se a regressão de $m_t - \lambda m_{t-1}$ contra p_{t-1}, $y_t - \lambda y_{t-1}$ e $m_{t-1} - \lambda m_{t-2}$, incluindo-se uma constante na regressão. A regressão associada com a menor soma dos quadrados dos resíduos corresponde às estimativas de máxima verossimilhança da equação (78).

Nas oito primeiras regressões da Tabela 7 Pastore testa, para diferentes equações obtidas a partir de (77), a hipótese de os coeficientes da regressão permanecerem estáveis durante o período 1954/69, usando o teste de Chow. Para essa amostra, e para a partição feita, essa hipótese é aceita.

É interessante observar que os coeficientes de m_{t-2} na Tabela 7 são, em geral, significativos, indicando a presença simultânea, no modelo em estudo, dos mecanismos de ajustamento parcial e de expectativa adaptada.

A Tabela 8 contém as estimativas obtidas por Pastore dos parâmetros da equação de velocidade-renda da moeda. Esta é obtida a partir de (77), lembrando que $v_t = y_t - m_t$, isto é:

$$v_t = -\ \alpha(1 - \lambda)\ (1 - \phi) - \beta(1 - \lambda)\ (1 - \phi)\ p_{t-1} - \phi\,\lambda L(1 - L)\ y_t + \\ + \{[(1 - \phi)\ (1 - \gamma) + \phi] - [\lambda(1 - \gamma)\ (1 - \phi) + \phi]\ L\}\ y_t + \\ + (\lambda + \phi)\ v_{t-1} - \lambda\ \phi v_{t-2} + u_t \qquad (79)$$

[37] Todavia, os parâmetros ϕ e λ dos mecanismos de ajustamento parcial e de expectativa adaptada, respectivamente, são identificados desde que $\gamma \neq 0$. Para uma demonstração desta proposição, ver Fernando de Holanda Barbosa, "Modelos de Expectativa Adaptada e Ajustamento Parcial: Identificação e Discriminação entre os Dois Processos", *in Revista Brasileira de Economia* (a sair).

Tabela 7

Demanda de moeda: Pastore (1973)

Constante	p_{t-1}	p_{t-2}	y_t	y_{t-1}	m_{t-1}	m_{t-2}	R^2	D.W.	Observações 2	Observações 6
−0,355	—	−0,338 (1,652)	0,235 (2,773)	0,004 (0,050)	1,193 (7,094)	−0,562 (3,480)	0,951	2,165	1954/61	Q_2 = 0,0106 Q_1 = 0,0126 F = 1,89
−0,655	—	−0,336 (1,410)	0,618 (4,975)	−0,281 (1,896)	0,977 (5,455)	−0,377 (2,585)	0,942	1,867	1962/69	
−0,287	—	−0,452 (1,890)	0,185 (2,330)	—	0,731 (6,667)	—	0,925	1,050	1954/61	Q_2 = 0,0145 Q_1 = 0,0164 F = 1,29
−0,988	—	0,250 (0,967)	0,436 (4,257)	—	0,595 (4,517)	—	0,924	1,158	1962/69	
−0,297	—	−0,454 (1,856)	0,178 (1,773)	0,012 (0,117)	0,726 (5,925)	—	0,925	1,051	1954/61	Q_2 = 0,0141 Q_1 = 0,0159 F = 1,27
−0,746	—	−0,307 (1,173)	0,538 (4,074)	−0,189 (1,200)	0,647 (4,699)	—	0,928	1,284	1962/69	
−0,450	—	−0,917 (2,453)	0,643 (9,885)	—	—	—	0,790	1,169	1954/61	Q_2 = 0,0302 Q_1 = 0,0313 F = 0,34
−1,380	—	−1,083 (4,633)	0,771 (8,453)	—	—	—	0,871	—	1962/69	
−0,980	−1,036 (6,040)	—	0,653 (21,114)	—	—	—	0,885	1,224	1954/61	—
−0,373	−0,521 (4,412)	—	0,229 (4,840)	—	0,681 (9,779)	—	0,957	1,775	1954/61	—
−0,356	−0,502 (3,883)	—	0,251 (3,337)	−0,032 (0,380)	0,695 (8,788)	—	0,957	1,770	1954/61	—
−0,320	−0,336 (2,240)	—	0,299 (2,882)	−0,094 (1,069)	0,976 (6,163)	−0,275 (2,032)	0,960	2,184	1954/61	—
−0,409	−0,136 (0,770)	−0,338 (2,030)	0,379 (4,477)	−0,117 (1,349)	0,968 (6,275)	−0,353 (2,566)	0,963	1,923	1954/61	—
0,395	—	−0,410 (2,983)	0,404 (5,199)	−0,149 (1,963)	1,034 (8,137)	−0,415 (3,743)	0,963	1,883	1954/61	—

FONTE: Pastore, "Observações sobre a Política...", *op. cit.*

NOTAS: a) Os dados são trimestrais. A variável y é uma *proxy* para a renda real construída a partir da arrecadação do IVC. Os meios de pagamentos são definidos como a soma do papel-moeda em circulação fora do sistema bancário mais depósitos à vista mais depósitos a prazo com aviso prévio até 120 dias. O nível de preços é o Índice 2 da revista *Conjuntura Econômica*.

b) As estimativas dos coeficientes são obtidas através de mínimos quadrados simples. As equações são do tipo *L-L*.

c) Os valores entre parênteses são as estatísticas "t".

d) A Coluna 6 apresenta o teste de Chow. F é o valor da estatística "F".

É importante notar que a equação (79), como a equação (77), é, em geral, superidentificada. Obviamente, procedimento semelhante ao que apresentamos para a equação (78) poderia ser desenvolvido para a equação de velocidade-renda da moeda.

Na hipótese de que $\gamma = 1$, elasticidade-renda da moeda unitária, e no caso mais geral que corresponde à última equação da Tabela 7, a soma dos coeficientes de y_t e y_{t-1} seria zero. Essa soma, para a referida regressão, é de 0,134 e parece ser significativamente diferente de zero, contradizendo a hipótese adotada por Simonsen e Campbell de $\gamma = 1$.

A principal inovação no trabalho de 1973 de Pastore reside no mecanismo de ajustamento, entre a caixa real existente e a caixa real desejada, especificado no modelo de demanda de moeda. O mecanismo proposto por Pastore consiste em duas partes aditivas. A primeira admite que parte do ajustamento é proporcional à diferença entre a caixa real desejada no período t e a caixa real existente no período $t-1$. A segunda parte do mecanismo de ajustamento estabelece que, se a oferta monetária aumentar a uma taxa $\mu_t = \log M_t/M_{t-1}$, por período, uma parcela g de diferença entre a taxa de crescimento da oferta monetária e a taxa de inflação esperada será retida no *portfolio* dos indivíduos. As duas parcelas desse mecanismo, combinadas, fornecem:

$$m_t - m_{t-1} = (1 - \phi)\ (m_t^d - m_{t-1}) + g(\mu_t - p_t^e), \quad 0 \leq g \leq 1 \qquad (80)$$

Essa equação é equivalente à equação (8) quando:

$$\phi(L) = [(1 - g) + (g - \phi) L]; \quad \psi(L) = 1 - \phi \quad \text{e} \quad \theta(L) = g \qquad (81)$$

Para obter (81) a partir de (79) levamos em conta o fato de que $p_t = \mu_t - (1 - L) m_t$.

A equação de demanda de moeda (15), com a introdução desse novo mecanismo de ajustamento, reduz-se a:

$$m_t = \alpha(1 - \phi) + \phi m_{t-1} + [\beta(1-\phi) - g]\ p_t^e + \gamma(1-\phi)\ y_t + g\mu_t + \varepsilon_t \qquad (82)$$

onde $\varepsilon_t = (1-\phi)\ \sigma_1\ \varepsilon_{1t}$. Pastore estimou os coeficientes da equação (82) usando o método de Cagan, e os resultados por ele obtidos

Tabela 8

Velocidade-renda da moeda: Pastore (1973)

Constante	p_{t-1}	p_{t-2}	y_t	y_{t-1}	Δy_t	Δy_{t-1}	v_{t-1}	v_{t-2}	R^2	D.W.
0,292	0,404 (3,114)	—	—	—	0,770 (9,743)	—	0,857 (17,942)	—	0,909	1,722
0,357	0,504 (3,869)	—	0,086 (2,508)	—	0,663 (7,738)	—	0,693 (8,698)	—	0,919	1,771
0,366	—	0,453 (2,951)	0,096 (2,498)	—	0,566 (5,589)	—	0,676 (7,191)	—	0,911	1,254
0,257	0,267 (1,543)	—	—	—	0,735 (8,887)	—0,212 (1,284)	1,081 (6,600)	—0,205 (1,417)	0,912	2,001
0,245	—	0,196 (1,354)	—	—	0,680 (8,096)	—0,332 (2,550)	1,182 (8,845)	—0,299 (2,377)	0,912	1,824
0,449	—	0,467 (7,719)	0,582 (7,098)	—0,448 (4,477)	—	—0,373 (3,060)	1,013 (3,514)	—0,432 (3,514)	0,925	1,852

FONTE: Pastore, "Observações sobre a Política...", *op. cit.*

NOTAS: a) Os dados são trimestrais para o período 1954/69. A definição das variáveis é a mesma da Tabela 6.

b) As estimativas dos coeficientes são obtidas através de mínimos quadrados simples. As equações são do tipo *L-L*.

c) Os valores entre parênteses são as estatísticas "*t*".

estão contidos na Tabela 9. Os valores dos coeficientes de determinação R^2 indicam, nesse caso, que é praticamente impossível distinguir qual o valor de $1-\lambda$, se $0{,}4$, $0{,}5$ ou $0{,}6$, que maximiza a função de verossimilhança. Tendo em vista esse fato, resolvemos estimar os parâmetros da equação (82) usando os mesmos dados utilizados por Pastore, porém empregando a técnica de Zellner, descrita na segunda seção deste trabalho. Para esta finalidade, substituímos a taxa de inflação esperada dada pelo mecanismo de expectativa adaptada de Cagan na equação (82), e obtemos:

$$\begin{aligned} m_t - \varepsilon_t &= \alpha(1-\lambda)(1-\phi) + \lambda(m_{t-1} - \varepsilon_{t-1}) + \\ &+ \phi(m_{t-1} - \lambda m_{t-2}) + [\beta(1-\phi) - g](1-\lambda)\, p_{t-1} + \\ &+ \gamma(1-\phi)(y_t - \lambda y_{t-1}) + g(\mu_t - \lambda\mu_{t-1}) \end{aligned} \tag{83}$$

Introduzindo, novamente, a variável $\eta_t = m_t - \varepsilon_t$, e depois de substituições sucessivas, obtemos:

$$\begin{aligned} m_t &= \eta_0 X_{1t} + \alpha(1-\phi) X_{2t} + [\beta(1-\phi) - g]\, X_{3t} - \phi X_{4t} + \\ &+ \gamma(1-\phi) X_{5t} + g\, X_{6t} + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{84}$$

onde:

$$\begin{aligned} X_{1t} &= \lambda^t \\ X_{2t} &= (1-\lambda)\,[1 + \lambda + \ldots + \lambda^{t-1}] \\ X_{3t} &= (1-\lambda)\,[p_{t-1} + \lambda p_{t-2} + \ldots + \lambda^{t-1} p_0] \\ X_{4t} &= m_{t-1} - \lambda^t\, m_{-1} \\ X_{5t} &= y_t - \lambda^t\, y_0 \\ X_{6t} &= \mu_t - \lambda^t\, \mu_0 \end{aligned}$$

Para estimar os parâmetros de (84) procedemos, então, da seguinte maneira: para cada valor de λ no intervalo (0, 1) calculamos as variáveis listadas em (85). De posse desses valores, fazemos a regressão indicada em (83). A Tabela 10 contém os resultados obtidos com esse procedimento para os diferentes valores de λ usados, enquanto

TABELA 9

Demanda de moeda: Pastore (1973)

Constante	p_t^e	y_t	m_{t-1}	μ_t	$1-\lambda$	R^2	D.W.
0,759	—0,691 (2,756)	0,130 (2,077)	0,847 (10,027)	0,605 (3,874)	0,2	0,950	1,354
1,202	—0,917 (5,075)	0,178 (2,986)	0,773 (9,494)	0,666 (4,585)	0,3	0,958	1,530
1,505	—1,059 (5,917)	0,185 (3,342)	0,736 (9,391)	0,676 (4,953)	0,4	0,962	1,814
1,464	—0,945 (5,904)	0,177 (3,233)	0,745 (9,580)	0,640 (4,736)	0,5	0,962	1,932
1,384	—0,854 (5,810)	0,165 (3,041)	0,760 (9,850)	0,607 (4,504)	0,6	0,962	2,031
1,277	—0,777 (5,607)	0,150 (2,772)	0,779 (10,128)	0,571 (4,211)	0,7	0,960	2,118
1,160	—0,706 (5,472)	0,135 (2,525)	0,800 (10,488)	0,561 (4,101)	0,8	0,959	2,180
1,040	—0,645 (5,300)	0,120 (2,261)	0,821 (10,822)	0,553 (4,000)	0,9	0,959	2,233

FONTE: Pastore, "Observações sobre a Política...", *op. cit.*
NOTAS: a) Os dados são os mesmos usados na obtenção dos resultados da Tabela 7.
b) Os valores entre parênteses são as estatísticas "t".
c) O método de estimação usado é o de Cagan.

os valores de R^2 são bastante elevados e praticamente indistinguíveis uns dos outros. Por isto, a soma dos quadrados dos resíduos é mais indicada para a identificação, nesse processo de busca, do ponto de máximo da função de verossimilhança, que equivale, neste caso, ao ponto de mínimo da soma dos quadrados dos resíduos. É bastante interessante o fato de que para $\lambda = 0,60$ temos um ponto de mínimo da função de verossimilhança e não um ponto de máximo, pois a soma dos quadrados dos resíduos passa por um máximo nesse ponto. De resto, as estimativas obtidas para os demais parâmetros do modelo são bastante desencorajadoras: os coeficientes ϕ e g são praticamente iguais à unidade, o que não faz muito sentido, de maneira que não se pode tirar muitas conclusões, com essa amostra, a respeito do modelo proposto por Pastore.

TABELA 10

Demanda de moeda: modelo de Pastore (1973) estimado pela técnica de Zellner

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	λ	SQR (÷100)	R^2	D.W.
0,075	—0,062	— 1,043	0,979	0,0148	0,987	0,10	0,043	0,9998	2,249
(2,62)	(—3,499)	(—108,16)	(168,02)	(2,602)	(82,45)				
0,080	—0,104	— 1,109	0,959	0,0283	0,974	0,20	0,131	0,9993	2,2058
(3,27)	(—3,844)	(— 61,92)	(94,80)	(3,950)	(46,96)				
0,087	—0,125	— 1,211	0,945	0,0385	0,964	0,30	0,219	0,9988	2,1686
(4,22)	(—4,05)	(— 47,60)	(72,10)	(4,155)	(36,00)				
0,065	—0,116	— 1,371	0,935	0,0452	0,958	0,40	0,280	0,9985	2,1588
(3,54)	(—4,224)	(— 41,96)	(64,02)	(4,336)	(31,85)				
0,098	—0,119	— 1,49	0,933	0,0460	0,956	0,45	0,297	0,9984	2,1378
(6,48)	(—4,19)	(— 40,66)	(61,05)	(4,306)	(30,71)				
0,101	—0,108	— 1,632	0,932	0,0469	0,955	0,50	0,305	0,9984	2,1281
(7,56)	(—4,167)	(— 40,14)	(60,24)	(4,285)	(30,33)				
0,097	—0,043	— 2,055	0,961	0,0242	0,985	0,60	0,315	0,9983	2,2093
(8,51)	(—3,007)	(— 39,39)	(81,79)	(3,186)	(33,04)				
0,115	—0,052	— 2,834	0,943	0,0380	0,961	0,70	0,219	0,9988	2,1513
(16,64)	(—3,918)	(— 47,44)	(71,76)	(4,070)	(35,87)				
0,120	—0,0015	— 4,46	0,987	0,0030	1,006	0,80	0,154	0,9992	2,0659
(26,93)	(—1,408)	(— 56,62)	(174,02)	(2,407)	(52,39)				
0,123	—0,0019	— 9,55	0,978	0,0060	0,990	0,90	0,040	0,9998	2,0819
(76,38)	(—2,491)	(—106,25)	(208,82)	(3,368)	(93,25)				
0,125	0,0006	— 97,92	0,996	—0,0080	0,984	0,99	0,053	0,9997	1,4246
(123,28)	(1,184)	(— 96,57)	(155,08)	(—0,968)	(74,59)				

NOTAS: a) Para compreensão dos símbolos desta tabela veja notação indicada na expressão (85); SQR = soma dos quadrados dos resíduos.
b) Dados usados na estimação acima: Pastore, "Observações sobre a Política...", *op. cit.*, Tabela XII, pp. 71-72.
c) Os valores usados entre parênteses são as estatísticas "*t*" de Student.

3.8 — Contador (1974) [38]

Embora o trabalho de Contador aqui comentado não tenha tido como objetivo o estudo da demanda de moeda no Brasil, apresenta estimativas de uma equação de demanda de moeda com dados mensais para o período janeiro de 1970 a setembro de 1973. A especificação adotada por Contador corresponde à equação (4) quando

TABELA 11

Demanda de Moeda: Contador (1974)

Constante	p_t^e	y_t	i_t^e	R^2	Erro-Padrão da Regressão
4,5549	—21,7012 (—3,66) [—0,44]	0,4237 (4,3) [0,52]	...	0,400	0,1109
9,4106	—	0,1204 (1,66) [0,15]	—46,7650 (—8,72) [—0,78]	0,718	0,0759
8,9370	— 9,6822 (—2,31) [—0,20]	0,1700 (2,42) [0,21]	—41,9305 (—7,61) [—0,70]	0,751	0,0723

FONTE: Contador, *op. cit.*

NOTAS: a) Os dados utilizados são mensais para o período janeiro de 1970 a setembro de 1973.

b) O conceito de moeda usado é M_1.

c) A renda real mensal foi obtida através da técnica dos componentes principais.

d) A taxa de inflação esperada é obtida através de um processo *ARIMA (0, 1, 4)*.

e) A taxa de juros nominal esperada é a taxa esperada em letras de câmbio, e é obtida por um processo *ARIMA (2, 1, 4)*.

f) Os valores entre parênteses são os erros-padrão e os valores entre os colchetes são os coeficientes beta.

g) As equações usadas são do tipo *L-L*.

38 C. R. Contador, "Desenvolvimento Financeiro, Liquidez e Substituição entre Ativos no Brasil; A Experiência Recente", *in Pesquisa e Planejamento Econômico,* vol. 4, n.º 2 (junho de 1974), pp. 245-284.

se admite que a taxa de juros real é constante e a renda permanente é igual à renda atual e a caixa real é igual à caixa atual, isto é:

$$m_t = \alpha_4 + \alpha_2 r_t^e + \alpha_3 p_t^e + \gamma y_t + \varepsilon_t \tag{85}$$

onde $\varepsilon_t = \sigma_1 \varepsilon_{1t}$. A taxa de inflação e a taxa de juros nominal esperadas são geradas por processos estocásticos do tipo *ARIMA*. A taxa de inflação é descrita por um processo *ARIMA (0,1,4)* e a de juros por um *ARIMA (2,1,4)*.

A Tabela 11 contém os resultados obtidos por Contador. A hipótese de que a taxa de juros nominal e a taxa de inflação esperadas são variáveis explicativas da demanda de moeda não é rejeitada, embora as elasticidades-renda sejam bastante baixas. Esse fato pode ser devido, entre outras causas, à variável renda usada na estimativa, que foi obtida através do método de componentes principais, e que na verdade pode não ser uma boa *proxy* para a renda real verdadeira.

4 — Conclusão

A evidência empírica contida nos estudos descritos na seção anterior requer um sumário, ainda que provisório, quanto às respostas obtidas para as questões levantadas na introdução deste trabalho. O sumário a seguir procura apresentar não somente as principais conclusões dos estudos abordados nesta resenha, mas também sugerir tópicos que requerem um maior esforço de pesquisa nos trabalhos que, no futuro, porventura venham a ser realizados sobre demanda de moeda no Brasil.

1. *Estabilidade* — No que diz respeito à estabilidade da equação de demanda de moeda cabe fazer, em primeiro lugar, uma distinção entre dois tipos de estabilidade. Quanto ao número de variáveis, uma função pode ser considerada estável quando depende apenas de um pequeno número de variáveis. Neste sentido, a evidência empírica acumulada para a demanda de moeda no Brasil é de que esta é uma função bastante estável, pois em geral três variáveis — a taxa

de inflação esperada, a renda real e a taxa de juros nominal — explicam a quase totalidade da variação observada na caixa real. Outro tipo de estabilidade ocorreria quanto à constância, no decorrer do tempo, dos parâmetros da equação de demanda de moeda. Quanto a esse tipo de estabilidade, a evidência empírica não é bastante firme devido às hipóteses adotadas. Todavia, gostaríamos de deixar bem claro que especificar um modelo em que os coeficientes estruturais mudam no tempo, de acordo com certo esquema estabelecido *a priori*, não é tarefa fácil. [39] Acreditamos que estudos que procurem explorar especificações que incorporem esse tipo de mudança certamente contribuirão para uma melhor compreensão da questão de estabilidade da demanda de moeda no Brasil.

2. *Economias de Escala* — A maior parte dos resultados obtidos indica claramente que as elasticidades-renda da moeda de curto e longo prazos são inferiores à unidade. Para a elasticidade-renda de longo prazo, esta se situa entre 0,7 e 1,0, o que indica a existência de economias de escala na retenção de moeda.

3. *Estrutura de Defasagens* — A estrutura de defasagens observada depende, naturalmente, do período de tempo a que se referem as observações do modelo. Para dados mensais e trimestrais, a evidência é de que o ajustamento entre a caixa real desejada e a caixa

[39] Podemos imaginar alguns casos bastante simples. Por exemplo, admitindo que o coeficiente da taxa de inflação esperada aumente quando esta ultrapassa um certo limite, poderíamos especificar a caixa real desejada através de:

$$m_t^d = \alpha + (\beta + D)\ p_t^e + \gamma y_t + \varepsilon_t$$

onde D é uma variável *dummy* que assume o valor 1 quando $p_t^e > \bar{p}_t$ e o valor zero quando $p_t^e \leqslant \bar{p}_t$, onde $\bar{p}_t$ é um determinado limite especificado para a taxa de inflação. Recentemente M. S. Khan, "Variable Expectations and the Demand for Money in High-Inflation Countries", *in The Manchester School of Economic and Social Studies*, vol. 45 (setembro de 1977), pp. 270-293, aplicou ao Brasil um modelo em que o coeficiente de expectativa é variável de acordo com a expressão:

$$(1 - \lambda_t) = (1 - \lambda_0) + (1 - \lambda_1)\ |p_t|$$

onde $|p_t|$ é o valor absoluto da taxa de inflação. A estimativa do parâmetro $(1 - \lambda_1)$ é significativa, indicando que o coeficiente de expectativa varia com a taxa de inflação.

real atual não é instantâneo. Todavia, é bastante difícil, a partir da evidência descrita anteriormente, afirmar quais as características, como tempo médio e variabilidade de defasagem, da trajetória de ajustamento. Certamente, este é um problema a requerer um estudo mais detalhado no futuro.

4. *Taxa de Inflação Esperada* — Sem dúvida alguma, a taxa de inflação esperada é bastante significativa qualquer que seja a forma em que seja definida.[40] Quanto a esta última, os estudos que empregaram o modelo *ARIMA* para calcular a taxa de inflação esperada indicam claramente que a hipótese de expectativa adaptada de Cagan não é aceita. Em geral, independentemente do mecanismo adotado, o valor do coeficiente da taxa de inflação esperada é, em valor absoluto, bastante pequeno.

5. *Taxa de Juros* — A evidência empírica no Brasil apóia não somente a hipótese de que a taxa de juros nominal é uma variável explicativa na demanda de moeda, mas também a de que a taxa nominal de juros e a taxa de inflação esperada entram simultaneamente como variáveis explicativas na demanda de moeda. É interessante observar que este fato está de acordo com as conclusões contidas no trabalho de Contador, usando o enfoque de Chetty, acerca da substituição entre moeda e outros ativos financeiros existentes na economia brasileira.[41] Entretanto, esse problema não foi devidamente explorado com outros enfoques e requer estudos adicionais para que se obtenha uma evidência bastante firme sobre que taxas de juros devem, ou não, entrar na equação de demanda de moeda.

6. *Renda ou Riqueza* — No que diz respeito à escolha entre renda e riqueza para variável explicativa na demanda de moeda, é interessante observar que, embora do ponto de vista teórico todos os estudos discutidos nesta resenha admitam como variável relevante

[40] É interessante salientar o fato de que o uso de diferentes índices de preços nas regressões não interfere nos resultados obtidos. Esta observação é válida, também, para a caixa real a ser explicada nas regressões.

[41] Contador, *op. cit.* O enfoque de Chetty está contido no trabalho "On Measuring the Nearness of Near-Moneys", *in American Economic Review*, vol. 59 (junho de 1969), pp. 270-281.

a riqueza (ou a renda permanente), do ponto de vista empírico todos os estudos usam a renda atual. A justificativa para esse procedimento é de que a renda atual é uma *proxy* para a renda permanente. Portanto, a conclusão óbvia a que se chega é que não existe evidência empírica sobre esse tópico.

7. *Conceito de Moeda* — Basicamente, todos os estudos de demanda de moeda no Brasil usaram como conceito de moeda a definição M_1. Em parte, este procedimento pode ser explicado pelo fato de que até 1967 os três conceitos são praticamente idênticos. Portanto, neste ponto, como no precedente, simplesmente não existe evidência empírica quanto ao conceito mais relevante para o estudo da demanda de moeda no Brasil.

8. *Correlação Serial e Equações Simultâneas* — Em alguns estudos comentados na seção anterior existe evidência de correlação serial nos resíduos da equação de demanda de moeda. Quanto ao problema de existência de viés nas estimativas, devido ao problema de equações simultâneas, simplesmente não há evidência empírica, pois todas as estimativas apresentadas foram obtidas através de mínimos quadrados ordinários.

9. *Homogeneidade* — A evidência empírica apresentada na Seção 2 não apresenta testes do grau de homogeneidade da função de demanda de moeda, pois todos os modelos usados impõem, *a priori*, essa propriedade. Todavia, um trabalho de Pastore de 1972 testa a hipótese de que a demanda de moeda, em termos nominais, é homogênea de grau um em relação ao nível geral de preços, e esta hipótese é aceita.[42] Contudo, a hipótese de homogeneidade em relação à população não foi testada, e ela certamente merece atenção em um país em processo bastante rápido de urbanização.

[42] Ver A. C. Pastore, "O Emprego de Deflatores Inadequados e o Problema de Erro Comum nas Variáveis em Estudos Econométricos — Um Comentário", *in Pesquisa e Planejamento Econômico,* vol. 2, n.º 1 (junho de 1972), pp. 117-130. A equação obtida por Pastore é a seguinte:

$$M_t = 0{,}189 + \underset{(5{,}684)}{0{,}156\ y_t} + \underset{(28{,}931)}{0{,}841\ m_{t-1}} - \underset{(4{,}161)}{0{,}970\ p_t^c} + \underset{(289{,}876)}{0{,}995\ P_t}$$

$$R^2 = 0{,}99$$

$$D.W. = 1{,}878$$

10. *Forma Funcional* — A questão referente à forma funcional da equação de demanda de moeda não recebeu tratamento adequado nos estudos analisados nesta resenha, pois alguns pesquisadores preferiram trabalhar com a forma logarítmica, outros com a forma linear, e ainda outros ora com uma forma ora com outra. Convém lembrar que a escolha da forma funcional pode ser efetuada usando-se como hipótese aceita a transformação de Box-Cox, que incorpora como casos particulares as formas linear e logarítmica. [43] Portanto, é possível, a partir dos dados, testar a forma funcional mais adequada para explicar a demanda de moeda. [44]

[43] Veja G. E. P. Box e D. R. Cox, "An Analysis of Transformations", *in Journal of Royal Statistical Society*, Série B, vol. 26 (1964), pp. 211-243.

[44] Para um teste da forma funcional de demanda de moeda nos Estados Unidos usando a transformação de Box-Cox, veja P. Zarembka, "Functional Form in the Demand for Money", *in Journal of the American Statistical Association*, vol. 63 (1968), pp. 502-511.