

Credibilidade da política cambial e as opções cambiais*

KATIA MARIA CARLOS ROCHA**

AJAX R. B. MOREIRA**

A política cambial até janeiro de 1999 vinha sendo questionada quanto a sua vulnerabilidade, especialmente no caso de uma situação externa desfavorável. Nesse contexto, é importante avaliar a probabilidade que o mercado atribui à sustentabilidade dessa política. Este artigo propõe um critério para essa medida, utilizando informações do mercado de opções cambiais e modelos matemáticos para derivativos cujos ativos seguem um processo de difusão geral de Wiener com descontinuidades discretas e pouco frequentes, segundo um processo de Poisson. O risco associado à probabilidade de ruptura será considerado sistemático.

1 - Introdução

A trajetória da taxa de câmbio e o nível da taxa de juros são instrumentos básicos da política macroeconômica que sustentou até janeiro de 1999 o plano de estabilização da economia em face dos desequilíbrios fiscais da economia brasileira. As condições macroeconômicas juntamente com o nível da taxa de câmbio implicam um déficit expressivo e sistemático das contas externas de cerca de 3% a 4% do PIB, financiado pela entrada líquida de capital externo que é atraído pela combinação de taxas de juros em patamares elevados e taxas de desvalorização cambial previamente anunciadas pelo Banco Central. Essa política vinha sendo questionada quanto a sua sustentabilidade no longo prazo, especialmente nos momentos em que ocorre uma conjuntura externa desfavorável.

Em uma situação de expectativas favoráveis, a entrada líquida de capital favorece a formação de reservas cambiais, o que reduz o risco do investidor e realimenta positivamente as expectativas. Em uma situação desfavorável, ocorre a saída líquida de capital, perda de reservas e aumento do risco. Isso realimenta negativamente as expectativas, favorecendo a ocorrência de um ataque especulativo que busca precipitar a perda abrupta do valor da moeda nacional para um novo nível de equilíbrio. Nessa situação volátil, as expectativas dos agentes são

* Os autores agradecem os comentários relevantes de um parecerista anônimo.

** Da Diretoria de Pesquisa do IPEA.

um dos determinantes fundamentais do fluxo de capital, sendo, portanto, importante o acompanhamento permanente das expectativas quanto à credibilidade, ou sustentabilidade, da política cambial. Este artigo propõe uma medida dessa credibilidade baseada no prêmio (valor) das opções cambiais.

O valor dessas opções depende de expectativas que são continuamente reavaliadas pelo mercado, quanto à tendência do nível e da volatilidade da taxa de câmbio (real/dólar). A política cambial que vigorou até janeiro de 1999 garantia a flutuação da taxa de câmbio dentro de uma minibanda que se desvaloriza de forma errática, segundo uma tendência estável. Essa garantia junto com a taxa de juros praticada e os demais atributos da opção determinam seu prêmio. Argumentamos que a discrepância entre o prêmio da opção cambial, praticado pelo mercado, e o calculado a partir das taxas de juros e câmbio observados expressa um risco adicional que pode ser mensurado pela probabilidade de ocorrência de uma descontinuidade no nível da taxa de câmbio. Essa probabilidade pode ser interpretada como uma medida da expectativa de desvalorização da moeda, ou seja, da não-credibilidade da política cambial em vigor no período de estudo. Como expressa apenas a percepção do mercado, essa probabilidade pode não antecipar as diversas crises de confiança — mexicana, asiática e russa —, mas deve pelo menos ser sincrônica a elas.

A utilização do prêmio das opções para estimar probabilidades esperadas de rupturas do valor de ativos foi proposta por Bates (1991), que mostrou que o prêmio das opções sobre o índice de ações nos Estados Unidos antecipou o *crash* de 1987 em alguns meses, pois indicou um excesso de volatilidade do índice que pode ser atribuído à expectativa dos agentes de uma mudança abrupta no nível do valor desse índice. Metodologia semelhante é adotada neste artigo.

A hipótese básica é que a evolução do valor do ativo (taxa de câmbio) é um processo estocástico contínuo composto por duas fontes de incerteza. Na primeira, os incrementos do valor do ativo (taxa de câmbio) são normalmente distribuídos e ocorrem sistematicamente. No nosso caso, corresponde à variabilidade da taxa que era garantida implicitamente pela política de minibandas do Banco Central. A segunda fonte de risco são descontinuidades no nível, erráticas e que ocorrem esporadicamente, e que representam, no nosso caso, a possibilidade de uma ruptura da política cambial.

No caso em que a taxa de câmbio tem apenas a primeira fonte de risco, diz-se que ela segue um movimento browniano e o valor das opções pode ser obtido utilizando o modelo de Black-Scholes, que não depende de hipóteses sobre o comportamento dos agentes diante do risco. No caso em que a taxa de câmbio apresenta também a segunda fonte de risco, o valor das opções pode ser obtido considerando dois conjuntos alternativos de hipóteses. Na primeira alternativa adotada por Merton (1976), admite-se que o risco da ruptura é diversificável. Caso contrário, é necessário explicitar o comportamento dos agentes diante do

risco, e a relação entre o processo estocástico da taxa de câmbio e o processo que descreve a evolução do valor dos demais ativos dos agentes [ver Bates (1991)].

As informações deste artigo foram fornecidas pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) e incluem os dados dos mercados futuros de taxa de juros, câmbio e o valor dos prêmios referentes às opções sobre a compra de dólares. Na Seção 2 deste artigo, o modelo utilizado é colocado formalmente. A Seção 3 mostra empiricamente a insuficiência, no caso do Brasil, do modelo de Black-Scholes e o modelo de Merton é estimado. A Seção 4 discute o efeito da utilização do modelo de Bates e das suas limitações. Finalmente, a Seção 5 apresenta as conclusões.

2 - Metodologia

Um dos mais importantes modelos teóricos para a análise das bandas cambiais foi proposto por Krugman (1991) e explica as não-linearidades entre a taxa de câmbio e os seus fundamentos econômicos sob uma política cambial que adota o sistema de bandas,¹ aplicando a teoria de controle estocástico ótimo. Um dos resultados deste modelo é que, se a banda é crível a volatilidade da taxa de câmbio (da diferença das taxas de juros internas e externas) nos seus extremos é menor (maior) do que em seu interior — efeito lua-de-mel —, e, portanto, a medida da proporção do tempo em que o câmbio está próximo de seu limite é uma indicação da credibilidade da banda. Infelizmente, os pressupostos desse modelo não estão de acordo com a realidade macroeconômica brasileira,² e as propriedades derivadas desse modelo não são próprias para captar alterações abruptas da credibilidade.

Neste artigo, adotamos uma abordagem alternativa semelhante à de Bates (1991) aplicada ao caso brasileiro, inferindo a credibilidade da política cambial utilizando o valor das opções de compra de dólares.³ A trajetória da taxa de câmbio (S), definida como real/dólar, pode ser representada pelo processo (1) a seguir: onde μ é o nível do processo; σ é o desvio padrão do processo; dz é o incremento de Wiener: $dz = \varepsilon\sqrt{dt}$, onde $\varepsilon \sim N(0,1)$ e $q \sim P(\lambda)$, onde q tem uma

1 Onde as autoridades garantem uma cotação mínima e uma máxima previamente anunciada para a taxa de câmbio.

2 As autoridades monetárias garantiam a flutuação da taxa de câmbio dentro de minibandas que se alteram erratically segundo uma tendência estável; o diferencial da taxa de juros brasileira reflete, além da expectativa de desvalorização cambial, o risco de crédito doméstico que depende do déficit público esperado que não está considerado no modelo para o fundamento da taxa de câmbio; finalmente, o modelo teórico de bandas não considera que a trajetória da taxa de câmbio apresente saltos. Mesmo modelos mais elaborados que explicam os fundamentos como processos de reversão à média [ver Delgado e Dumas (1992)], ou movimento aritmético browniano [ver Froot e Obstfeld (1992)], embora forneçam outras representações para o processo da taxa de câmbio, não consideram a possibilidade do salto discreto.

3 A utilização de derivativos baseados em outros ativos que não a taxa de câmbio, embora mais líquidos, inclui, além do risco cambial, outros inerentes ao próprio ativo em questão.

distribuição de Poisson com parâmetro λ sendo a taxa média de ocorrência do evento num período infinitesimal; $(Y - 1)$ é a magnitude condicional à descontinuidade (dq); e $Y \sim \text{Ln}(\mu_Y, \sigma_Y)$ segue uma distribuição log-normal onde μ_Y e σ_Y são parâmetros relativos à normal associada. Os incrementos dz e dq são supostos independentes.⁴

O processo de Wiener com *jump* é dado por:

$$dS/S = \mu dt + \sigma dz + (Y - 1) dq \quad (1)$$

onde:

$$\text{Prob}(dq = 1) = \lambda dt$$

e:

$$\text{Prob}(dq = 0) = 1 - \lambda dt$$

Esse processo corresponde a uma situação em que (S) flutua segundo dois regimes: um que ocorre continuamente com uma pequena volatilidade; e outro que ocorre esporadicamente, correspondendo aos momentos de descontinuidade de (S). A magnitude (Y) dessa descontinuidade condicional é descrita por um outro componente estocástico independente. Admitindo que: *a*) não haja custo de transação; *b*) o mercado opere continuamente; e *c*) não exista restrição em emprestar e tomar emprestado no curto prazo, e, dados o preço de exercício (X), o prazo restante para a expiração da opção ($T - t$) e a taxa de desconto ρ apropriada ao risco, o prêmio de uma opção europeia de compra (F) pode ser dado pela equação de Bellman:

$$F = F(S, t) \equiv \begin{cases} E[F(S_t, t + dt)]e^{-\rho dt} & \text{para } t < T \\ \max[S_t - X, 0] & \text{para } t = T \end{cases} \quad (2)$$

O valor de (2) é dado pela solução da seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 + (\mu - \lambda E[Y - 1]) \frac{\partial F}{\partial S} S + \frac{\partial F}{\partial t} + \lambda \{E[F(SY, t)] - F(S, t)\} = \rho F$$

⁴ De fato, a distribuição da variável aleatória Y não é conhecida e essa hipótese é uma simplificação para tornar o problema tratável.

Com as seguintes condições de contorno:

$$F(0, t) = 0 \quad (2a)$$

$$F(S, T) = \max[S - X, 0] \quad (2b)$$

$$F_s(S, t) = 1 \quad (2c)$$

$$\lim_{S \rightarrow \infty}$$

Admitindo que o risco total do *jump* seja diversificável, ou não-sistemático, e utilizando a teoria de arbitragem que supõe possível a construção de uma carteira livre de risco, pode-se derivar a expressão analítica de (F) em função das taxas de juros em reais (r) e em dólares (δ), expressão derivada em Merton (1976):

$$F(S, T, X, r, \delta, \sigma, \lambda, \mu_j, \sigma_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\lambda(1+k)T} \cdot (\lambda(1+k))^n)}{n!} \cdot f(S, T, X, r_n, \delta, \sigma_n) \quad (3)$$

onde (f) corresponde ao valor de uma opção européia de compra de um ativo que segue um processo de Wiener puro — modelo de Black-Scholes — com as taxas de juros e a volatilidade alteradas dadas por r_n e σ_n , ou seja:

$$f(S, T, X, r_n, \delta, \sigma_n) = S e^{-\delta(T-t)} N(d1) - X e^{-r_n(T-t)} N(d2) \quad (4)$$

onde:

$$d1 = \frac{\ln(S/X) + (r_n - \delta + \sigma_n^2/2)(T-t)}{\sigma_n \sqrt{T-t}}$$

$$d2 = d1 - \sigma_n \sqrt{T-t}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\sigma^2 + \frac{n\sigma_j}{T}}$$

$$r_n = r - \lambda k + \frac{n \ln(1+k)}{T}$$

$$k = E(Y - 1) = \exp(\mu_j + \sigma_j^2/2) - 1$$

Nesse modelo, os elementos de $\Omega = (S, T, X, r, \delta)$ são conhecidos e os demais $\phi = (\sigma, \lambda, \mu_J, \sigma_J)$ revelam a percepção dos agentes quanto às características do movimento do retorno da taxa de câmbio (S).

Quando (S) segue um processo de Wiener puro ($\lambda = 0$), é fácil ver que (F) se transforma em (f) — ou seja, o modelo de Black-Scholes é um caso particular de (3). O único parâmetro desconhecido no momento do negócio (t) é σ , que pode ser derivado implicitamente em face do valor da opção. Nesse caso, o valor da opção em cada negócio realizado reflete a percepção do comprador e do vendedor quanto ao valor justo da volatilidade esperada da taxa de câmbio até o momento do exercício da opção.

Entretanto, para o processo (1), temos quatro elementos não observados em $\phi = (\sigma, \lambda, \mu_J, \sigma_J)$ e não é possível extrair de um único negócio o valor para (ϕ) que revele a expectativa dos agentes para as características do movimento de (S), pois nesse caso o modelo não é identificável. Para tornar o modelo identificado é necessário introduzir hipóteses adicionais. Bates (1991) admitiu que esses parâmetros eram os mesmos para todos os negócios em um dia e utilizou dados de todos os negócios realizados e o estimador de mínimos quadrados não-lineares de (ϕ_d) no modelo $O_{ds} = F(\Omega_{ds}, \phi_d) + e_{ds}$.

No nosso caso, adotamos uma outra abordagem. Além de não dispormos de dados de cada negócio,⁵ consideramos que as características dos elementos de (ϕ) têm natureza diferente. A volatilidade regular (σ) pode ser estimada considerando a amostra de (S) em que não se verificou nenhuma ruptura e que é determinada pela política de minibandas. Os parâmetros (μ_J, σ_J) estando relacionados com os fundamentos macroeconômicos serão a princípio considerados constantes no nosso período de estudo — de janeiro de 1997 a junho de 1998 — e podem ser estimados como descrito a seguir ou imputados considerando a expectativa de especialistas. Resta portanto (λ), que flutua diariamente e revela para cada negócio realizado o valor justo acertado entre comprador e vendedor para o grau de credibilidade na política cambial.

Dado o conjunto de informação disponível no dia (d) $\Omega_{ds} = (S_d, T_{ds}, X_{ds}, r_d, \delta_d)$, para cada série de opções (s), de prêmio O_{ds} , é possível calcular a probabilidade de ruptura para cada dia e para cada série, $\lambda_{ds} = F^{-1}(O_{ds}, \mu_J, \sigma_J | \sigma_d, \Omega_{ds})$, e escolher (μ_J, σ_J) que minimiza a dispersão diária entre (λ_{ds}). O procedimento adotado consistiu em eleger uma das séries de opções (s^*) — a mais líquida — como referência e calcular para cada dia (λ_{ds^*}) e $\hat{O}_{ds} = F(\lambda_{ds^*}, \mu_J, \sigma_J | \Omega_{ds})$ que é o prêmio

5 São disponíveis estatísticas-resumo diárias para cada série de opções. O preço médio ou o último preço. Adotamos o último preço do prêmio de cada série de opções.

para as demais séries de opções disponíveis, dado (λ_{ds^*}) . O par (μ_J, σ_J) pode ser estimado buscando minimizar o erro médio quadrático ao longo da amostra.

$$\text{EMQ}(\mu_J, \sigma_J) = \sum_{ds} \{\hat{O}_{ds} - O_{ds}\}^2 / N \quad (5)$$

Um procedimento semelhante pode ser utilizado para comparar esses resultados com os que seriam obtidos com o modelo de Black-Scholes que pressupõe um processo de difusão puro. Escolhida a mesma série (s^*), calculam-se para cada dia a volatilidade implícita $\sigma_{ds^*} = f^{-1}(s \mid \Omega_d)$ e o prêmio das demais séries dada essa volatilidade implícita $\hat{O}_d(\sigma_{ds^*}, s \mid \Omega_d)$. Pode-se, então, calcular o erro médio quadrático ao longo da amostra.

Além dessa abordagem, admitindo (μ_J, σ_J) constante para o cálculo de $(\lambda_{ds} \mid \mu_J, \sigma_J)$, foi calculado para alguns dias o par $[(\lambda, \mu_J)_d \mid \sigma_J]$, considerando (σ_J) constante e as duas séries de opções mais líquidas de cada dia, e também as três componentes $(\lambda, \mu_J, \sigma_J)_d$, considerando as três séries de opções mais líquidas de cada dia. Entretanto, nesses casos, a não-linearidade do sistema pode implicar a inexistência de solução. Detalharemos essas abordagens mais adiante.

3 - O processo de difusão misto

Evidências empíricas mostram que a distribuição dos retornos de taxas de câmbio tem caudas mais pesadas do que a distribuição normal, propriedade denominada leptocurtose. Vários autores buscaram formulações alternativas ao processo de difusão simples. Bodurtha e Courtadon (1987) sugerem que as discontinuidades encontradas nas taxas de retorno das taxas de câmbio podem ser explicadas por um movimento geométrico browniano aliado a saltos, que corresponde ao processo de difusão misto (PDM) utilizado neste texto. Jorion (1988) corrobora essa afirmativa e encontrou evidências de que essas discontinuidades não podem ser explicadas por processos de difusão em que a volatilidade é descrita por um modelo ARCH. Finalmente, Bates (1996) também encontrou evidências de que o PDM é superior aos processos de difusão que consideram volatilidade estocástica.

Esses resultados mostram que o processo de difusão simples (PDS) pode não ser adequado para certos ativos, fazendo que o prêmio da opção calculado seja diferente do praticado pelo mercado. Opções *out-of-the-money*⁶ são subvalorizadas ao utilizarmos o processo de difusão simples, e a volatilidade implícita encontrada depende de S/X . Esse fenômeno é conhecido como *smile-volatility*.

6 Opções cujo preço de exercício seja diferente do valor esperado do ativo no momento do exercício.

O mercado possui várias maneiras de tratar esse problema, como a utilização de séries mais líquidas ou daquelas mais *at-the-money*, em que o fenômeno *smile-volatility* é minimizado.⁷ Entretanto, esse é um procedimento apenas aproximativo. Nesta seção, serão apresentados resultados obtidos considerando que a taxa de câmbio segue um PDM e também os que mostram a inadequação do PDS.

Para implementar a metodologia proposta na Seção 2, foram construídas séries temporais diárias dos parâmetros — taxas de juros e taxa de câmbio — utilizados no cálculo do valor da opção, para as três opções mais líquidas que maturam no mês seguinte e as duas mais líquidas que maturam no mês subsequente, o último preço para o valor da opção no dia, o preço de exercício da opção e o prazo em dias para a sua maturação. As informações obtidas junto à BM&F foram:

- Para a taxa de juros em reais (r), o futuro de DI com vencimento no primeiro ou segundo mês conforme o vencimento da opção em questão.
- Para a taxa de juros em dólares (δ), utilizou-se a remuneração para investimentos em dólar no Brasil (cupom cambial), que é a composição do futuro de dólar e futuro de DI nos respectivos vencimentos. As duas taxas foram recalculadas em termos diários utilizando um critério *pro rata*.
- Para o câmbio foi utilizada a taxa média de compra do dólar comercial do dia.
- A volatilidade observada da taxa de variação da taxa de câmbio foi calculada segundo dois modelos alternativos descritos no Apêndice.

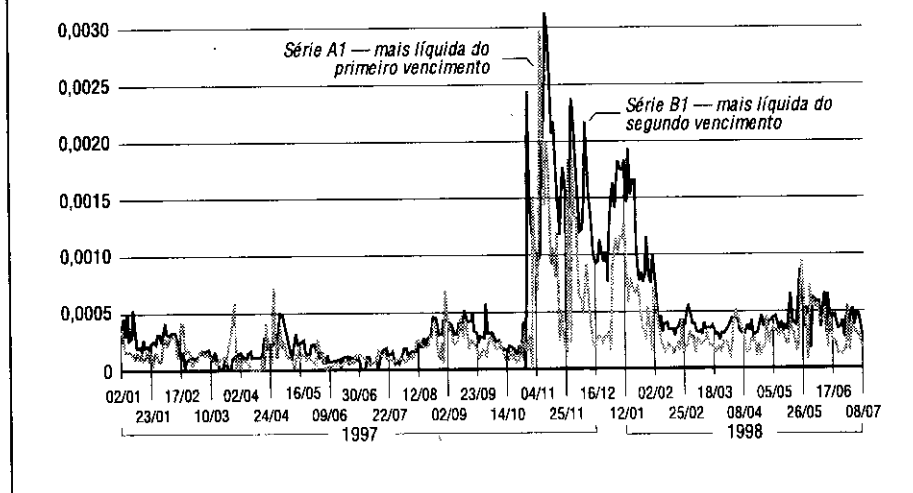
Utilizando a metodologia proposta na Seção 2 foi calculada a medida de credibilidade da política cambial proposta (λ) para todos os dias úteis no período janeiro de 1997 a junho de 1998, supondo que caso ocorra uma ruptura a desvalorização é uma distribuição log-normal com média de 1, 2 ($k = 0, 2$), o que corresponde a uma desvalorização esperada de 20% e com desvio padrão (σ_j) da normal associada de 5%.⁸ Os resultados apresentados no Gráfico 1 utilizam a série mais líquida do primeiro vencimento (A1) e a mais líquida do segundo vencimento (B1) e mostram que essa medida sinalizou adequadamente o efeito da crise asiática (novembro de 1997) e da crise da Rússia (maio de 1998) sobre a economia brasileira. Cabe ressaltar que antes da crise asiática o parâmetro λ é diferente de zero, porém num patamar inferior ao da crise. A rigor, já existia a expectativa de desvalorização, mesmo que baixa, e essa expectativa aumenta

7 Ainda assim, nada garante que a utilização do modelo de Black-Scholes (processo de difusão simples) para opções *at-the-money* forneça o valor correto do prêmio, podendo inclusive superestimá-lo em relação ao processo de difusão misto, conforme apresentado em Trautmann e Beinert (1995).

8 O que corresponde a admitir que com 95% a desvalorização ocorrerá no intervalo [11%, 35%]. No texto, a medida da desvalorização é definida pelo par (μ_j, σ_j) ou pelo par (k, σ_j) , onde k é o valor médio da desvalorização $k = \exp(\mu_j + \sigma_j^2/2) - 1$.

GRÁFICO 1

Credibilidade ($\lambda|A1$) e ($\lambda|B1$) supondo desvalorização de 20% e $\sigma_j = 0,05$



consideravelmente após o início da crise, permanecendo em um patamar superior após seu término. O modelo consegue captar essa mudança de patamar e estimar a expectativa dos agentes quanto à probabilidade de ocorrência de uma desvalorização. Dentro dessa perspectiva, o grau de não-credibilidade da política cambial (maior do que zero antes e depois da crise) aumenta significativamente durante a crise.

O Gráfico 2 apresenta as séries (O_{dA2}) e (\hat{O}_{dA2}) que maturam no primeiro mês, e o Gráfico 3 as séries (O_{dB2}) e (\hat{O}_{dB2}) que maturam no segundo mês.

Os resultados apresentados estão condicionados a uma hipótese sobre a magnitude da desvalorização (μ_j, σ_j), que consideramos realista. Como a probabilidade de ruptura (λ) refere-se ao prazo de maturação da opção, as séries devem ser consideradas separadamente segundo o seu vencimento. Foram consideradas as séries diárias com vencimento no primeiro e segundo mês seguinte entre janeiro de 1997 e junho de 1998.

Até agora consideramos apenas a série mais líquida do primeiro vencimento (A1) para estimação dos prêmios das demais. Para ratificar o modelo, mostraremos que ao trabalharmos com a série menos líquida do primeiro vencimento (A3) — série mais *out-of-the-money* — também conseguimos estimar com razoável precisão o prêmio das demais séries com elevado grau de superioridade

GRÁFICO 2

Prêmio observado e estimado da série A2 ($\lambda|A1$)

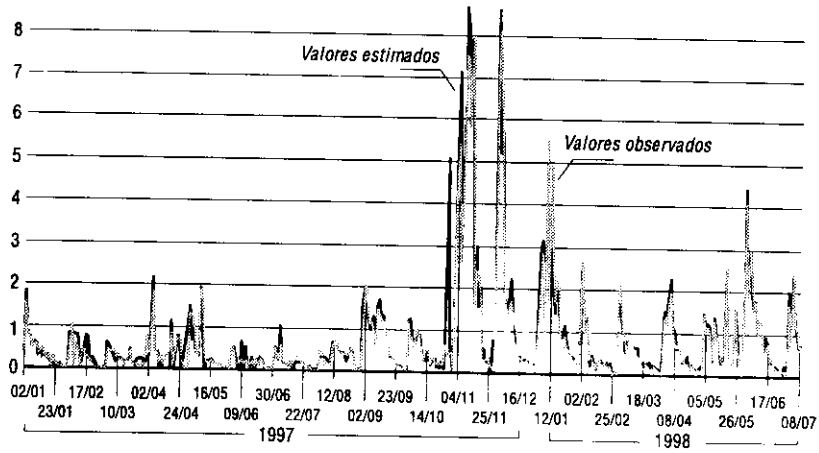
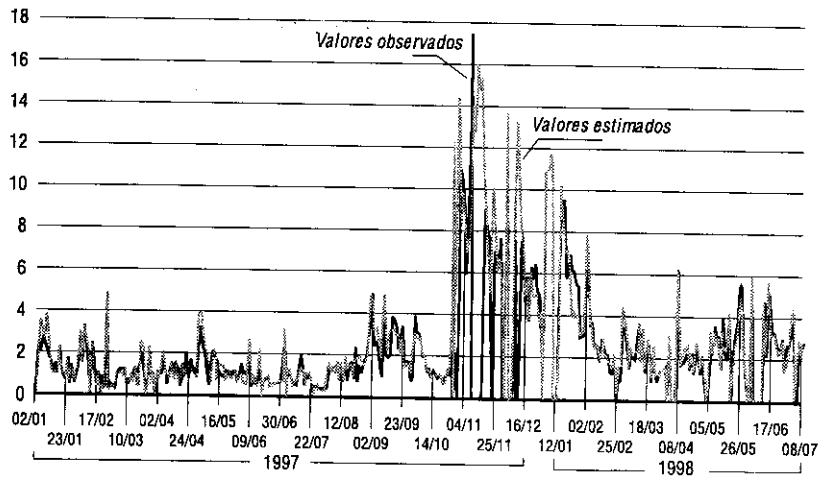


GRÁFICO 3

Prêmio observado e estimado da série B2 ($\lambda|B1$)



em relação ao modelo de Black-Scholes. O Gráfico 4 mostra o prêmio estimado da série A1, utilizando os parâmetros obtidos através da série A3.

A Tabela 1 apresenta, para diversos pares de valores de (μ_j, σ_j) , o erro quadrático médio calculado para as séries com vencimento no primeiro mês EQM(1) e para as séries com vencimento no segundo mês EQM(2) para o PDM e, a título de comparação, os resultados para o PDS.

Os resultados mostram que o PDM é muito superior ao PDS; que a suposição de uma valorização na taxa de câmbio é imprópria — penúltima linha da Tabela 1, apresentando grande EQM(1) e (2) —; e que o efeito de alterações dos valores de (μ, σ) é pouco significativo. Os parâmetros (μ, σ) são supostos constantes ao longo da amostra e foram escolhidos de forma a minimizar o erro médio quadrático (5), considerando apenas uma grade de valores alternativos significativos desses parâmetros.

A utilização de um algoritmo de minimização do erro quadrático foi descartada devido à relativa insensibilidade dos resultados a variações desses parâmetros dentro do domínio de variação razoável e também devido ao pesado custo computacional e de programação envolvido.

Uma abordagem alternativa apresentada na Seção A.1 do Apêndice considera (μ) variando diariamente e incorpora outra série de opções ao conjunto de

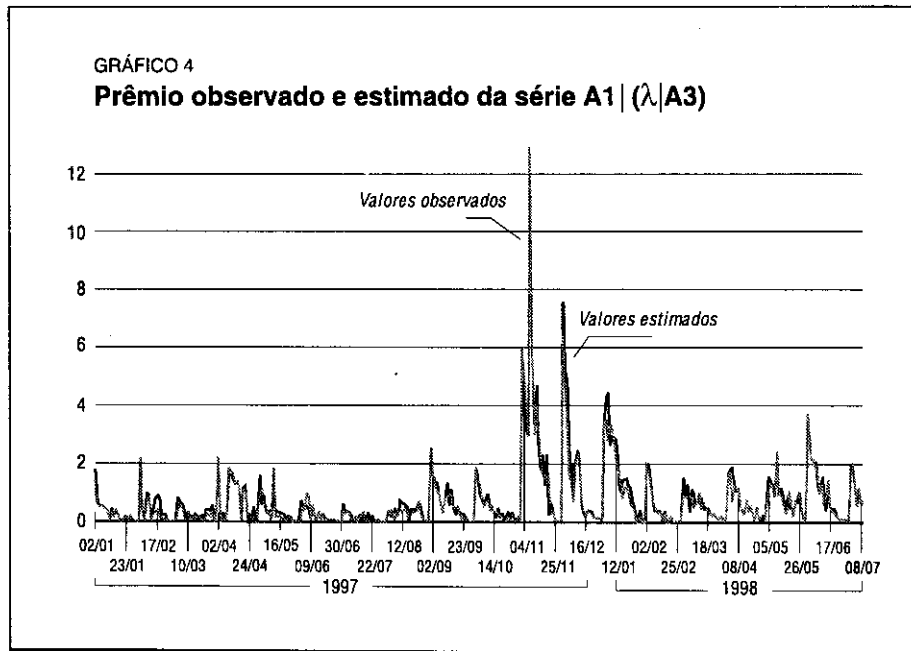


TABELA 1

Erro quadrático médio do prêmio estimado

Processo do câmbio	Modelo da volatilidade	k^a (%)	σ_j	EQM(1)	EQM(2)
PDM	GARCH	2,0	0,05	0,0877	0,674
PDM	MMP	2,0	0,05	0,0709	0,743
PDM	MMP	1,0	0,05	0,1193	0,823
PDM	MMP	3,0	0,05	0,1105	0,932
PDM	MMP	2,0	0,10	0,0800	0,781
PDM	MMP	2,0	0,025	0,0704	0,742
PDM	MMP	-2,0	0,05	341	161
PDS	MMP	-	-	18	23

^a Magnitude da desvalorização esperada.

informações do procedimento de estimação. Nesse caso resulta um sistema de equações não-lineares cujas raízes devem ser extraídas para obtenção dos parâmetros do modelo. A natureza não-linear do problema pode implicar a inexistência de soluções ou a existência de soluções múltiplas. Essas características estão ilustradas na seção mencionada. A seguir são apresentados os resultados dessas abordagens alternativas para alguns dias selecionados.

Foram considerados dois casos. No primeiro, dadas as duas séries de opções mais líquidas do primeiro vencimento (A1 e A2), foi calculado o par (λ, k) que resolve o sistema para os respectivos prêmios das opções para certos dias do período analisado, considerando $\sigma_j = 0,05$ (ver Tabela 2). Mesmo com a não-linearidade do sistema é obtida sempre uma solução única. No segundo, dadas as três séries de opções mais líquidas do primeiro vencimento (A1, A2 e A3), foram calculadas três componentes (λ, k, σ_j) comuns às três séries. Cabe ressaltar que devido à não-linearidade não é mais possível resolver, em alguns casos, o sistema de três equações e três incógnitas. Na maioria dos dias o sistema não possui solução, e optou-se por minimizar o erro quadrático médio do prêmio — apresentado na última coluna —, dados os restantes dos parâmetros.

Os resultados citados mostram as limitações de abordagens que pretendem considerar informações de duas ou mais séries para estimar a percepção dos agentes quanto às características do processo descontínuo. A abordagem alternativa, caso tivéssemos acesso aos dados *intraday* e o mercado apresentasse sistematicamente um número apreciável de negócios, seria a de Bates (1991), que trabalha com um maior número de séries (dados) para a estimação de (ϕ) . Uma outra abordagem alternativa mais adequada ao nosso caso seria considerar

TABELA 2

Parâmetros do processo de ruptura para dias selecionados

Data	Duas séries		Três séries			Erro
	$90*\lambda$	k^a (%)	$\lambda*90$	k^a	σ_j	
06/jan/97	0,02	14,2	0,02	0,123	0,089	0,000
02/jun/97	0,01	18,3	0,00	1,287	0,100	0,537
01/out/97	0,04	11,0	0,05	0,091	0,012	0,029
15/out/97	0,04	5,2	0,03	0,078	0,005	0,034
03/nov/97 ^b	0,27	11,8	0,27	0,128	0,013	0,005
14/nov/97	0,09	16,0	0,01	0,390	4,375	0,936
06/jan/98	0,09	15,2	0,18	0,152	0,055	0,000
01/abr/98	0,08	9,1	0,06	0,109	0,017	0,072
04/mai/98	0,04	13,9	0,03	0,195	0,017	0,243
02/jun/98 ^c	0,07	13,5	0,08	0,123	0,011	0,128
12/jun/98	0,07	12,5	0,00	1,309	0,000	0,387

^a Magnitude de desvalorização esperada.^b Início da crise asiática.^c Início da crise da Rússia (final de maio).

(k, σ) constantes apenas para partes relevantes da amostra, deixando o parâmetro λ variar diariamente.

4 - Abordagem pelo risco sistemático

O modelo discutido na Seção 3 pressupõe que o risco total é diversificável e, portanto, o risco de ocorrer uma descontinuidade é também diversificável. De fato, essa é uma hipótese simplificadora, pois no mercado não existe necessariamente uma carteira de títulos que possa servir de proteção para uma maxidesvalorização. Não supor que o risco total é diversificável requer a inclusão da função de bem-estar e da trajetória da riqueza ótima dos agentes. Essa abordagem proposta por Bates (1991) é apresentada de forma resumida a seguir.

O agente representativo tem uma utilidade separável onde (R) é o coeficiente de aversão do agente:

$$U = E_t \int_t^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt, \quad U(C) = (C^{1-R} - 1)/(1 - R)$$

E a riqueza ótima segue um PDM em que os incrementos dz , dz_w e dq são supostos independentes:

$$dW/W = (\mu_d - \lambda k_w - C/W) dt + \sigma_d dz_w + (Y_w - 1) dq$$

onde:

(μ_d, σ_d) caracterizam a parte contínua do processo da riqueza;

(q) é a mesma distribuição do PDM;

Y_w descreve a magnitude da descontinuidade da riqueza condicional a $(dq = 1)$;

(μ_w, σ_w) são parâmetros de $Y_w \sim \text{Ln}(\mu_w, \sigma_w)$; e

Ψ é a correlação entre (Y) e (Y_w) .

Admitindo essas hipóteses, Bates (1991) obteve uma expressão para o prêmio da opção que é semelhante à obtida por Merton (3), onde (λ^*, k^*, r_n) são definidos de acordo com (7-9), e se reduz a este no caso em que os agentes são neutros ao risco ($R = 0$).

$$B(S, T, X, r, \delta, \sigma, \lambda, \mu_j, \sigma_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(e^{-\lambda^*(1+k^*)T} \cdot (\lambda^*(1+k^*))^n)}{n!} \cdot f(S, T, X, r_n, \delta, \sigma_n) \quad (6)$$

$$\lambda^* = \lambda \exp(-R + \text{Ln}(k_w) + R(1+R)\sigma_w^2/2) \quad (7)$$

$$k^* = \exp(\text{Ln}(k+1) - R\Psi\sigma_j\sigma_w) - 1 \quad (8)$$

$$r_n = r - \lambda^*k^* + n \text{Ln}(1+k^*)/T \quad (9)$$

Esse modelo depende de outros parâmetros não-observáveis (R, Ψ, k_w, σ_w) . O procedimento escolhido é semelhante ao adotado na seção anterior para os parâmetros da descontinuidade da taxa de câmbio. Partindo de um valor de referência para esses parâmetros que consideramos razoável, foi calculado o efeito sobre o EQM de perturbações desses parâmetros desconhecidos. Os valores adotados como referência são: $(R = 1)$ para o coeficiente de aversão ao risco, correspondendo a uma função de utilidade logarítmica; $(\Psi = 1)$, correlação perfeita entre a descontinuidade na riqueza e na taxa de câmbio; e valores iguais

aos da taxa de câmbio para a distribuição da descontinuidade da taxa de câmbio ($\mu_w = \mu_J$, $\sigma_w = \sigma_J$).⁹

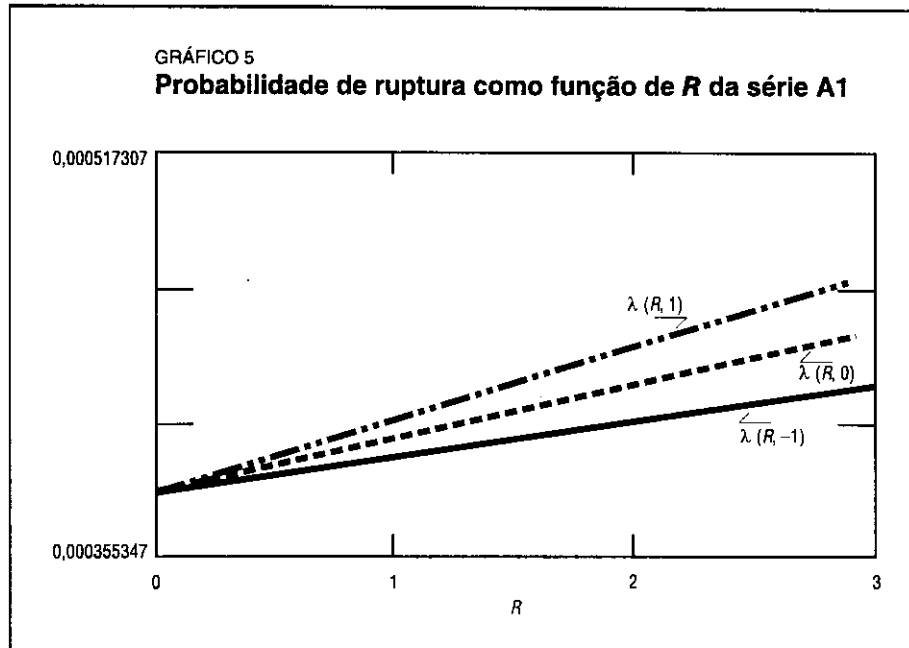
A Tabela 3 utiliza o modelo MMP para estimação da volatilidade histórica e mostra resultados semelhantes aos já obtidos para o PDM, baixa sensibilidade dos resultados para a alteração dos valores desses parâmetros e maior EQM para as séries B que maturam dois meses à frente. Para ilustrar o efeito de alguns desses parâmetros adicionais, foi calculada a função $\lambda(R) = F^{-1}(O_{dA1}, k, \sigma_J, R, \Psi | \Omega_{dA1})$ para o coeficiente de aversão ao risco (R). O Gráfico 5 mostra λ como função de R e da correlação (+1, 0, -1). Observa-se que λ aumenta com R e com a correlação positiva (linha superior). Os parâmetros utilizados foram $k = kw = 0,1$, $sjump = \delta w = 0,05$.

TABELA 3

Erro quadrático médio para as séries de opções A e B

R	ρ	kw	σ_w	EQM(1)	EQM(2)
1	1	1,2	0,05	0,0697	0,737
2	1	1,2	0,05	0,0686	0,731
0,5	1	1,2	0,05	0,0703	0,740
1	1	1,1	0,05	0,0697	0,737
1	1	1,3	0,10	0,0697	0,737
1	1	1,2	0,025	0,0686	0,731
1	1	1,2	0,05	0,0703	0,740
1	0,5	1,2	0,05	0,0703	0,740
1	0,25	1,2	0,05	0,0707	0,741
1	-1	1,2	0,05	0,0727	0,792

⁹ Essas suposições são mais óbvias ao se trabalhar com opções de índice (mesma correlação com a economia-riqueza), porém elas serão adotadas para efeito de simplificação.



5 - Conclusão

Os resultados mostraram que o processo de difusão com saltos é mais adequado para representar a trajetória da taxa de câmbio no Brasil do que o processo de difusão simples durante o período analisado (janeiro de 1997 a junho de 1998). O prêmio das opções cambiais negociadas na BM&F refletiu adequadamente os momentos de maior risco de um ataque especulativo contra o real. Logo, o procedimento proposto para a extração de informação do preço das opções cambiais nos parece adequado. Por outro lado, esse mercado é ainda muito estreito, ainda que tenha crescido no passado recente, pois movimenta apenas R\$ 3 milhões aproximadamente por dia (\approx R\$ 1 milhão por dia para a série mais líquida). Todavia, é um mercado em que os jogadores são, possivelmente, muito bem informados.

Os Gráficos 2 e 3 mostram, em uma primeira aproximação, que a hipótese de que a distribuição da magnitude da desvalorização é constante ao longo da amostra parece razoável, considerando a qualidade do ajustamento entre o prêmio estimado e o praticado pelo mercado.

Algumas extensões podem ser consideradas. A primeira seria a utilização de dados de cada negócio para estimar a distribuição de probabilidade de todos os

parâmetros do processo de difusão de forma a considerar a heterogeneidade dos agentes. Outra extensão seria a aplicação dessa metodologia a outros países e, por último, seria a introdução de processos de difusão em que a volatilidade é estocástica.

Apêndice

A.1 - Gráfico de (F) e de sua inversa

Os resultados obtidos podem ser melhor compreendidos analisando as características de (3) e da sua inversa. Para isso consideramos o dia (6/01/97) com ($\sigma_j = 0,05$) e calculamos os gráficos da função $\lambda(k) = F^{-1}(O_{dA1}, k, \sigma_j | \Omega_{dA1})$ que estima a probabilidade de ruptura dada a série A1 e o prêmio $\hat{O}_{dA2}(k) = F(\lambda(k), k, \sigma_j | \Omega_{dA2})$ e $\hat{O}_{dA3}(k) = F(\lambda(k), k, \sigma_j | \Omega_{dA3})$ das séries A2 e A3 dada essa probabilidade. Os Gráficos A.1 e A.2 mostram que embora o modelo admita a possibilidade de valores de $k < 0$ (ocorrência de uma valorização), o valor de (k) que resolve a segunda equação $O_{d2}(k) = O_{d2}$ é único e se dá para valores positivos de (k), o que corresponde à desvalorização. Esse exercício foi repetido fixando ($k = 0,2$) e admitido σ_j como argumento da função. Foram calculados os gráficos de $\lambda(\sigma_j) = F^{-1}(O_{dA1}, k = 0,2, \sigma_j | \Omega_{dA1})$ e de $\hat{O}_{dA3}(\sigma_j) = F(\lambda(0,1), k = 0,2, \sigma_j | \Omega_{dA3})$ — ver Gráfico A.3.

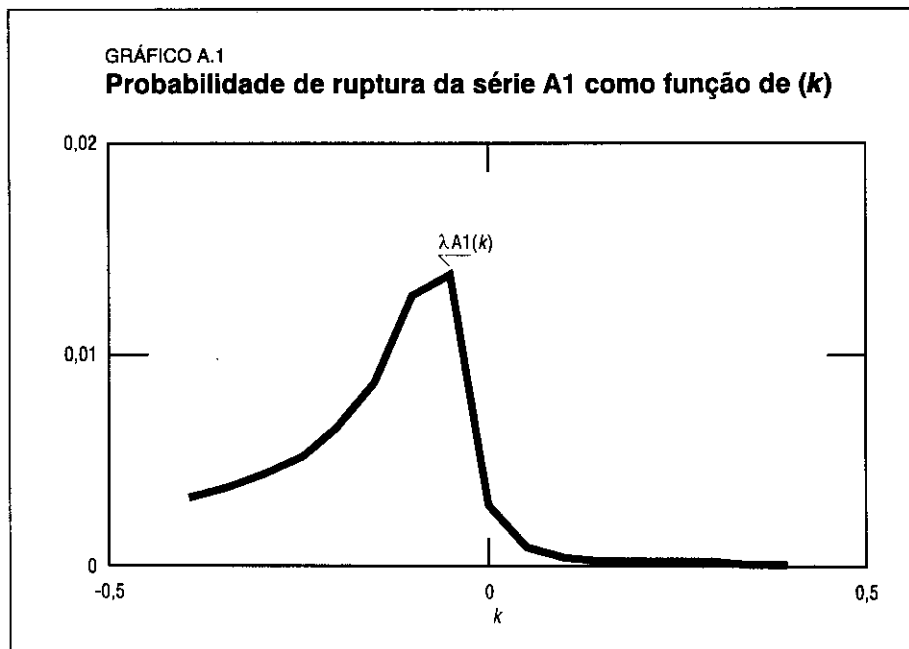


GRÁFICO A.2

Prêmio estimado versus observado das séries A2 e A3 em função de (k)

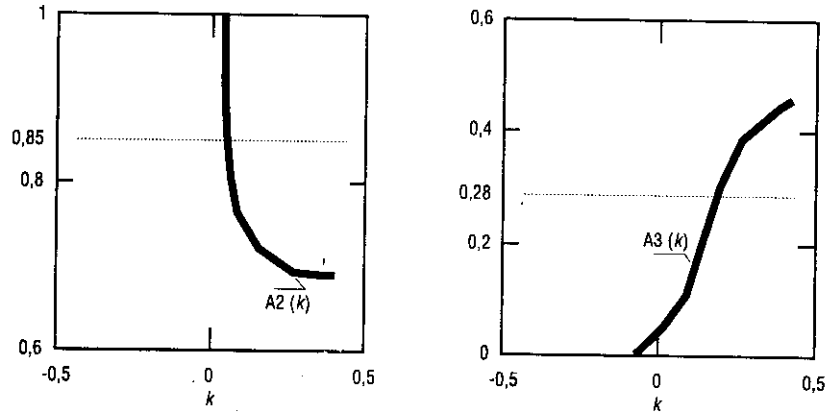
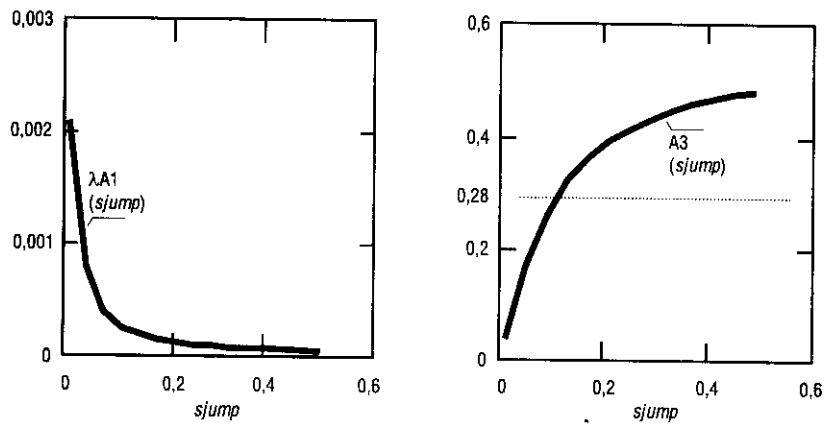


GRÁFICO A.3

Probabilidade de ruptura e prêmio estimado em função de (σ_j)



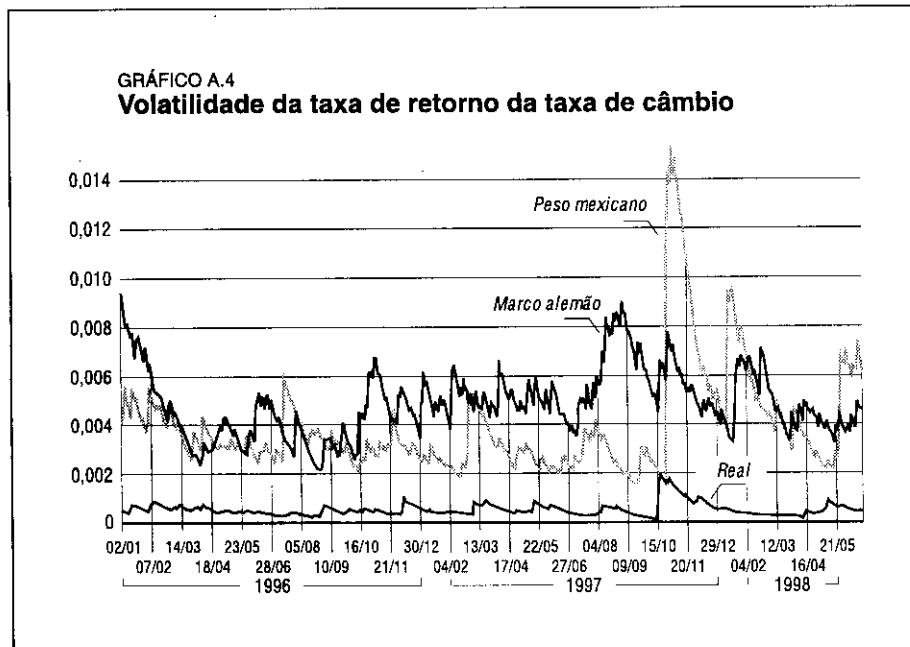
Nota: σ_j é indicado pela variável $sjump$.

A.2 - Volatilidade comparada

Aceitando os valores para $(k = 0,2)$ e $(\sigma_j = 0,05)$, podemos calcular a razão entre a volatilidade total¹⁰ desse processo e a observada que pode ser interpretada como uma medida do quanto restritiva é a faixa de variação das minibandas atuais. A volatilidade total é dominada pelo termo relativo à descontinuidade, uma vez que na maior parte do período essa razão foi maior do que 95%.

Os valores mínimos e máximos definidos como uma trajetória e garantidos pelas autoridades monetárias implicam faixas de variação muito estreitas para a taxa de retorno da taxa de câmbio no Brasil. Como ilustração, o Gráfico A.4 mostra a volatilidade da taxa de retorno da taxa de câmbio (R\$/US\$), (PMS/US\$) e (DMS/US\$) a partir de janeiro de 1996, calculada com o modelo MMP definido a seguir.

Os modelos de volatilidade condicional (GARCH) e volatilidade estocástica supõem que as taxas de retorno não estão limitadas e, portanto, a existência de bandas sobre a taxa de câmbio pode tornar imprópria a utilização desses modelos,



¹⁰ A volatilidade total é dada por $vt = \sigma^2 + \lambda (\mu_j + \sigma_j^2)$.

especialmente quando a banda é muito estreita, como é o caso brasileiro. Essa limitação sugere a utilização de um modelo simplificado para a volatilidade condicional que foi proposto por West e Harrison (1997) no contexto do modelo dinâmico bayesiano. Seja $s_t = 100 \cdot \Delta S/S$ a taxa de retorno diária da taxa de câmbio. Os parâmetros do modelo GARCH definido em (A.1) foram estimados por máxima verossimilhança utilizando o programa PGGIVE com taxas de retorno do período 15/8/1995 a 22/5/1998, amostra que contém 692 observações.

$$s_t \sim N(a, \sigma_t^2) \quad \sigma_t^2 = b + c * (s - a)^2 + d\sigma_{t-1}^2 \quad (\text{A.1})$$

As estimativas obtidas foram: $(a, b, c, d) = (0,02729, 0,0007882, 0,400, 0,452)$.

O modelo de médias ponderadas móveis que chamamos pode ser especificado *a priori*, sendo uma suavização da variância da taxa de retorno cujo grau é fixado *a priori*, e tem sido utilizado para a obtenção de variâncias condicionais de taxas de retorno. Seguindo Aguilar e West (1998), utilizamos o desconto de 0,9 que parece adequado para dados diários. O modelo para a volatilidade (σ_t^2) é especificado como (A.2), com $\theta = 0,9$.

$$s_t \sim N(a_t, \sigma_t^2) \quad a_t = \sum_i \theta^i s_{t-i} / (1 - \theta) \quad \sigma_t^2 = \sum_i \theta^i (a_{t-i} - s_{t-i})^2 / (1 - \theta) \quad (\text{A.2})$$

Abstract

The current exchange rate policy is being argued about its vulnerability, especially at presence of an adverse external situation. In this context, it is important to check how market faces the credibility of such policy. This paper provides a way of measuring this credibility, using market's informations about exchange rate options and mathematical models to pricing derivatives which underlying variables follow a generalized Wiener diffusion process with discrete and infrequent jumps according to a Poisson process. The jump risk of a devaluation process is assumed systematic.

Bibliografia

- AGUILAR, O., WEST, M. *Bayesian dynamic factor models and variance matrix discounting for portfolio allocation*. Duke University, Jan. 1998, mimeo.
- BATES, D. S. The crash of '87, was it expected? The evidence from options markets. *Journal of Finance*, n. 46, 1991.

- . Jumps and stochastic volatility: exchange rate process implicit in deutsch mark options. *The Review of Financial Studies*, v. 9, n. 1, 1996.
- BLACK, F., SCHOLAS, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, n. 81, p. 637-659, 1973.
- BODURTHA, J. N. JR., COURTADON, G. R. Tests of an American option pricing model on the foreign currency options market. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, n. 22, 1987.
- DELGADO, F., DUMAS, B. Target zones, broad and narrow. *Exchange Rate Targets and Currency Bands*. NBER, 1992.
- FROOT, K. A., OBSTFELD, M. Stochastic process switching: some simple solutions. *Exchange Rate Targets and Currency Bands*. NBER, 1992.
- JORION, P. On jump process in the foreign exchange and stock markets. *Review of Financial Studies*, n. 1, 1988.
- KRUGMAN, P. R. Target zones and exchange rate dynamics. *Quarterly Journal of Economics*, n. 106, 1991.
- MERTON, R. C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, n. 3, 1976.
- TRAUTMANN, S., BEINERT, M. *Stock prices jumps and their impact on option valuation*. Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Mar. 1995, 59 p. (Working Paper).
- WEST, M., HARRISON, P. J. *Bayesian forecasting and dynamic models*. New York: Springer Verlag, 1997.

(Originais recebidos em setembro de 1998. Revisitos em dezembro de 1998.)

