

Sobre a inconsistência do critério da taxa de retorno na avaliação de projetos

CLOVIS DE FARO *

1 — Introdução

Um dos procedimentos clássicos para a avaliação e seleção de projetos de investimento é o critério da taxa interna de retorno. Porém, como fartamente discutido e ilustrado na literatura pertinente, sua aplicação pode conduzir a certos problemas. Assim, por exemplo, no famoso artigo de Lorie e Savage¹ são apresentados casos em que a adoção estrita do critério da taxa interna de retorno torna-se inadequada, seja pela presença de taxas múltiplas, ou porque se obtém um resultado, na ordenação, conflitante com o resultante da aplicação de método do valor atual. Em consequência desses problemas, diversas extensões e modificações do critério da taxa interna de retorno têm sido propostas. Entre outras, podemos citar as apresentadas por Adler², Duguid e Laski³, Mao⁴, Oakford,⁵ Solo-

* Do Instituto de Pesquisas do IPEA.

¹ James H. Lorie, e Leonard J. Savage, "Three Problems in Capital Rationing", in *Journal of Business*, vol. 28, n.º 5 (outubro de 1955), pp. 229-239.

² Michael, Adler, "The True Rate of Return and the Reinvestment Rate", in *The Engineering Economist*, vol. 15, n.º 3 (primavera de 1970), pp. 185-187.

³ A. M. Duguid, e J. G. Laski, "The Financial Attractiveness of a Project: A Method of Assessing It", in *Operational Research Quarterly*, vol. 15, n.º 4 (dezembro de 1964), pp. 317-328.

⁴ James C. T. Mao, *Quantitative Analysis of Financial Decisions* (New York: The MacMillan Company, 1969).

⁵ Robert V. Oakford, *Capital Budgeting: A Quantitative Evaluation of Investment Alternatives* (New York: The Ronald Press Company, 1970).

mon⁶ e Teichroew *et alii*.⁷ Como ponto comum, todas essas extensões e modificações são justificadas, pelos respectivos proponentes, como apresentando resultados compatíveis com a adoção do método do valor atual.

Detendo-se no exame do artigo de Adler, esta Comunicação tem o propósito de evidenciar a inconsistência do chamado critério da taxa real de lucro (*true rate of profit*), exatamente quando em confronto com o método do valor atual.⁸

2 — Taxa real de lucro

Seguindo Adler⁹, consideremos o caso de um projeto dito do tipo de investimento simples,¹⁰ e seja:

C = investimento inicial;

n = número de períodos de vida econômica do projeto;

S_t = receita líquida derivada do projeto no período t (supostamente concentrada no fim do período e tal que $S_t \geq 0$, para $t = 1, 2, \dots, n$);

r = taxa mínima de atratividade ou o custo do capital para a firma;¹¹

k = taxa real de lucro do projeto.

⁶ Ezra, Solomon, "The Arithmetic of Capital Budgeting Decisions", in *Journal of Business*, vol. 29, n.º 2 (abril de 1956), pp. 124-129.

⁷ Daniel Teichroew, Alexander A. Robichek, e Michael Montalbano, "An Analysis of Criteria for Investment and Financing Decisions under Certainty", in *Management Science*, vol. 12, n.º 3 (novembro de 1965), pp. 151-179.

⁸ Para o exame crítico de algumas das outras extensões mencionadas, as quais, embora compatíveis com o método do valor atual, apresentam inconsistências internas, ver Clovis de Faro, "On the Internal Rate of Return Criterion", in *The Engineering Economist*, vol. 19, n.º 3 (primavera de 1974), pp. 165-194.

⁹ Michael Adler, *op. cit.*

¹⁰ Clovis de Faro, *Critérios Quantitativos para Avaliação e Seleção de Projetos de Investimentos*, Série Monográfica (Rio de Janeiro: IPEA/INPES, 1971), n.º 2.

¹¹ Estaremos admitindo aqui que, tal como em Adler, a firma consiga sempre reaplicar suas disponibilidades, no mínimo, à taxa r .

Especializando-se para o caso em que $S_t = S > 0$ para todo e qualquer t , o projeto pode ser assimilado ao empréstimo do capital C resgatável por meio de n prestações periódicas e iguais a S . Ora, cada uma das prestações pode ser considerada como composta de duas parcelas: a) uma componente de recomposição do capital C ; b) uma componente de remuneração do capital investido (empréstado), a qual pode ser consumida sem que seja impedida a recomposição do principal. Definindo o produto kC como a parcela periódica de lucro real do projeto, segue-se que a parcela periódica de recomposição de capital investido é igual a $S - kC$. Então, tendo em vista a taxa r , o valor de k será determinado de modo que o reinvestimento periódico das parcelas de recomposição reproduzam o capital C no fim do prazo n . Isto é, devemos ter:

$$\sum_{t=1}^n (S - kC) (1 + r)^{n-t} = C \quad (1)$$

ou

$$(S - kC) s_{\overline{n}|r} = C$$

onde $s_{\overline{n}|r}$ é a soma dos n termos da progressão geométrica de razão $(1 + r)$ e primeiro termo unitário.

Logo, explicitando o valor de k , tem-se:

$$k = \frac{S}{C} - s_{\overline{n}|r}^{-1} \quad (2)$$

A interpretação de k como uma extensão do conceito de taxa interna de retorno é derivada do exame da relação (1). Isso porque, considerando-se $i = k = r$ como incógnita, a resolução da equação conduzirá à determinação da taxa interna de retorno i associada ao projeto.

2.1 — Conflito com o método do valor atual

Ainda segundo Adler, a ordenação de projetos de acordo com suas respectivas taxas de lucro é idêntica à produzida pela adoção do método de valor atual à taxa r . Isto é, considerando-se o caso de dois projetos com uma vida comum n , e sendo C_1, S_1 e C_2, S_2 , respecti-

vamente, as inversões iniciais de capital e as receitas líquidas periódicas e constantes associadas a cada um deles, o que é afirmado é equivalente à seguinte proposição:

$$\text{Se } k_1 = \frac{S_1}{C_1} - s_{\frac{1}{n}|r} \geq k_2 = \frac{S_2}{C_2} - s_{\frac{1}{n}|r}$$

ou

$$\frac{S_1}{C_1} > \frac{S_2}{C_2}$$

então ¹²:

$$V_1(r) = S_1 a_{\frac{1}{n}|r} - C_1 \geq V_2(r) = S_2 a_{\frac{1}{n}|r} - C_2$$

e reciprocamente.

Ora, tal proposição é falsa, como pode ser facilmente comprovado através o exame do seguinte contra-exemplo. Seja o caso em que $C_1 = 250$, $S_1 = 53$, $C_2 = 300$, $S_2 = 60$, $n = 100$ e $r = 10\%$ por período. Então, tendo em vista que $a_{\frac{1}{n}|r} \simeq 10$, segue-se que:

$$V_1(r) = 53 \times 10 - 250 = 280$$

$$V_2(r) = 60 \times 10 - 300 = 300$$

Logo, como $V_1(r) < V_2(r)$, o projeto 2 seria considerado preferível ao projeto 1.

Por outro lado, temos que:

$$\frac{S_1}{C_1} = \frac{53}{250} = 0,212 > \frac{S_2}{C_2} = \frac{60}{300} = 0,200$$

Ou seja, $k_1 > k_2$ e agora o projeto 2 seria classificado como inferior ao projeto 1. Por conseguinte, a seleção de acordo com a taxa real de lucro não é consistente com a resultante do método do valor atual à taxa r .

¹² Para um projeto do tipo considerado, tem-se que o seu valor atual à taxa r é dado por:

$$V(r) = -C_1 + \sum_{t=1}^n S(t+r)^{-t} = S a_{\frac{1}{n}|r} - C$$

3 — Possível reinterpretação e sua falha

Para projetos do tipo particular considerado no exemplo, é admissível que pudéssemos ser levados a tomar como válida a reinterpretação do critério da taxa real de lucro. Isso porque, observando que a parcela periódica que pode ser consumida é igual ao produto kC , poderia parecer razoável que os projetos deveriam ser ordenados de acordo com esse produto.¹³ Tal reinterpretação seria, porém, enganosa, pois continuaríamos a ter um resultado, na seleção, inconsistente com o método do valor atual à taxa r , como verificaremos no exame de um novo exemplo.

Seja o caso de dois projetos com vida comum $n = 10$, e tais que: $S_1 = 1$, $C_1 = 1$, $S_2 = 2$ e $C_2 = 10$. Então, sendo $r = 10\%$ por período, como $s_{\overline{n}|r} \simeq 6,145$ tem-se que:

$$\begin{aligned}V_1(r) &= 1 \times 6,145 - 1 = 5,145 \\V_2(r) &= 2 \times 6,145 - 10 = 2,290\end{aligned}$$

Portanto, $V_1(r) > V_2(r)$ e o método do valor atual indicaria o projeto 1 como superior ao 2.

Ora, em contraposição, tendo em vista que da relação (2) tem-se $kC = S - C s_{\overline{n}|r}^{-1}$, e que para os dados de exemplo $s_{\overline{n}|r}^{-1} \simeq 0,0627$, observa-se que:

$$\begin{aligned}kC_1 &= 1 - 1 \times 0,0627 = 0,9373 \\kC_2 &= 2 - 10 \times 0,0627 = 1,3730\end{aligned}$$

Por conseguinte $kC_1 < kC_2$, o que nos dá uma ordenação conflitante com a anterior.

4 — Conclusão

Embora o critério da taxa real de lucro apresente algumas características interessantes, entre elas a de uma relativa insensibilidade de k com relação a variações em r , verificamos que, contrariamente

¹³ É interessante notar que, como pode ser facilmente comprovado, essa reinterpretação eliminaria o conflito de ordenações para o caso do exemplo da seção anterior.

ao afirmado por Adler, não é consistente com o método do valor atual. Ainda mais, a inconsistência persiste mesmo quando se faz a ordenação dos projetos de acordo com o produto kC , que seria interpretado como o lucro periódico do projeto. Portanto, tendo em vista a largamente proclamada superioridade do método do valor atual, conclui-se que o critério da taxa real de lucro, ou sua possível reinterpretação carece de validade.