

RESOLUÇÃO ÓTIMA DE PREÇOS NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO*

Aldo Henrique Treu Ramos

Do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES). aldor@bndes.gov.br

Marcelo Fernandes

Da Queen Mary, University of London. m.fernandes@qmul.ac.uk

Agentes costumam usar um conjunto discreto de preços para atenuar os custos de negociação, pois reduz o tempo necessário para fechar uma transação ao limitar a quantidade de informação que deve ser trocada entre as partes. Por outro lado, se o conjunto discreto de preços não inclui um preço aceitável para ambas as partes, algumas transações podem deixar de ser concluídas. A resolução ótima dos preços contrabalança esses dois efeitos, de modo a minimizar os custos de transação. Este trabalho investiga a resolução ótima de preços na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa). Os resultados são empiricamente relevantes, uma vez que permitem a formulação de uma proposta de resolução diferenciada de preços para aumentar a liquidez da Bovespa.

1 INTRODUÇÃO

Desde Adam Smith, muito se tem escrito sobre as vantagens de uma economia de livre mercado e do papel alocativo do sistema de preços. Apenas recentemente, no entanto, economistas têm procurado entender melhor como potenciais compradores e vendedores negociam preços. Por exemplo, Harris (1991) argumenta que custos de barganha explicam por que, no mercado imobiliário, os preços são negociados na casa dos milhares, mesmo na ausência de regras explícitas sobre a resolução dos preços. O arredondamento agiliza o processo de negociação entre as duas partes interessadas por evitar diferenças marginais entre propostas e contrapropostas. Em particular, Harris esclarece que o custo de negociação se divide em dois componentes inversamente relacionados. O primeiro envolve o grau de competição entre os agentes que participam no mercado. O segundo é o tempo de barganha necessário para a negociação. A decisão de arredondamento de um preço deve, portanto, considerar esses dois fatores. Apesar de o arredondamento facilitar a negociação, por reduzir o espaço de barganha, os agentes correm o risco de não efetuar a negociação por não haver um preço arredondado que satisfaça os dois lados da operação.

Os argumentos citados não se transferem facilmente para o mercado de ações, pois uma pequena variação no valor unitário pode impactar fortemente o volume

* Este trabalho baseia-se na tese de mestrado do primeiro autor, sob orientação do segundo autor, na Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas. Os autores agradecem o apoio financeiro prestado pela Capes, pelo CNPq e pela Faperj, assim como os comentários dos membros da banca examinadora Daniel Ferreira, Franklin Gonçalves e João Amaro de Matos, e as sugestões dadas pelos dois pareceristas e por Walter Novaes. As opiniões e erros deste trabalho são de exclusiva responsabilidade dos autores.

negociado. Por um lado, Harris (1991) mostra que a Bolsa de Valores de Nova York (NYSE) atrairia presumivelmente maior volume e participação de pequenos investidores se ações de baixo valor fossem negociadas com uma variação mínima de preços inferior ao, então vigente, oitavo de dólar. Por outro lado, Harris (1994) conclui que, apesar de reduzir significativamente o ágio entre os preços de compra e venda, uma redução na variação mínima de preços implicaria uma diminuição no tamanho das cotações. Em resumo, os resultados de Harris (1991 e 1994) indicam que, mesmo que operadores e especialistas passassem a cotar em 1/16, a diminuição resultante do ágio não implicaria necessariamente um aumento na liquidez das ações. As avaliações empíricas do processo de decimalização das bolsas norte-americanas confirmam que a redução da variação mínima causou uma redução tanto no ágio como na profundidade acumulada de mercado [ver Bacidore (1997), Goldstein e Kavajecz (2000) e Chung, Van Ness e Van Ness (2002)].

O mercado acionário brasileiro sempre adotou um sistema decimal, mas também passou recentemente por grandes mudanças. A entrada de investimentos diretos e o câmbio valorizado fizeram com que, nos primeiros anos do Plano Real, a Bovespa operasse com um volume bastante significativo, aproximando-se dos valores da NYSE [Armijo e Ness (2004)]. A partir de 1999, com a desvalorização cambial, o volume diário passou a ser bastante inferior ao registrado nas bolsas americanas [ver Figura 1 em Yoshino (2003)]. Embora o sistema de preços adotado pela Bovespa não possa ser considerado como responsável pela diminuição do volume, cabe perguntar se existe um certo desequilíbrio na resolução adotada pela Bovespa e se uma mudança na resolução de preços poderia aumentar o volume negociado. Afinal, uma simples análise descritiva evidencia um grau muito elevado de aglomeração de preços — aproximadamente metade das cotações entre outubro de 1998 e dezembro de 2001 apresenta o dígito centesimal 0. Ademais, ações com preços altos exibem uma frequência relativa acima de 80% para esse mesmo dígito.

O reajuste em intervalos de um centavo dos preços de ações pode não ser um equilíbrio ideal, principalmente para ações que possuem um preço muito alto. Nesse caso, o reajuste de um centavo torna-se praticamente insignificante em termos relativos, servindo apenas para facilitar a obtenção de precedência de negociação via preço. A falta de proteção à precedência de negociação interfere na decisão dos agentes em revelarem informação através da divulgação de suas cotações e ordens. Portanto, a adoção de uma variação mínima de preços mais alta, digamos 5 ou 10 centavos, poderia levar a um aumento de liquidez no mercado por aumentar o custo de obtenção da precedência de negociação via preço e, conseqüentemente, aumentar a proteção à precedência de negociação. Uma proposta alternativa seria

a introdução de um sistema progressivo em que a variação mínima de preços seria uma função crescente do nível de preço, como nas Bolsas de Estocolmo, de Hong Kong e de Tóquio [Angel (1997)]. O objetivo seria contrabalançar os custos de transação e de proteção à precedência de negociação. A diminuição dos custos de transação ocorreria através da redução no tempo de barganha, necessário para realizar a negociação.

O objetivo deste trabalho é examinar a resolução ótima de preços no mercado acionário brasileiro. Acreditamos que tal investigação seja interessante, por dois motivos. Primeiro, porque constitui um passo importante para a caracterização das microestruturas que afetam o funcionamento da Bovespa. Segundo, porque permite examinar a questão mais geral da resolução ótima de preços em um ambiente razoavelmente controlado. Isso é possível porque operações de desdobramentos (*splits*) e grupamentos (*insplits* ou *reverse splits*) são pouco frequentes na Bovespa,¹ o que restringe a capacidade das firmas de ajustarem a variação mínima relativa de suas ações.

No mercado acionário norte-americano, as firmas costumam promover desdobramentos (ou grupamentos) quando os preços de suas ações estão muito altos (baixos) em relação à variação mínima (absoluta) de preços. Portanto, uma análise sólida da resolução ótima de preços precisaria considerar não apenas o grau de aglomeração dos preços, mas também os fatores determinantes na decisão de uma firma em promover desdobramentos e grupamentos. A literatura elenca duas razões além do ajuste da variação mínima relativa. Primeiro, por acarretar um aumento do ágio relativo mínimo, corretores tendem a promover mais a ação após um desdobramento. Segundo, ao definir o fator de desdobramento, uma firma revela ao mercado informação sobre seus lucros futuros [Fama *et alii* (1969) e Brennan e Copeland (1988)]. Apesar da gama de trabalhos empíricos comparando os méritos relativos dessas hipóteses, os resultados não são conclusivos, especialmente em relação aos impactos na liquidez [ver, entre outros, Lamoureux e Poon (1987), Sheikh (1989), Conroy, Harris e Benet (1990), McNichols e Dravid (1990), Angel (1997) e Schultz (2000)].

A ausência de operações de desdobramento e grupamento na Bovespa permite tratar de forma isolada o problema da resolução de preços e torna mais atrativa a idéia de uma variação mínima de preços que dependa da faixa de preço da ação. Afinal, sua principal deficiência refere-se exatamente às dificuldades que impõe sobre o ajuste, por parte de cada empresa, de sua variação mínima relativa via operações de desdobramento ou grupamento.

1. Entre as ações mais líquidas, apenas sete firmas executaram operações de desdobramento entre outubro de 1998 e dezembro de 2001.

Além desta introdução, o restante do trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 descreve a adaptação do modelo desenvolvido por Harris ao contexto da Bovespa. A Seção 3 discute os dados utilizados em nossa investigação empírica. A Seção 4 traz uma análise descritiva dos dados. A Seção 5 investiga os principais determinantes da aglomeração dos preços. A Seção 6 aplica o modelo de Harris para prever o impacto da mudança da resolução de preços na Bovespa. A Seção 7 conclui o trabalho discutindo como os resultados empíricos podem ser aproveitados para aperfeiçoar o mercado acionário brasileiro.

2 UMA ADAPTAÇÃO DO MODELO DE HARRIS À BOVESPA

Harris (1991) divide seu estudo em duas partes. Na primeira, faz uma caracterização da aglomeração dos preços das ações nas bolsas de valores americanas a partir de regressões de corte. Na segunda, faz uma projeção para o uso de cotações em $1/16$, que não eram permitidos nos mercados até então. Antes de comentar os resultados, Harris analisa as variáveis que são utilizadas para ajudar nas projeções. A primeira questão analisada refere-se à variável dependente a ser empregada. A primeira medida de aglomeração baseia-se na soma das diferenças entre os oitavos pares e ímpares. A segunda observa apenas a frequência de números inteiros, sendo mais geral por permitir a estimação da variação média de preço utilizada pelos operadores. Apesar disso, a frequência dos inteiros possui um problema. Mesmo que os retornos sejam serialmente independentes, o mesmo não pode ser dito dos preços. Uma ação que possua preço baixo e esteja cotada a uma fração de $3/8$, por exemplo, terá mais chance de ter sua próxima cotação colocada em $1/4$ ou $1/2$ do que em um número inteiro.

Para solucionar o problema, o autor sugere uma alternativa prática para mitigar o efeito da dependência entre as observações. O objetivo é fazer uma correção na frequência observada para cada fração. Assim, frações que tiveram poucas oportunidades de ser observadas teriam um acréscimo na sua frequência relativa, e vice-versa. Inicialmente, cria-se a noção de domínio. Sejam duas cotações, por exemplo, $3/8$ e $5/8$, que representam duas cotações consecutivas. Antes de alcançar a cotação de $5/8$, haveria a possibilidade de aparecer uma cotação em $1/2$, que não foi escolhida. Dessa forma, $1/2$ e $5/8$ representam todas as alternativas possíveis acima de $3/8$ para alcançar $5/8$. Portanto, estas são identificadas como um evento de domínio, cada uma. O objetivo é fazer com que cotações que foram pouco escolhidas no período, mas que tiveram poucas chances de ser alcançadas, sejam corrigidas para eliminar tal discrepância. Denotamos por f_i essa frequência ajustada.

Um exemplo extremo seria a cotação ficar variando sempre entre $3/8$ e $5/8$, sem jamais alcançar o preço inteiro. Esse último ficaria, depois da correção, com

a frequência igual a $1/8$, o que seria esperado a partir da teoria da probabilidade. Embora seja uma solução eficaz para o caso do sistema fracionário, esse reajuste perde importância com o sistema decimal. A principal razão está no fato de que as ações acabam visitando todos os dígitos com quase a mesma frequência. Isso ocorre inclusive para ações negociadas com preços baixos, isto é, em torno de R\$ 5. Portanto, qualquer correção resulta em diferenças apenas marginais.

As variáveis independentes são escolhidas a partir da hipótese da resolução de preços proposta por Ball, Torous e Tschoegl (1985). Essa hipótese conjectura que a aglomeração ocorre principalmente quando o valor implícito do ativo não é conhecido, caso contrário, os operadores usariam uma resolução de preços maior para tentar fechar algum negócio. Para verificar o grau de conhecimento que os operadores e especialistas possuem sobre cada firma, podemos utilizar algumas variáveis. Sob ergodicidade, a volatilidade ao longo do tempo representa uma medida de dispersão das expectativas dos agentes sobre o valor da ação. Outra variável importante é o tamanho da firma. Quanto maior a firma, maior o interesse (de todos os pontos de vista) em torno dela. A maior atenção geraria, sob forma de análises, mais informação e, assim, um apreçamento melhor do valor da ação. A quantidade de transações também consiste em mais uma forma de verificar o grau de informação sobre a firma, pois à medida que mais negócios são realizados, mais informação é revelada sobre o valor real da ação. Além dessas três variáveis, o nível de preços também é relacionado como variável explicativa, pois quanto maior o preço, maior a possibilidade de arredondamento. Utilizando os dados americanos, Harris (1991) obtém resultados que corroboraram as hipóteses feitas em relação às variáveis independentes.

A Bovespa adota o sistema decimal como padrão para negociar suas ações. Por isso, adaptamos o modelo original desse autor procurando, naturalmente, não descaracterizá-lo. Inicialmente, como estamos interessados em estudar o comportamento dos dígitos centesimais, temos de alterar os conjuntos de preços discretos. Assumimos, então, que os agentes operam considerando três alternativas de variação mínima de preço, a saber, 1, 5 e 10 centavos. Não consideramos o intervalo de 2 centavos, como em Hameed e Terry (1998), porque as frequências relativas dos dígitos pares diferentes de 0 não são significativamente diferentes das frequências relativas dos dígitos ímpares diferentes de 5. Em resumo, os operadores primeiro decidem seus termos de troca dentro de um conjunto particular de preços discretos e, depois, negociam o preço dentro desse conjunto.

Denotamos, respectivamente, por α_{10} , α_5 e α_1 a proporção de negociações devidas aos agentes que utilizam uma variação mínima de preços de 10, 5 e 1

centavo. Dessa forma, a frequência f_p implícita nos preços que satisfazem cada intervalo de variação, consiste em:

$$\begin{aligned} \alpha_1/10 + \alpha_5/2 + \alpha_{10} & \text{ se } i = 0 \\ \alpha_1/10 + \alpha_5/2 & \text{ se } i = 5 \\ \alpha_1/10 & \text{ se } i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 \end{aligned} \quad (1)$$

Se não houvesse restrições quanto ao preço, os operadores utilizariam uma variação mínima relativa de preços igual a R . Denote por $F(R)$ a função de distribuição cumulativa de R , que varia negociação a negociação em função de características, como nível de preço, volatilidade, volume etc. Inicialmente, o operador multiplica R pelo preço P para expressar sua variação mínima ideal de preços em função do nível de preços. Em seguida, arredonda-se $P \times R$ para a base de variação mínima de preços mais próxima dentre as possíveis (1, 5 ou 10 centavos). Assumindo uma regra geométrica de escolha, a saber:

$$b = \begin{cases} 1 \text{ centavo} & \text{se } P \times R < \kappa_1 \equiv \sqrt{1/100 \times 5/100} \\ 5 \text{ centavos} & \text{se } \kappa_1 < P \times R < \kappa_5 \equiv \sqrt{5/100 \times 10/100} \\ 10 \text{ centavos} & \text{se } \kappa_5 < P \times R \end{cases} \quad (2)$$

temos que:

$$\alpha_1 = F(\kappa_1 / P) \quad (3)$$

$$\alpha_5 = F(\kappa_5 / P) - F(\kappa_1 / P) \quad (4)$$

$$\alpha_{10} = 1 - F(\kappa_5 / P) \quad (5)$$

Quanto à forma funcional de F , utiliza-se uma distribuição gama por ser flexível, de fácil manuseio e ter suporte abrangendo apenas valores positivos [Harris

(1991)]. Em relação à parametrização, define-se $F(R; \mu_i, \nu)$ com parâmetro de localização μ_i para a ação i e parâmetro comum ν de forma. A parametrização é feita de tal sorte que μ_i seja a média populacional da distribuição:

$$\mu_i = \gamma_0 + \gamma_1 \text{PREÇO}_i + \gamma_2 \text{VOLATILIDADE}_i + \gamma_3 \text{TAMANHO}_i + \gamma_4 \text{NEGOCIOS}_i \quad (6)$$

na qual, para cada ação i , PREÇO_i corresponde ao preço médio, VOLATILIDADE_i é o desvio-padrão dos retornos percentuais, TAMANHO_i denota o logaritmo do valor médio de mercado e NEGOCIOS_i é o inverso da raiz quadrada do número médio de transações diárias. Assim, a função gama resultante fica da seguinte forma:

$$F(R; \mu_i, \nu) = \int_0^R \frac{\nu}{\mu_i \Gamma(\nu)} \left(\frac{\nu}{\mu_i} r \right)^{\nu-1} \exp\left(-\frac{\nu}{\mu_i} r\right) dr \quad (7)$$

Para obtermos uma idéia da resolução ótima de preços para uma determinada ação, basta multiplicar a estimativa do valor esperado da variação mínima relativa de preços desejada pelos operadores, a saber $\hat{\mu}_i$, pelo seu nível médio de preço. Afinal, $\hat{\mu}_i$ resume toda a informação da amostra sobre o valor esperado de R para cada ação.

O modelo é estimado pelo método de máxima verossimilhança. Os dados são obtidos a partir das distribuições de freqüência das ações na amostra, que são computadas através das seguintes freqüências ajustadas:

$$\hat{\beta}_{10} = \hat{f}_0 \quad (8)$$

$$\hat{\beta}_5 = \hat{f}_5 \quad (9)$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{f}_1 = \hat{f}_2 = \hat{f}_3 = \hat{f}_4 = \hat{f}_5 = \hat{f}_6 = \hat{f}_7 = \hat{f}_8 = \hat{f}_9 \quad (10)$$

implicando que:

$$\beta_{10} = \alpha_1 / 10 + \alpha_5 / 2 + \alpha_{10} \quad (11)$$

$$\beta_{10} = \alpha_1 / 10 + \alpha_5 / 2 \quad (12)$$

$$\beta_{10} = 8 \times \alpha_1 / 10 \quad (13)$$

A função de verossimilhança para um determinado vetor de dados de uma ação consiste em:

$$\log L = T(\hat{\beta}_1 \log \beta_1 + \hat{\beta}_5 \log \beta_5 + \hat{\beta}_{10} \log \beta_{10}) \quad (14)$$

em que T representa o número de observações temporais da amostra. A otimização ocorre a partir da soma das funções de todas as ações.

Para avaliar a especificação do modelo, adotamos dois critérios. Primeiro, verificamos a validade empírica de um dos principais pressupostos do modelo estrutural de Harris. Se os agentes realmente usam conjuntos discretos de preços em que a variação mínima de preços é uma fração constante R do nível de preços, então a estimativa do parâmetro γ_1 em (6) não pode ser estatisticamente diferente de 0. Segundo, julgamos importante observar a aderência estatística do modelo. Para cada ação, calculamos a discrepância entre as frequências relativas observada e esperada de cada dígito usando a raiz do erro quadrático médio (REQM). Idealmente, os erros devem ser relativamente pequenos e uniformes, isto é, não podem variar muito em função do dígito.

3 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Na análise da Bovespa, utilizamos dados diários coletados pela Economática (www.economática.com.br). Para obter uma base de dados extensa, porém homogênea, selecionamos cuidadosamente o período e o número de ações. Os dados cobrem o período que abrange outubro de 1998 a dezembro de 2001. Durante esse período, não há mudanças significativas em relação às empresas que negociam ações na Bovespa. Em contraste, antes de outubro de 1998, há uma mudança relevante entre as principais ações negociadas após a divisão da Telebrás em empresas regionais. Durante vários meses, as ações da Telebrás foram as mais negociadas devido ao processo de privatização. O leilão de privatização ocorreu em julho de 1998 e as novas empresas de telefonia passaram a ter suas ações negociadas em bolsa no final de setembro de 1998. Dessa forma, procuramos evitar a influência da forte concentração de negócios em torno da Telebrás nesse período.

O critério de seleção das ações é uma função do índice de liquidez da Economática:

$$I_i = 100 \times \frac{D_i}{D} \times \sqrt{\frac{V_i}{V} \times \frac{N_i}{N}}$$

em que D é o número de dias da amostra, D_i o número de dias que a ação i foi negociada durante o período da amostra, V_i e N_i são, respectivamente, o volume total negociado e o número total de transações ao longo do período, enquanto V e N são, respectivamente, o volume total e o número total dos negócios realizados na Bovespa ao longo do mesmo período. Combinamos duas ordenações, uma considerando apenas os últimos dois trimestres da amostra e outra levando em conta toda a amostra. Ao cruzar os dados das duas listas, encontramos um total de 65 ações coincidentes.

Procuramos, também, evitar empresas com desdobramentos e/ou grupamentos no período. Separamos, então, da amostra sete ações bastante negociadas, que sofreram desdobramentos e/ou grupamentos entre 1999 e 2000. Para incluir essas empresas na base de dados, teríamos de reduzir drasticamente o período amostral a fim de evitar as alterações de preços devidas aos desdobramentos e/ou grupamentos. Dado o dilema entre adotar um número maior de ações ou um período amostral mais abrangente, optamos por verificar a grandeza dos resultados em relação à base de dados. Os resultados são, felizmente, robustos. Apresentamos resultados baseados em duas amostras diferentes. A primeira cobre o período completo e inclui 51 ações. A segunda considera apenas as observações a partir de 2000 e contém 58 ações. Listamos na Tabela 1 as principais estatísticas descritivas das ações selecionadas em cada amostra.

A base de dados totaliza quase 80 mil cotações diárias (abertura e fechamento) no período da amostra. Embora dados de máximo e mínimo também estejam disponíveis na Economática, preferimos evitar coincidência nas cotações. A ausência de dados intradiários não é tão relevante, por dois motivos. Primeiro, o grau de aglomeração dos preços independe da frequência dos dados [Harris (1991)]. Segundo, os resultados empíricos indicam que, para o caso brasileiro, o tamanho da amostra parece não influenciar muito a frequência relativa de preços inteiros. Quase certamente, uma análise utilizando dados intradiários apenas corroboraria os resultados obtidos.

TABELA 1
DESCRIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DAS AÇÕES NA AMOSTRA

Ação	Fechamento	Abertura	Volume	Volatilidade	Lote
Acesita PN	0,000863	0,000868	1.770	0,64	1.000
Aracruz PNB	2,940054	2,942101	1.880	0,65	1
Bombril PN	0,009831	0,009838	889	0,68	1.000
Bradespar PN	0,000954	0,000961	3.758	0,53	1.000
Banco do Brasil PN	0,007865	0,007902	2.533	0,54	1
Brasil T Par ON	0,012688	0,012670	2.789	0,69	1.000
Brasil T Par PN	0,017911	0,017950	12.407	0,61	1.000
Celesc PNB	0,574111	0,576133	1.892	0,58	1
Cemig ON	0,018224	0,018232	490	0,57	1.000
Cemig PN	0,025133	0,025193	12.038	0,54	1.000
Cesp PN	0,011918	0,011971	2.972	0,73	1.000
Comgas PNA	0,072532	0,072786	2.067	0,60	1.000
Confab PN	0,863466	0,865441	633	0,51	1
Copel ON	0,011214	0,011228	1.326	0,50	1.000
Copel PNB	0,013638	0,013680	4.398	0,57	1.000
<i>Copene PNA (Braskem)</i>	0,019851	0,019864	882	0,47	1.000
<i>CRT Celular PNA</i>	0,532603	0,532116	3.884	0,86	1.000
Eletronbras ON	0,029147	0,029169	10.132	0,55	1.000
Eletronbras PNB	0,025376	0,025429	15.661	0,58	1.000
Eletropaulo Metropro PN	0,071507	0,071496	2.970	0,58	1.000
<i>Embraer ON</i>	7,099190	7,115280	3.277	0,73	1
<i>Embraer PN</i>	8,258646	8,278640	3.684	0,60	1
Embratel Part ON	0,018446	0,018493	4.730	0,76	1.000
Embratel Part PN	0,024412	0,024477	13.369	0,71	1.000
<i>Inepar Construções PN</i>	0,004641	0,004676	897	0,76	1.000
Ipiranga Pet PN	0,012807	0,012810	881	0,50	1.000
<i>Itaubanco PN</i>	0,116856	0,116930	9.147	0,45	1.000

(continua)

(continuação)

Ação	Fechamento	Abertura	Volume	Volatilidade	Lote
Itausa PN	1,166779	1,168163	5.232	0,42	1
Klabin PN	0,896058	0,896755	906	0,61	1
Light ON	0,145308	0,145814	2.509	0,61	1.000
Net PN	16,49719	16,56469	15.824	0,89	1
Pão de Açúcar PN	0,046939	0,046962	2.040	0,51	1.000
Petrobras PN	32,35539	32,38827	50.630	0,47	1
Sabesp ON	0,103401	0,103669	2.666	0,54	1.000
Sadia SA PN	0,806266	0,807610	1.008	0,42	1
Sid Nacional ON	0,021440	0,021459	4.705	0,48	1
Sid Tubarão PN	0,013241	0,013262	1.488	0,54	1.000
Souza Cruz ON	5,805698	5,809240	1.676	0,45	1
Tele Celular Sul ON	0,003009	0,003009	971	0,80	1.000
Tele Celular Sul PN	0,004216	0,004221	2.609	0,77	1.000
Tele Centroeste Celular ON	0,004517	0,004457	548	0,82	1.000
Tele Leste Celular PN	0,001217	0,001220	1.294	0,72	1.000
Tele Nordeste Celular PN	0,003070	0,003072	2.168	0,77	1.000
Tele Norte Celular PN	0,001188	0,001190	599	0,78	1.000
Tele Sudeste Celular PN	0,008233	0,008190	2.366	0,67	1.000
Telemar Norte Leste PNB	0,034835	0,034846	2.310	0,61	1.000
Telemar-Tele NL Par ON	0,019957	0,019962	4.405	0,69	1.000
Telemar-Tele NL Par PN	0,028093	0,028109	41.331	0,61	1.000
Telemig Celular Part PN	0,003809	0,003809	2.426	0,72	1.000
Telesp Celular Part ON	0,012956	0,012921	1.868	0,70	1.000
<i>Telesp Operações ON</i>	0,013077	0,013049	2.515	0,50	1.000
<i>Telesp Operações PN</i>	0,022259	0,022266	19.282	0,54	1.000
Tractebel ON	0,001809	0,001807	609	0,54	1.000
Transmissão Paulista PN	0,004389	0,004429	1.251	0,74	1.000

(continua)

(continuação)

Ação	Fechamento	Abertura	Volume	Volatilidade	Lote
Unipar PNB	0,451564	0,452649	620	0,51	1
Usiminas PNA	5,879836	5,896830	3.362	0,60	1.000
Vale Rio Doce ON	30,11663	30,08180	1.534	0,44	1
Vale Rio Doce PNA	34,19222	34,19521	16.716	0,48	1
Votorantim C P PN	0,051092	0,051032	1.679	0,54	1.000

Obs.: Os dados disponibilizados pela Economática referem-se às cotações diárias de abertura e fechamento, entre outubro de 1998 e dezembro de 2001, das 58 ações mais líquidas na Bovespa. As ações em itálico são aquelas que promoveram desdobramento e/ou agrupamento no período amostral e, portanto, são incluídas apenas na amostra alternativa de janeiro de 2000 a dezembro de 2001 utilizada na análise de sensibilidade. As colunas "fechamento" e "abertura" listam, respectivamente, as cotações médias de fechamento e abertura de cada ação no período amostral. A coluna "volume" documenta o volume financeiro médio em milhares de reais, enquanto a coluna "volatilidade" oferece o desvio-padrão amostral das cotações de fechamento. A coluna "lote" reporta o lote mínimo de ações a serem negociadas no mercado não-fractionário.

4 ANÁLISE DESCRITIVA

O primeiro passo é analisar a frequência relativa do dígito centesimal 0 na amostra. Na Tabela 2, mostramos as frequências relativas para cada dígito centesimal. Os resultados servem como observação inicial do grau de aglomeração das cotações diárias. Verificamos que mais da metade das cotações de abertura e fechamento contém o dígito 0. Além disso, percebe-se que, na outra metade dos casos, mais de 15% das cotações aparecem com os dígitos centesimais 1 ou 9. O fato de estes dígitos aparecerem com maior frequência evidencia a prática de adição ou subtração de 1 centavo no preço para se obter a preferência de negociação (*quote matching*). Se considerarmos também o dígito 5, teremos que esses quatro dígitos representam mais de 75% das cotações da amostra. Um exercício contrafactual interessante é imaginar o que aconteceria se os dígitos 1 e 9 não pudessem ser utilizados para ganhar preferência. Para facilitar o exercício, suponha que esses dígitos tenham a mesma frequência dos dígitos restantes (aproximadamente 4%). O dígito 0, então, absorveria a diferença de frequência para os dois dígitos, de modo que os dígitos 0 e 5, somados, representariam quase 70% da amostra.

Dividindo a amostra em grupos, podemos confirmar alguns fatos estilizados, descritos por Harris (1991). Inicialmente, dividimos a amostra por níveis de preço. Os resultados satisfazem a teoria de resolução de preços que define o grau de aglomeração como uma função crescente do nível de preços. No caso brasileiro, para cotações abaixo de R\$ 1, a frequência se torna praticamente uniforme para cada dígito. Nesse caso, a percentagem do dígito 0 é de apenas 13%. À medida que o nível de preços aumenta, o grau de aglomeração das cotações aumenta muito rapidamente. Para cotações entre R\$ 10 e R\$ 50, a frequência do dígito 0 aumenta para quase 70%, enquanto para cotações maiores do que R\$ 100, a percentagem é maior do que 80%. Nesse último caso, se levarmos em consideração os dígitos 1

TABELA 2
FREQÜÊNCIA RELATIVA DOS DÍGITOS EM RELAÇÃO AO NÍVEL DE PREÇOS
 [em %]

	Dígitos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Amostra completa										
Fechamento	47,09	7,59	4,81	3,79	4,08	11,14	4,21	4,04	4,91	8,34
Abertura	54,59	6,21	4,01	3,19	3,51	10,03	3,50	3,19	4,22	7,56
Preços até R\$1										
Fechamento	12,91	8,85	9,46	9,13	9,13	10,20	9,48	9,95	10,44	10,44
Abertura	13,98	8,26	9,56	9,53	9,17	9,80	9,69	9,64	10,32	10,05
Preços entre R\$ 1 e R\$ 5										
Fechamento	17,87	8,64	8,69	7,96	8,31	14,30	7,88	8,31	8,72	9,32
Abertura	23,09	7,14	8,15	7,00	7,54	16,20	7,19	6,82	8,2	8,59
Preços entre R\$ 5 e R\$ 10										
Fechamento	42,86	6,60	4,14	3,35	4,51	18,46	4,61	3,70	4,57	7,19
Abertura	52,67	6,18	3,14	1,84	3,08	16,33	3,38	2,39	3,46	7,54
Preços entre R\$ 10 e R\$ 50										
Fechamento	63,25	7,35	2,78	1,36	1,53	10,08	2,00	1,41	2,57	7,67
Abertura	73,74	5,64	1,51	0,84	1,02	7,15	1,02	0,78	1,66	6,64
Preços entre R\$ 50 e R\$ 100										
Fechamento	76,01	5,73	1,36	0,53	0,60	3,84	0,43	0,80	2,12	8,58
Abertura	80,13	4,85	1,36	0,56	0,60	3,12	0,50	0,60	1,53	6,75
Preços acima de R\$ 500										
Fechamento	77,71	7,48	1,76	0,44	0,33	1,94	0,55	0,55	1,43	7,81
Abertura	83,80	5,14	1,03	0,37	0,26	1,25	0,15	0,15	0,99	6,87

Obs.: Os dados disponibilizados pela Economática referem-se às cotações diárias de abertura e fechamento, entre outubro de 1998 e dezembro de 2001, das 51 ações mais líquidas da Bovespa que não executaram operações de desdobramento ou grupamento. Definimos o preço de fechamento (abertura) de uma ação como o produto da cotação de fechamento (abertura, respectivamente) da ação e seu lote mínimo. Ajustamos a freqüência relativa de cada dígito centesimal pelos eventos de domínio [ver Harris (1991)].

e 9, e fizemos o mesmo exercício contrafactual, o dígito 0 estaria presente em mais de 95% dos casos.

Quanto às cotações de abertura e fechamento, encontramos a partir dos resultados da Tabela 2 que, independentemente de período, amostra, ou nível de preços, as cotações de abertura apresentam um grau de aglomeração maior do que

o das cotações de fechamento. Esse resultado deriva, provavelmente, da maior volatilidade das cotações de abertura. Afinal, a teoria de resolução de preços estabelece a aglomeração como função crescente da volatilidade. Gerety e Mulherin (1994) mostram que a volatilidade é maior na abertura do que no fechamento. Esse fato seria consistente com a hipótese de formação de preços em Kyle (1985), por exemplo. A interrupção das negociações das ações seria responsável por uma incerteza maior em torno do real valor da ação, que seria revelada gradualmente através da continuidade das negociações.

A questão da volatilidade também pode ser analisada utilizando alguns subperíodos da amostra. Momentos de grande incerteza podem trazer maior volatilidade para o preço das ações, gerando, assim, um grau de aglomeração maior. Analisamos, então, o impacto das reuniões do Comitê de Política Monetária (Copom), caracterizadas por variações significativas nos juros, e o episódio de 11 de setembro de 2001. A Tabela 3 documenta esses resultados. Em relação às reuniões do Copom, analisamos as frequências dos dígitos antes e após o anúncio da alteração na taxa de juros através de intervalos de cinco dias úteis. Quando houve uma seqüência de reduções quase seguidas, fato que ocorreu algumas vezes em 1999, utilizamos o intervalo entre os dois anúncios. Os dados mostram que, em 8 dos 10 períodos analisados, a variação no grau de aglomeração das cotações é negativamente relacionada com a variação nos juros. Verificamos se poderia haver alguma relação com a variação do Ibovespa, porém não encontramos nenhuma evidência a favor dessa hipótese.

Uma característica surpreendente se refere à pequena variação na aglomeração das cotações para a maioria dos casos. Mesmo no episódio de 11 de setembro, apesar da significativa variação ocorrida no dia, não observamos impacto semelhante à variação das cotações exibidas em inteiros na NYSE durante a crise de 1987 [ver Harris (1991)]. Ao analisarmos os dados até o dia 17, o previsível aumento percentual no dígito centesimal 0 não foi percentualmente maior do que a decisão do Copom em aumentar os juros de 25% para 45%, em março de 1999.

Encontramos, ainda, alguns resultados interessantes relacionando o índice de liquidez e o nível de aglomeração, como podemos verificar na Tabela 4. No caso da Bovespa, as 11 ações mais negociadas durante o segundo semestre de 2001 correspondem a aproximadamente 45% do total dos negócios. Esse resultado demonstra um alto grau de concentração na Bovespa. Para essas empresas, durante o semestre, o dígito 0 aparece em mais de 47% das cotações de abertura e fechamento, resultado um pouco menor do que o registrado para toda a amostra. Se somarmos também o dígito 5 e adotarmos a suposição de que os dígitos 1 e 9 deveriam ter uma percentagem igual à dos dígitos vizinhos, esse total aumenta para mais de 70%.

TABELA 3
FREQÜÊNCIA RELATIVA DOS DÍGITOS DURANTE EVENTOS SELECIONADOS
 [em %]

	Dígitos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11 de setembro										
03/09/2001 a										
17/09/2001	50,00	8,55	5,32	3,54	3,39	9,71	3,54	2,31	3,70	9,94
03/09/2001 a										
10/09/2001	48,15	8,15	6,31	4,31	4,00	9,23	3,08	2,31	3,85	10,62
11/09/2001	55,47	5,47	2,34	0,78	3,91	10,94	3,91	0,78	0,78	15,63
11/09/2001 a										
17/09/2001	51,85	8,95	4,32	2,78	2,78	10,19	4,01	2,31	3,55	9,26
Reuniões do Copom (janela de cinco dias úteis)										
Até 04/03/1999	48,13	4,56	3,11	4,15	2,49	12,24	5,39	4,15	6,43	9,34
Após 04/03/1999	55,86	5,23	3,77	2,51	1,88	10,25	5,23	3,97	4,18	7,11
Até 06/04/1999	55,21	5,63	3,75	2,92	3,13	8,96	2,71	2,71	5,21	9,79
06/04/1999 a										
14/04/1999	54,62	5,48	5,82	3,77	3,08	8,90	2,91	5,31	3,08	7,02
Após 14/04/1999	56,33	6,12	3,88	3,27	3,27	7,96	3,27	3,67	4,69	7,55
Até 07/05/1999	54,30	9,22	4,10	1,64	3,28	8,40	4,30	1,64	5,74	7,38
07/05/1999 a										
12/05/1999	54,08	8,84	4,08	2,38	2,72	11,90	3,06	2,04	3,06	7,82
12/05/1999 a										
19/05/1999	53,27	6,33	4,49	2,04	3,27	10,41	3,67	3,47	4,49	8,57
Após 19/05/1999	49,18	7,00	4,32	3,70	3,50	12,14	4,12	3,70	4,73	7,61
Até 20/12/2000	47,77	4,81	4,98	3,26	3,44	13,06	2,75	4,12	5,84	9,97
Após 20/12/2000	47,24	8,62	3,28	3,79	5,69	10,17	4,48	3,10	4,31	9,31
Até 17/01/2001	49,23	5,13	4,27	3,76	3,42	10,26	3,76	3,93	4,79	11,45
Após 17/01/2001	45,36	8,08	4,81	3,61	3,61	10,48	4,12	3,26	5,84	10,82
Até 23/05/2001	47,50	4,66	3,97	3,11	5,01	12,61	3,11	3,97	5,53	10,54
Após 23/05/2001	49,23	4,96	5,47	3,59	4,10	10,09	3,93	5,13	5,30	8,21
Até 20/06/2001	47,01	7,01	5,30	3,08	4,79	11,28	3,25	5,30	3,93	9,06
Após 20/06/2001	46,29	7,25	4,66	3,80	3,28	10,71	5,70	3,80	4,66	9,84

Obs.: As colunas referem-se ao dígito centesimal dos preços de fechamento das 51 ações mais líquidas da Bovespa que não executaram operações de desdobramento ou grupamento entre outubro de 1998 e dezembro de 2001. Ajustamos a frequência relativa de cada dígito centesimal pelos eventos de domínio [ver Harris (1991)].

TABELA 4
FREQÜÊNCIA RELATIVA DOS DÍGITOS PARA AS AÇÕES MAIS LÍQUIDAS DA BOVESPA
 [em %]

	Dígitos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Telemar PN: 8,15% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	38,21	11,38	4,07%	4,07	0,81	21,14	9,76	2,44	0,81	7,32
Abertura	52,03	10,57	4,88	0,81	3,25	17,07	1,63	1,63	1,63	6,50
Telesp Celular PN: 6,34% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	28,46	9,76	4,88	3,25	8,94	15,45	4,88	8,94	6,50	8,94
Abertura	30,08	4,07	4,88	6,50	4,88	19,51	4,07	6,50	4,07	15,45
Petrobras PN: 5,78% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	56,10	8,13	3,25	0,00	0,81	17,07	3,25	1,63	2,44	7,32
Abertura	67,48	8,94	0,00	1,63	0,00	12,20	0,00	1,63	0,00	8,13
Embratel PN: 5,11% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	37,40	5,69	4,88	1,63	6,50	17,89	6,50	6,50	4,88	8,13
Abertura	44,72	8,13	3,25	3,25	6,50	18,70	4,07	2,44	3,25	5,69
Bradesco PN: 4,38% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	39,84	6,50	3,25	3,25	2,44	23,58	5,69	1,63	7,32	6,50
Abertura	32,52	8,13	4,88	4,07	1,63	22,76	5,69	4,07	6,50	9,76
Globo Cabo PN: 3,66% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	11,38	8,94	9,76	8,13	9,76	4,88	12,20	13,82	8,94	12,20
Abertura	13,82	12,20	8,13	4,07	8,13	8,13	10,57	5,69	16,26	13,01
Brasil Telecom PN: 2,68% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	43,09	3,25	4,07	4,88	3,25	15,45	4,88	4,88	5,69	10,57
Abertura	46,34	5,69	3,25	2,44	1,63	19,51	4,88	2,44	1,63	12,20
Eletrobrás PNB: 2,47% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	60,98	12,20	2,44	0,81	0,81	9,76	1,63	1,63	4,07	5,69
Abertura	61,79	14,63	1,63	0,00	0,00	8,13	0,00	0,81	4,07	8,94
Brasil Telecom PN: 2,41% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	55,28	8,94	2,44	2,44	2,44%	13,82	2,44	0,00	2,44	9,76
Abertura	67,48	4,07	4,07	0,81	2,44	11,38	4,07	0,00	1,63	4,07
Embraer PN: 2,28% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	45,53	3,25	6,50	2,44	4,88	21,95	4,88	0,81	3,25	6,50
Abertura	56,91	4,88	1,63	0,81	1,63	16,26	5,69	2,44	3,25	6,50
Itaubanco PN: 2,11% dos negócios da Bovespa										
Fechamento	76,42	4,07	2,44	0,00	0,81	4,07	0,81	1,63	0,81	8,94
Abertura	73,17	9,76	0,00	0,81	0,00	2,44	1,63	0,81	0,81	10,57

Obs.: As colunas referem-se ao dígito centesimal dos preços de fechamento das 11 ações mais líquidas da Bovespa entre outubro de 1998 e dezembro de 2001. Ajustamos a freqüência relativa de cada dígito centesimal pelos eventos de domínio [ver Harris (1991)].

TABELA 5
FREQÜÊNCIA RELATIVA DO DÍGITO 0 POR SUBAMOSTRA
 [em %]

	Trimestres			
	1998:4-2001:4	1999:3-2001:4	1999:4-2001:4	2000:1-2001:4
Amostra completa				
Fechamento	47,09	45,28	46,34	46,36
Abertura	54,59	52,96	53,77	53,86
Preços até R\$ 1				
Fechamento	12,91	12,31	12,47	12,20
Abertura	13,98	13,00	12,55	12,41
Preços entre R\$ 1 e R\$ 5				
Fechamento	17,87	16,91	16,24	15,95
Abertura	23,09	21,62	20,54	20,02
Preços entre R\$ 5 e R\$ 10				
Fechamento	42,86	38,71	38,64	38,68
Abertura	52,67	48,35	47,68	47,14
Preços entre R\$ 10 e R\$ 50				
Fechamento	63,25	59,29	58,37	57,28
Abertura	73,74	70,40	69,48	68,55
Preços entre R\$ 50 e R\$ 100				
Fechamento	76,01	75,92	75,62	74,53
Abertura	80,13	79,82	79,68	78,96
Preços acima de R\$ 100				
Fechamento	77,71	76,88	77,06	76,26
Abertura	83,80	82,92	82,91	81,87

Obs.: Os dados disponibilizados pela Economática referem-se às cotações diárias de abertura e fechamento, entre outubro de 1998 e dezembro de 2001, das 51 ações mais líquidas da Bovespa que não executaram operações de desdobramento ou grupamento. Definimos o preço de fechamento (abertura) de uma ação como o produto da cotação de fechamento (abertura) da ação e seu lote mínimo, respectivamente. Ajustamos a freqüência relativa de cada dígito centesimal pelos eventos de domínio [ver Harris (1991)].

No mais, à medida que as ações são negociadas a um preço maior, há uma tendência de maior aglomeração, principalmente se adicionarmos o percentual dos dígitos 0 e 5. No caso das ações com preços mais altos, Petrobras PN e Itaubanco PN, a soma dos dois dígitos se aproxima de 80%, chegando a quase 95% quando considerados os dígitos 1 e 9. Finalmente, em relação à amostra escolhida, conforme descrito na seção anterior, verificamos que o resultado não sofre grandes alterações. Como podemos ver na Tabela 5, à medida que reduzimos a amostra, há uma pequena redução no grau de aglomeração das cotações em torno do dígito 0. Um provável início da amostra. Portanto, em acordo com os resultados de Harris (1991), um aumento no número de negócios reduz o grau de aglomeração dos preços.

Em resumo, basta realizar uma simples análise descritiva para observarmos um nível elevado de aglomeração de preços na Bovespa. Em particular, atividades de *quote matching* são aparentemente freqüentes, revelando que há uma certa falta de proteção à precedência de negociação. Ademais, o nível de aglomeração de preços em uma ação aparenta ser uma função crescente de sua faixa de preço e, em menor grau, do nível de incerteza na economia, mas decrescente de sua liquidez de mercado.

5 ANÁLISE DA RESOLUÇÃO DE PREÇOS NO BRASIL

Os dados utilizados nas regressões seccionais também são obtidos a partir das cotações diárias disponibilizadas pela Economática. Consideramos amostras de freqüências mensal e trimestral envolvendo as 51 ações que não realizaram operações de desdobramento ou grupamento. Embora os resultados aqui descritos sejam referentes apenas aos dados trimestrais, cabe salientar que os resultados relativos aos dados mensais são semelhantes sob o ponto de vista qualitativo. A preferência pelo intervalo trimestral de amostragem deve-se à maior precisão do cálculo da freqüência relativa do dígito 0 dentro de um trimestre (há aproximadamente 62 cotações diárias) do que dentro de um mês (por volta de 21 observações diárias).

Em relação às variáveis explicativas, procuramos séries que fossem semelhantes àquelas obtidas por Harris (1991). A teoria de resolução de preços estabelece que o nível de preços e a volatilidade devem estar positivamente relacionados com a freqüência de inteiros, enquanto o número de transações e o tamanho da empresa devem estar negativamente associados. A questão básica está relacionada ao grau de informação que essas variáveis fornecem para o mercado. Quanto maior a disponibilidade de informação, mais próxima ao valor real o preço da ação se encontra.

O nível de preços foi obtido através da média aritmética dentro do período. O número de negócios, para a regressão, sofreu uma transformação. Conforme proposto por Harris (1991), em vez de utilizarmos a média aritmética, calculamos a raiz quadrada do inverso do número de transações médias diárias. Os motivos são

os seguintes. Primeiro, o grau de aglomeração não decresce infinitamente à medida que o número de negócios aumenta, mesmo porque outras variáveis também são importantes para definir o grau de aglomeração. Assim, ao adotarmos uma regra linear, estaríamos correndo o risco de obter valores negativos. Segundo, supondo que cada transação contenha alguma informação sobre o valor implícito da ação mais um ruído, as estimativas dos valores implícitos teriam erros-padrão proporcionais à raiz quadrada do número de transações observadas. Portanto, a incerteza do preço seria proporcional ao inverso da raiz quadrada do número de transações. Como esperamos que o número de negócios seja inversamente relacionado ao grau de resolução, estamos também alterando a relação entre essa variável e o grau de resolução.

A variável relacionada ao tamanho da empresa envolve duas séries disponíveis na Econômica. A primeira corresponde ao valor de mercado da empresa, mensurado a partir do produto entre o preço negociado e o número de ações. A segunda série inclui outros passivos da empresa, tais como debêntures e financiamentos de curto e longo prazos, correspondendo ao valor contábil da empresa. Nas regressões, utilizamos as duas séries para evitar problemas de colinearidade entre o valor de mercado e o preço médio. Os resultados, no entanto, indicam pouca diferença em se empregar alguma série em particular. Por isso, mantemos a série de valor de mercado como em Harris (1991). O valor calculado refere-se ao logaritmo da média entre o valor no final do trimestre e o valor no período anterior. Por último, medimos a volatilidade da ação a partir do desvio-padrão amostral dos retornos diários dos logaritmos dos preços da ação no trimestre.

Inicialmente, utilizamos o modelo proposto por Harris, excetuando a variável ligada ao tamanho da empresa. Os modelos *logit* e de regressão linear produzem estimativas muito semelhantes. Os resultados utilizam a frequência relativa do dígito 0, obtida a partir das cotações de fechamento, como variável dependente da regressão. Para verificar a confiabilidade dos resultados, realizamos alguns testes de diagnósticos a fim de checar a especificação do modelo. Primeiro, averiguamos a questão da heterocedasticidade. Nesse caso, procuramos confirmar a robustez dos erros-padrão, de forma a assegurar a significância dos coeficientes encontrados. Aplicamos, então, o teste de White (1980), que procura detectar problemas de heterocedasticidade ou de erro de especificação do modelo. Verificamos que o teste se mostra significativo para algumas regressões, de modo que passamos a utilizar a matriz de covariância de White para fornecer erros-padrão robustos à heterocedasticidade de forma desconhecida. Não há muitas diferenças nos resultados finais, embora alguns coeficientes relacionados à volatilidade se tornem significativos.

Quanto à especificação do modelo, utilizamos o teste RESET [Ramsey (1969)]. De fato, encontramos estatísticas altamente significativas em várias regressões, indicando algum tipo de erro de especificação para o modelo. Nesses casos, trabalha-se com duas hipóteses: variáveis omitidas (ou redundantes) ou forma funcional incorreta. Devido ao fato de a variável dependente, o tamanho e a volatilidade terem transformações logarítmicas no modelo original, resolvemos fazer o mesmo para o preço médio e o número médio de negócios. Nesse caso, há um ganho em todos os sentidos, principalmente ao substituirmos preço médio pelo seu logaritmo. A inclusão do nível e do logaritmo do preço médio proporciona ainda maiores ganhos de aderência em termos de erro quadrático médio. Verificando os resíduos do modelo, percebemos que apenas ações com valor muito baixo apresentaram erros acima do nível de confiança. O coeficiente de determinação R^2 ajustado mostra uma alta substancial. Ademais, o teste RESET não consegue rejeitar a hipótese nula de ausência de erros de especificação no modelo.

Conforme podemos ver na Tabela 6, os resultados são consistentes ao longo dos trimestres analisados. Inicialmente, verificamos o grau de significância dos coeficientes. As variáveis ligadas ao preço médio e o número de negócios possuem quase todos os coeficientes significativos ao nível de 5%. Além disso, verificamos que vários coeficientes são significativos ao nível de 1%. Em particular, o número de negócios se torna altamente significativo a partir do último trimestre de 1999. O motivo pelo qual os estimadores anteriores não são consistentemente significativos pode ser explicado pelo critério de escolha das ações. O critério atribui um peso igual para a liquidez em todo o período e para a liquidez no último semestre de 2001, mas muitas ações eram muito pouco negociadas no início da amostra. Algumas delas, como a Globo Cabo PN (atualmente Net PN), demoraram meses até que a ação passasse a ser negociada com maior frequência. Dessa maneira, o número de negócios médio durante um período poderia ter mais influência do acaso do que algum aumento real do interesse em torno dela. Assim, a frequência de um determinado dígito na cotação das ações não teria relação com o número de negócios de determinada empresa.

A volatilidade aparentemente não possui efeito significativo. Esse resultado pode ser fruto da forma de mensuração da volatilidade. Poderia haver outras formas de estimação da volatilidade, embora o conceito que adotamos produza normalmente excelentes resultados [ver Andersen e Bollerslev (1998) e Mota e Fernandes (2002)]. Os resultados descritivos da seção anterior mostram uma frequência relativa maior do dígito 0 para cotações de abertura. Essas, por sua vez, costumam ser mais voláteis que as cotações de fechamento, sugerindo uma associação entre os dois fenômenos.

TABELA 6
RESULTADOS DAS REGRESSÕES LOGÍSTICAS PARA A FREQUÊNCIA RELATIVA DO DÍGITO 0

Trimestres	Constante	PREÇO	LOG PREÇO	NEGOCIOS	TAMANHO	VOLATILIDADE	R ²
1998:4	-5,57***	-0,0145***	0,97***	0,97**	0,47**	-0,90	0,8615
1999:1	-1,97	-0,0156***	1,01***	1,75***	-0,10	17,30**	0,8512
1999:2	-2,63*	-0,0039*	0,90***	4,45***	-0,03	10,36*	0,9072
1999:3	-1,72	-0,0049**	0,93***	2,42*	-0,06	-2,74	0,8971
1999:4	-2,42	-0,0048***	1,00***	4,62***	-0,09	12,08	0,8956
2000:1	-1,24	-0,0034***	0,92***	7,20***	-0,22	10,29**	0,9346
2000:2	-3,57*	-0,0045***	0,86***	5,45***	0,07	7,80	0,8709
2000:3	-2,98*	-0,0030***	0,83***	6,36***	-0,02	7,60	0,8888
2000:4	-7,35***	0,0008***	0,63***	8,58***	0,46**	5,24	0,8707
2001:1	-2,73*	-0,0034***	0,76***	6,93***	0,00	-4,29	0,8841
2001:2	-3,02	-0,0023***	0,75***	4,58***	0,09	-10,86	0,8849
2001:3	-4,95***	-0,0014***	0,67***	6,03***	0,25	4,22	0,8727
2001:4	-1,02	-0,0053***	0,82***	4,22***	-0,20	5,44	0,9005

Obs.: A variável PREÇO refere-se à média amostral do preço diário de fechamento no trimestre, enquanto NEGOCIOS corresponde à raiz quadrada do inverso da média amostral do número de transações por dia no trimestre. A variável TAMANHO denota o logaritmo da média entre o valor de mercado da empresa no início e no final do trimestre. A variável VOLATILIDADE representa o desvio-padrão amostral dos retornos diários dos logaritmos dos preços da ação no trimestre. A coluna R² reporta o coeficiente de determinação ajustado pelos graus de liberdade da regressão.

*, ** e *** indicam coeficientes significativos ao nível de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

Em relação aos sinais dos estimadores, verificamos que as variáveis significativas ao longo do período apresentam resultados dentro do esperado pela teoria. No caso da volatilidade, em que existem poucos coeficientes significativos, também apresenta coeficientes com sinal positivo para esses coeficientes, em conformidade com a teoria de resolução de preços. Quanto ao preço, para ações com preço muito alto (acima de R\$ 223, em média) o efeito total se mostra negativo. Na amostra, apenas um número muito pequeno de ações atinge esse nível de preço.

Por fim, adicionamos o tamanho da empresa para verificar se essa variável resultaria em algum ganho para explicar o modelo. Apesar de o coeficiente não ser significativo, o seu sinal é o inverso do esperado. Existem duas explicações para esse resultado. Primeiro, notamos uma alta correlação entre o logaritmo do preço médio e o tamanho da empresa. Parte dessa correlação pode ser explicada pelo fato de a série utilizada para mensurar o tamanho incluir o preço da empresa. O segundo motivo está ligado às empresas selecionadas. Ao verificarmos o valor mensurado das empresas, observamos que a maior parte delas apresenta uma ordem de grandeza bastante semelhante, o que impossibilitaria uma diferenciação

entre elas. Além disso, a maior parte das ações escolhidas faz parte do índice da Bovespa, o que faz com que os analistas forneçam uma quantidade semelhante de informações dessas empresas para o mercado, devido à importância delas dentro do índice.

5.1 Análise de sensibilidade

A partir dos resultados da seção anterior, realizamos regressões alternativas para verificar a robustez dos coeficientes da regressão estimada. A primeira alteração foi utilizar a frequência absoluta como variável dependente. Não há alterações significativas nos resultados. Consideramos, em seguida, outras séries para o tamanho da empresa, a saber: o valor contábil registrado pela Economatica e algumas potências de ambas as séries. Os resultados são bastante semelhantes. Utilizamos ainda outras estimativas de volatilidade, como amplitude (diferença entre máximo e mínimo) e desvio-padrão das variações absolutas dos retornos dos últimos cinco dias. Os resultados não são, entretanto, promissores.

Quanto aos dados utilizados, experimentamos também calcular as frequências a partir das cotações de abertura. Mais uma vez, não há grande alteração nos resultados. Notamos, porém, que a volatilidade passa a ter maior importância em detrimento do número de negócios. Finalmente, testamos outras variáveis de forma a checar a especificação do modelo. Incluímos variáveis dependentes defasadas, além de potências e logaritmos das variáveis explicativas, sem ganhos significativos de aderência.

6 ANÁLISE DA VARIAÇÃO MÍNIMA ÓTIMA

A partir do modelo descrito na Seção 2, podemos realizar um estudo sobre a variação mínima ótima na Bovespa. Escolhemos uma amostra de um ano, assim como em Harris (1991). Em particular, a amostra refere-se ao ano de 2001, que dividimos em dois semestres para verificar a robustez do resultado.

Quanto ao modelo escolhido, existem dois fatores que influenciam de forma decisiva o resultado final: o conjunto de variáveis explicativas e os valores iniciais na estimação dos parâmetros. Ao contrário do artigo de Harris, no qual os fatores explicativos são bastante explícitos, verificamos na seção anterior que o tamanho da firma não possui um efeito significativo. Ademais, outras variáveis, como o logaritmo do preço, também poderiam ser incorporadas ao modelo. Adotamos, então, como ponto de partida, as variáveis utilizadas na seção anterior, que se mostraram significativas. Decidimos incluir apenas a volatilidade, deixando o tamanho da firma fora da análise. Apesar de ambas não apresentarem coeficientes significativos, a primeira apresentou pelo menos resultados ambíguos, variando de acordo com o conjunto de variáveis explicativas escolhidas. Para os valores

iniciais, escolhemos os valores obtidos a partir das estimativas de mínimos quadrados ordinários.

Os resultados são bastante razoáveis. Primeiro, as variáveis relacionadas ao preço (nível e logaritmo) não são significativas, evidenciando a boa aderência do modelo estrutural. Afinal, assumimos que os agentes usam conjuntos discretos de preços em que a variação mínima de preços é uma fração constante R do nível de preços. Segundo, os resultados apresentaram variações expressivas de acordo com o valor do parâmetro ν que definiu a forma da distribuição gama. Assim, decidimos eliminar a variável logaritmo do preço e igualar a 0 todos os valores iniciais, exceto para o parâmetro ν , fixo em 1. Os resultados são bem superiores, além de robustos em relação aos diferentes períodos.

O passo seguinte consiste em analisar a significância dos coeficientes. Devido ao pequeno número de observações, estimamos a matriz de covariância através do método de *jackknife* [ver Efron (1982)]. Os resultados mostram que, além de o preço não ser estatisticamente relevante, conforme esperado pela teoria, a constante e a volatilidade também não são estatisticamente diferentes de 0. Se a pouca relevância da constante e do preço para o resultado final nos permite descartar essas variáveis, o mesmo não ocorre para o caso da volatilidade. Esta última não pode ser totalmente eliminada em virtude dos resultados obtidos na análise descritiva e de algumas evidências obtidas nas regressões. O parâmetro n também não aparenta ser estatisticamente diferente de 1. Apesar de alguns coeficientes serem não-significantes, decidimos continuar utilizando os coeficientes estimados dado que há poucas alterações na eficiência do modelo.

6.1 Resultados empíricos

Para verificar a eficiência do modelo, utilizamos a raiz do erro quadrático médio (REQM), conforme proposto por Harris (1991). O REQM capta corretamente as diferenças entre o resultado obtido para as frequências relativas e os valores reais. A Tabela 7 documenta o valor do erro para cada frequência. Devido à discrepância entre os erros verificados para o dígito 5 em relação às outras duas frequências relativas, realizamos um estudo contrafactual alterando os valores da amostra. Assim como na Seção 4, vamos supor que os dígitos 1 e 9 estão acima do esperado devido à questão de precedência no mercado, pois, caso contrário, teriam uma frequência igual à média dos dígitos vizinhos. Logo, para o dígito 1, a frequência relativa equivaleria à média dos dígitos 2, 3 e 4, e para o dígito 9 utilizaremos os dígitos 6, 7 e 8. Conforme verificamos no Painel B da Tabela 7, os erros se tornam mais uniformes para cada frequência.

Dividindo as ações em dois níveis de preços, observamos que o erro aumenta de acordo com o nível de preço, conforme podemos notar na Tabela 7. De fato,

TABELA 7
RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO, POR SUBAMOSTRA E NÍVEL DE PREÇOS
 [em %]

	01/2001-06/2001			07/2001-12/2001			2001		
	Dígito 0	Dígito 5	Outros	Dígito 0	Dígito 5	Outros	Dígito 0	Dígito 5	Outros
Painel A									
Amostra completa	9,42	4,26	9,42	9,34	6,61	7,57	9,70	6,86	8,23
Preço < mediana	9,19	4,03	10,09	8,10	6,78	6,49	8,49	7,19	7,0
Preço > mediana	9,65	4,49	8,67	10,48	6,43	8,54	10,81	6,50	9,27
Painel B									
Amostra completa	8,58	5,46	9,34	6,38	4,71	6,36	5,44	4,81	5,60
Preço < mediana	9,53	5,30	8,80	5,29	4,64	6,21	5,20	5,13	6,14
Preço > mediana	7,46	5,62	9,88	7,34	4,78	6,51	5,69	4,46	4,97

Obs.: A coluna "outros" refere-se ao erro relativo à diferença entre a soma das frequências relativas dos demais dígitos e sua contrapartida implícita no modelo. O Painel B altera a amostra para que os dígitos 1 e 9 tenham a mesma importância relativa dos demais dígitos considerados na coluna "outros".

Harris (1991) obtém o mesmo resultado devido ao aumento da frequência do dígito 0, que diminui a uniformidade da distribuição entre os dígitos e aumenta a variância das observações. Esse problema de heterocedasticidade, no entanto, não afeta a consistência da estimação dos parâmetros do modelo. Quanto às frequências relativas apresentadas pelo modelo, verificamos que as ações acima de R\$ 7 possuem uma frequência relativa de dígitos 0 e 5 maior do que as frequências restantes, enquanto ações acima de R\$ 10 revelaram uma frequência relativa de dígitos 0 acima de todas as outras frequências. Esse resultado é consistente com as evidências apresentadas na Seção 4 e corrobora os resultados do modelo.

Outra tarefa pertinente consiste em analisar quais ações apresentam os maiores erros. Dentre as 51 ações incluídas no modelo, verificamos que duas (Telemar PN e Tele Celular Sul PN) correspondem a mais de 15% do erro total, independentemente da amostra e do período. É interessante notar que a Telemar PN é a ação mais líquida do mercado durante o período da amostra. As outras ações com alto grau de liquidez não apresentam grandes diferenças entre os resultados obtidos pelo modelo e os verificados na prática. Apesar disso, o erro absoluto no caso da Telemar PN e da Tele Celular Sul PN não chega a comprometer a aderência do modelo. Assim, podemos fazer algumas considerações sobre a variação relativa para o caso das ações brasileiras a partir dos resultados obtidos. Os parâmetros estimados para o modelo encontram-se na Tabela 8.

Podemos observar dois pontos interessantes. O primeiro é que, na média, a variação relativa do segundo semestre de 2001 é maior do que a do primeiro

TABELA 8
VALORES ESTIMADOS DOS COEFICIENTES, POR SUBAMOSTRA

	01/2001-06/2001	07/2001-12/2001	2001
Constante	0,003906 (2,33)	0,001842 (1,10)	0,000418 (0,28)
PREÇO	-0,000005 (-0,27)	-0,000012 (-0,58)	-0,000010 (-5,72)
NEGÓCIOS	0,002682 (0,16)	0,034716 (2,03)	0,035492 (2,22)
VOLATILIDADE	0,001237 (0,05)	0,001963 (0,08)	0,028476 (1,39)
Parâmetro de escala ν	0,997801 (-0,02)	0,928231 (-0,81)	0,980901 (-1,35)
Média, amostra completa	0,399	0,501	0,456
Média, preços < mediana	0,398	0,409	0,367
Média, preços > mediana	0,401	0,597	0,548

Obs.: As três últimas linhas reportam as médias da variação mínima relativa μ_i de cada ação para a amostra completa e para duas subamostras: ações com preços inferiores à mediana e ações com preços superiores à mediana. A amostra corrige a frequência relativa excessiva dos dígitos 1 e 9, conforme o Painel B da Tabela 7. As estatísticas-t, entre parênteses, verificam se os coeficientes da regressão são estatisticamente diferentes de 0 e se o parâmetro de escala é estatisticamente diferente de 1.

semestre. Esse aumento está diretamente ligado ao comportamento da Bovespa nesse período em relação ao semestre anterior, quando o volume de negócios médio foi menor devido a uma série de fatores negativos que afetaram a economia brasileira. O segundo ponto refere-se ao fato de que o parâmetro de locação μ_i cresce com o preço das ações. Parte dessa explicação deve-se à ausência do tamanho no modelo, que está inversamente relacionado com o valor da variação relativa. De fato, ao incluirmos tal variável no modelo, não encontramos ganhos significativos e ainda verificamos que os outros coeficientes acabam invertendo o seu sinal, tornando o modelo menos confiável.

Conforme visto na Seção 2, o parâmetro m_i corresponde à variação mínima relativa para a i -ésima ação. Assim, multiplicando seu valor estimado $\hat{\mu}_i$ pelo nível médio de preço da ação, encontramos uma estimativa do valor esperado da variação mínima ótima para aquela ação. Os resultados para a amostra de 2001 estão resumidos na Tabela 9, que construímos de forma conservadora: uma variação ótima de 5 centavos corresponde a um valor absoluto de, pelo menos, 5 centavos. Existe uma clara evidência de que os intervalos de negociação ótimos estão distribuídos em função do nível de preços da ação. A exceção ocorre para

TABELA 9
RESOLUÇÃO ÓTIMA DE PREÇOS NA BOVESPA

Faixas de preço	Varição mínima
Até R\$ 2	< 1 centavo
Entre R\$ 2 e R\$ 5	1 centavo
Entre R\$ 5 e R\$ 10	2 centavos
Entre R\$ 10 e R\$ 20	5 centavos
Entre R\$ 20 e R\$ 100	10 centavos
Acima de R\$ 100	50 centavos

ações cotadas entre R\$ 20 e R\$ 100, que apresentam um alto grau de liquidez. Por exemplo, a Embratel Participações PN possui um intervalo ótimo entre 5 e 10 centavos. Ademais, a sugestão de uma variação mínima inferior a 1 centavo para ações com preços até R\$ 2 é consistente com a frequência relativa, quase uniforme, dos dígitos na Tabela 2. Outro fato interessante consiste em verificar que, salvo uma ou outra exceção, as ações que fazem parte de um nível de intervalo ótimo pertencem a uma faixa de preço bem definida. Um dos motivos seria talvez o baixo número de ações na amostra, porém o baixo volume de negócios das outras ações que pertencem à Bovespa nos impede de utilizá-las para este estudo.

7 CONCLUSÃO

Os agentes procuram uma resolução de preços que minimize o custo de barganha em suas negociações. A análise dessa questão em mercados acionários envolve não apenas o exame do grau de aglomeração de preços, como também dos fatores que determinam a promoção de operações de desdobramento e grupamento. De fato, as firmas podem, em tese, ajustar a variação mínima relativa do preço de suas respectivas ações através de operações de desdobramento ou grupamento. Portanto, o mercado acionário brasileiro consiste em um ambiente ideal para tratar, de forma isolada, a questão da resolução de preços, uma vez que operações de desdobramento e grupamento são pouco freqüentes na Bovespa.

Os resultados de nossa análise descritiva indicam que há um alto grau de aglomeração no preço das ações que são negociadas na Bovespa. Praticamente metade das cotações de abertura e fechamento das ações mais líquidas durante um período de 13 trimestres apresenta o dígito 0. Ademais, os dígitos 1 e 9 apresentam um percentual maior do que o verificado para os demais dígitos quebrados (isto é, diferentes de 0 e 5). Há indícios de atividades de *quote matching* e, portan-

to, de uma certa falta de proteção à precedência de negociação. No mais, há uma clara relação entre o nível de preço de uma ação e seu grau de aglomeração. Por exemplo, para cotações abaixo de R\$1, a frequência relativa de cada dígito é praticamente uniforme, enquanto cotações entre R\$ 10 e R\$ 50 se caracterizam por uma frequência relativa de quase 70% do dígito 0. Analisando a resolução ótima de preços na Bovespa através de uma adaptação do modelo de Harris (1991), evidenciamos que o principal determinante do intervalo ótimo de negociação para uma certa ação é sua faixa de preço. O número de negócios é a única outra variável que aparenta ser relevante de forma constante e significativa. Ações mais líquidas aparentam, *caeteris paribus*, ter uma variação mínima ótima de preços diferentes das ações menos líquidas.

Podemos, então, propor duas alternativas para melhorar a resolução de preços na Bovespa e, conseqüentemente, o perfil de liquidez do mercado acionário brasileiro. A primeira refere-se à adoção de um sistema progressivo em que a variação mínima de preços dependa da faixa de preço da ação. A alternativa seria um programa de incentivo às operações de desdobramento e grupamento. Assim, cada empresa poderia ajustar sua variação mínima relativa por meio de operações de desdobramento ou grupamento.

ABSTRACT

Agents usually use a discrete set of prices to alleviate transaction costs for it reduces the bargaining time by reducing the amount of information that parties must exchange. On the other hand, if the discrete price set does not include an acceptable price for both parties, then some transactions may never occur. The optimal price resolution accounts for this tradeoff so as to minimize the transaction costs. This paper investigates the optimal price resolution of the São Paulo stock exchange (Bovespa). Our results are empirically relevant in that they suggest that a minimum price variation that depends on the share price could increase the market liquidity at Bovespa.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSEN, T. G., BOLLERSLEV, T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, v. 39, p. 885-905, 1998.
- ANGEL, J. J. Tick size, share prices, and stock splits. *Journal of Finance*, v. 52, p. 655-681, 1997.
- ARMIJO, L. E., NESS, W. L. *Contested meanings of corporate governance reform: the case of democratic Brazil, 1985-2003*. 2004 (documento não-publicado).
- BACIDORE, J. M. The impact of decimalization on market quality: an empirical investigation of the Toronto stock exchange. *Journal of Financial Intermediation*, v. 6, p. 92-120, 1997.
- BALL, C., TOROUS, W. A., TSCHOEGL, A. E. The degree of price resolution: the case of the gold market. *Journal of Futures Markets*, v. 5, p. 29-43, 1985.

- BRENNAN, M. J., COPELAND, T. E. Stock splits, stock prices, and transaction costs. *Journal of Financial Economics*, v. 22, p. 83-101, 1988.
- CHUNG, K. H., VAN NESS, B. F., VAN NESS, R. A. Spreads, depths, and quote clustering on the NYSE and Nasdaq: evidence after the 1997 SEC rule changes. *The Financial Review*, v. 37, p. 481-505, 2002.
- CONROY, R. M., HARRIS, R. S., BENET, B. A. The effects of stock splits on bid-ask spreads. *Journal of Finance*, v. 45, p. 1.285-1.295, 1990.
- EFRON, B. *The jackknife, the bootstrap and other resampling plans*. Philadelphia: SIAM, 1990.
- FAMA, E., FISHER, L., JENSEN, M., ROLL, E. The adjustments of stock prices to new information. *International Economic Review*, v. 10, p. 1-21, 1969.
- GERETY, M., MULHERIN, J. Price formation on stock exchanges: the evolution of trading within the day. *Review of Financial Studies*, v. 7, p. 609-629, 1994.
- GOLDSTEIN, M. A., KAVAJECZ, K. A. Eights, sixteenths and market depth: changes in tick size and liquidity provision on the NYSE. *Journal of Financial Economics*, v. 56, p. 125-149, 2000.
- HAMEED, A., TERRY, E. The effect of tick size on price clustering and trading volume. *Journal of Business Finance and Accounting*, v. 25, p. 849-867, 1998.
- HARRIS, L. Stock price clustering and discreteness. *Review of Financial Studies*, v. 4, p. 389-415, 1991.
- _____. Minimum price variations, discrete bid-ask spreads, and quotation size. *Review of Financial Studies*, v. 7, p. 149-178, 1994.
- KYLE, A. Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*, v. 53, p. 1.315-1.335, 1985.
- LAMOUREUX, C. G., POON, P. The market reaction to stock splits. *Journal of Finance*, v. 42, p. 1.347-1.370, 1987.
- McNICHOLS, M., DRAVID, A. Stock dividends, stock splits, and signaling. *Journal of Finance*, v. 45, p. 857-879, 1990.
- MOTA, B. S., FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. *Revista Brasileira de Economia*, v. 58, n. 3, p. 429-448, 2004.
- RAMSEY, J. B. Tests for specification errors in classical least squares regression analysis. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, v. 31, p. 350-371, 1969.
- SCHULTZ, P. Stock splits, tick size, and sponsorship. *Journal of Finance*, v. 55, p. 429-450, 2000.
- SHEIKH, A. M. Stock splits, volatility increases, and implied volatilities. *Journal of Finance*, v. 44, p. 1.361-1.372, 1989.
- WHITE, H. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, v. 48, p. 817-838, 1980.
- YOSHINO, J. A. Market risk and volatility in the Brazilian stock market. *Journal of Applied Economics*, v. 6, p. 385-403, 2003.

(Originais recebidos em setembro de 2003. Revistos em agosto de 2004.)