A relação teórica entre incerteza cambial e investimento: os modelos neoclássico e de investimento irreversível*

FERNANDO SEABRA**

Este artigo trata da controvérsia sobre o sinal do efeito da incerteza cambial no investimento. Com base em um modelo intertemporal simples, admite-se que uma firma neutra em relação ao risco maximiza seu lucro esperado sujeito a variações aleatórias na taxa de câmbio. O modelo é desenvolvido de acordo com hipóteses neoclássicas e com a abordagem do investimento irreversível. Os resultados demonstram que a relação entre a incerteza cambial e o investimento é direta no modelo neoclássico e inversa no modelo de investimento irreversível. O efeito adverso da incerteza cambial sobre o investimento pode ser considerado como sendo mais realista devido à hipótese dos custos de ajustamento assimétricos e também por ser baseado em evidência empírica. Portanto, o modelo de investimento irreversível desenvolvido neste artigo fornece uma base teórica para o sinal negativo da relação investimento-incerteza cambial encontrado em estudos empíricos.

1 - Introdução

A importância da incerteza sobre o comportamento das firmas e indivíduos é reconhecida pelo menos desde a publicação da Teoria Geral de Keynes. Com relação à teoria do investimento, a variável incerteza tem sido incorporada a modelos determinísticos tradicionais, especialmente à abordagem neoclássica e ao modelo de Tobin.[1] Em uma contribuição pioneira à teoria dos modelos estocásticos de investimento, Abel (1983) demonstra, a partir de um modelo neoclássico de otimização intertemporal em que a firma defronta-se com custos simétricos de ajustamento, que um aumento da incerteza associada ao preço do produto resulta em taxas mais elevadas de investimento.

* O autor agradece a Carmen Li e a Apostolis Philippopoulos, bem como a dois pareceristas anônimos, por comentários em versões preliminares deste artigo.

** Do Departamento de Economia da UFSC.

1 O modelo neoclássico é identificado basicamente com o trabalho de Jorgenson e seus colaboradores [*e. g.*, Jorgenson, (1963)]. É importante notar que o modelo neoclássico de investimento produz resultados equivalentes ao modelo q de Tobin quando se introduzem custos de ajustamento simétricos [Abel (1979) e Hayashi (1982)].

O interesse na relação incerteza-investimento tem crescido recentemente sob um novo conjunto de hipóteses. Inspirado no modelo de determinação dos preços de opções, McDonald e Siegel (1986) e Pindyck (1988) sustentam que, sob a hipótese de investimento irreversível, incerteza e investimento são inversamente relacionados. A hipótese de irreversibilidade é introduzida no modelo de otimização intertemporal através de custos assimétricos de ajustamento. Em oposição à abordagem neoclássica, admite-se que os gastos com capital fixo não podem ser totalmente recuperados no caso de a firma decidir vender este capital em uma data futura. Esta assimetria traz mais rigidez ao modelo, tornando a decisão de investir uma opção pelo menos parcialmente irreversível.[2]

Nitidamente, conforme argumenta Caballero (1991), uma das razões que explica estes resultados distintos quanto ao sinal da relação investimento-incerteza é a hipótese de simetria ou assimetria dos custos de ajustamento. O objetivo deste artigo é desenvolver o modelo neoclássico com custos simétricos de ajustamento e o modelo de investimento irreversível, ambos com extensão para o caso de uma economia aberta, e derivar a relação entre a incerteza cambial e o investimento nas duas abordagens.

Este artigo é organizado da seguinte forma. A Seção 2 descreve como a incerteza é causada por movimentos aleatórios da taxa de câmbio e apresenta a estrutura básica do modelo. Na Seção 3 desenvolve-se o modelo sob hipóteses neoclássicas, especialmente custos simétricos de ajustamento do capital. A Seção 4 deduz o modelo sob o pressuposto de que os custos de ajustamento são assimétricos, isto é, de acordo com o modelo de investimento irreversível. Por fim, na Seção 5 apresentam-se as principais conclusões.

2 - O modelo básico

A relação entre investimento e taxa de câmbio pode ser entendida em dois processos distintos: o efeito da desvalorização (ou valorização) cambial sobre o investimento e o efeito da instabilidade cambial sobre o investimento. O primeiro tem sido objeto de um extenso debate,[3] enquanto o último é relativamente recente. Na verdade, existe uma literatura crescente que enfatiza que o grau de volatilidade de uma variável pode ter um impacto mais significativo que seu valor absoluto. Ingersoll e Ross (1988) encontraram, em um modelo com decisões irreversíveis de investimento, que uma redução da instabilidade das taxas de juros gera um impacto maior do que uma redução nos níveis esperados de taxas de juros. Com relação à instabilidade cambial, Dixit (1989*b*) e Krugman e Baldwin (1987) desenvolveram modelos sobre as decisões de entrada e saída de firmas estrangeiras no mercado doméstico sob as hipóteses de investimento irreversível e comportamento estocástico da taxa de câmbio. Os resultados em ambos os estudos demonstram que as firmas não têm incentivo para entrar no mercado doméstico quando

---

2 A literatura sobre investimento irreversível aumentou rapidamente na última década. Exemplos de resenhas sobre esta bibliografia são Pindyck (1991) e Dixit (1992).

3 A abordagem tradicional dos efeitos de uma desvalorização cambial é dada, por exemplo, por FMI (1987). Uma revisão teórica sobre os determinantes do investimento privado, incluindo a controvérsia dos efeitos da política cambial, pode ser encontrada em Serven e Solimano (1992).

existe incerteza cambial, mesmo que os níveis das taxas de câmbio mostrassem que a opção de investir fosse rentável.

A estrutura básica de um modelo simples de economia aberta é desenvolvida abaixo. A especificação completa do modelo é apresentada nas próximas duas seções de acordo com as diferentes hipóteses relativas aos custos de ajustamento.

Com o objetivo de considerar explicitamente o efeito da taxa de câmbio sobre o processo de acumulação de capital, o modelo inclui um setor de bens exportáveis e outro de bens não-exportáveis ou domésticos. Existem três tipos de bens na economia: o produto da firma e dois insumos. Um dos insumos é o bem doméstico (X), cuja oferta é dada exogenamente. O outro insumo é o bem de capital (K), que juntamente com o produto da firma são, por hipótese, bens exportáveis.

O preço do produto bem como o preço do capital são, por hipótese, dados pelo mercado internacional. Não existe incerteza com relação a estes dois preços. A incerteza provém, exclusivamente, da taxa real de câmbio (R).

Isto posto, o valor da firma competitiva ($V(.)$), admitindo-se que ela é neutra em relação ao risco, pode ser escrito em termos de moeda estrangeira como:

$$V(R_t, K_t) = \text{Max } E \int_t^{\infty} [(K_s^{1-\alpha} X_s^{\alpha})^{\gamma} - R_s c X_s - \Psi(I_s)] e^{-\rho(s-t)} ds \tag{1}$$

onde c é o preço do bem doméstico e I é o investimento físico. O primeiro termo na maximização de lucro descreve uma função Cobb-Douglas com tecnologia homogênea em que o termo γ é o parâmetro de retorno de escala. O segundo termo define o custo total do insumo doméstico. O terceiro termo, por sua vez, estabelece a função de custo de ajustamento, $\Psi(I_s)$, que varia com mudanças no investimento. Admite-se que a taxa de desconto ρ e o preço do bem doméstico são constantes ao longo do tempo. Para fins de simplificação, considera-se também que o preço do produto da firma é constante e igual à unidade (isto é, o preço do produto é o *numéraire*). Observe-se ainda que a taxa de câmbio, para fins de facilitar a resolução do problema, é expressa na forma inversa da usual. Logo, um aumento na taxa de câmbio deve ser interpretado como uma valorização da moeda doméstica. A especificação completa da função expressa na equação (1) será apresentada nas próximas duas seções, uma vez que ela depende das hipóteses de cada um dos modelos (os modelos neoclássico e de investimento irreversível).

Um traço comum, no entanto, é o comportamento estocástico da taxa de câmbio. O valor ótimo da firma no momento t depende, de acordo com a equação (1), do valor esperado da taxa de câmbio, o qual admite-se que evolui exogenamente de acordo com um movimento browniano (ou seja, um caminho aleatório em versão de tempo contínuo) dado por:

$$dR = \mu R_t dt + \rho R_t dZ \tag{2}$$

onde μ e σ são a média e o desvio padrão do incremento de R e dZ satisfaz as seguintes condições: $E[dZ] = 0$ e $E[dZ^2] = dt$.

3 - A abordagem neoclássica

O modelo neoclássico de investimento, desenvolvido originalmente por Jorgenson (1963), tem uma desvantagem importante, pois reduz o problema de otimização da firma a um problema estático, perdendo assim sua natureza intertemporal. Este problema de ajustamento instantâneo foi superado pela inclusão de custos de ajustamento de capital. De acordo com esta hipótese, as mudanças no estoque de capital estão sujeitas a custos marginais crescentes. Em termos práticos, a curva de custos de ajustamento pode ser descrita por uma função crescente e convexa como $\Psi(I_s) = jI_s^{\beta}$, onde j é um choque multiplicativo à função de custos de ajustamento e $\beta > 1$. Claramente, na abordagem neoclássica os custos de ajustamento são simétricos, isto é, os custos de ajustamento decorrentes da aquisição de uma nova unidade de capital são iguais àqueles decorrentes da venda de uma unidade de capital existente. Por fim, considera-se que a firma competitiva defronta-se com uma função de produção com retornos constantes de escala (isto é, $\gamma = 1$). Com base nesta especificação, a equação (1) pode ser reescrita como:

$$V(R_t, K_t) = \underset{I, X}{\text{Max}} \; E \int_t^{\infty} [\, K_s^{1-\alpha} - R_s c X_s - j I_s^{\beta} \,] e^{-\rho(s-t)} \, ds \qquad (1')$$

a qual é condicionada por:

$$dK_t = I_t dt \qquad (3)$$

e pela equação (2).

Note-se que a equação (1') deve satisfazer a seguinte estrutura recursiva:

$$\rho V(R_t, K_t) \, dt = \underset{I, X}{\text{Max}} \left\{ [\, K_t^{1-\alpha} X_t^{\alpha} - R_t c X_t - j I_t^{\beta} \,] \, dt + E_t [\, dV \,] \right\} \qquad (4)$$

A equação (4) é de fácil interpretação e indica que o retorno total sobre o valor da firma ao longo do tempo é igual ao fluxo de lucros líquidos mais a expectativa de variações no valor da firma decorrentes de mudanças aleatórias na taxa de câmbio real.

Para calcular o valor de dV, diferencia-se totalmente a função $V(R_t, K_t)$, escrevendo o resultado na forma da seguinte expansão de Taylor:[4]

$$dV = V_K\,dK + V_R\,dR + (1/2)\,V_{KK}\,(dK)^2 + (1/2)\,V_{RR}\,(dR)^2 + V_{RK}\,dRdK + TOS \qquad (5)$$

onde TOS = termos de ordem superior. Substituindo (2) e (3) em (5) e aplicando o operador de expectativas, resulta em:

$$E[\,dV\,] = V_K I_t\,dt + V_R E[\,\mu R_t\,dt + \sigma R_t dZ\,] + (1/2)\,V_{KK} I_t^2\, E[\,dt\,]^2 +$$

$$+ (1/2)\,V_{RR} E[\,\mu^2 R_t^2 (dt)^2 + \sigma^2 R_t^2 (dZ)^2 + 2\mu\sigma R_t^2\,dtdZ\,] +$$

$$+ V_{RK} I_t E[\,\mu R_t (dt)^2 + \sigma R_t\,dZdt\,] + TOS \qquad (6)$$

Admitido que $E[dZ] = 0$, $E[dZ^2] = dt$ e que, para alterações infinitesimais em t, $(dt)^2$ tende a zero, a mudança esperada no valor da firma sobre o intervalo dt pode ser escrita como:

$$E[\,dV\,] = [\,V_K I_t + V_R \mu R_t + (1/2)\,V_{RR} \sigma^2 R_t^2\,]\,dt \qquad (7)$$

Substituindo-se a equação (7) na equação (4), têm-se:

$$\rho V(R_t, K_t) =$$

$$= \underset{I,X}{\mathrm{Max}} \left\{ \left[K_t^{1-\alpha} X_t^{\alpha} - R_t c X_t - j I_t^{\beta} \right] + \left[V_K I_t + V_R \mu R_t + (1/2)\,V_{RR} \sigma^2 R_t^2 \right] \right\} \qquad (8)$$

O próximo passo é obter os valores ótimos dos insumos X e I. Tomando-se o valor ótimo de X[5] e substituindo-o na equação (8), obtém-se o valor do lucro máximo em relação ao insumo X, o qual pode ser expresso como:

4 A equação (5) expressa na verdade o resultado do lema de Itô. Para maiores detalhes sobre características deste processo, ver, por exemplo, o Apêndice em Pindyck (1991).

5 O detalhamento deste desenvolvimento consta de um Apêndice a este trabalho, que pode ser obtido através de solicitação ao autor.

$$\underset{X}{\text{Max}} \{ [K_t^{1-\alpha} X_t^{\alpha} - R_t c X_t] \} = (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha}{R_t c} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} K_t \tag{9}$$

Da mesma forma, o nível de investimento que maximiza o lado direito da equação (8) é dado por $-j\beta(I_t)^{\beta-1} + V_K = 0$. Isto implica:

$$I_t = \left(\frac{V_K}{j\beta} \right)^{1/(\beta-1)} \tag{10}$$

assim, o lucro máximo da firma com relação ao investimento é dado por:

$$\underset{I}{\text{Max}} \{ [-j I_t^{\beta} + I_t V_K] \} = -j I_t^{\beta} + jI \beta (I_t)^{\beta-1}$$

ou seja:

$$\underset{I}{\text{Max}} \{ [-j I_t^{\beta} + I_t V_K] \} = (\beta - 1) j I_t^{\beta} \tag{11}$$

Substituindo-se as equações (9) e (11) na equação (8) e observando-se que $(1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{R_t c} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$ é o produto marginal do capital (f_K), tem-se:[6]

$$\rho V(R_t, K_t) = f_K K_t + (\beta - 1) j I_t^{\beta} + V_R \mu R_t + (1/2) V_{RR} \sigma^2 R_t^2 \tag{12}$$

Obtendo a solução desta equação diferencial de segunda ordem,[7] verifica-se que o valor da firma pode ser expresso como:

$$V(R_t, K_t) = z_1 f_K K_t + z_2 (\beta - 1) j I_t^{\beta} \tag{13}$$

6 *Idem.*

7 *Idem.*

onde:

$$z_1 = \left[\rho + \frac{\alpha\mu}{1-\alpha} - \frac{\sigma^2}{2} \left\{ \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right\} \right]^{-1}$$

e:

$$z_2 = \left[\rho + \omega\mu - [1 + \omega]\, \omega (1/2)\sigma^2 \right]^{-1}$$

onde $\omega = \alpha\beta / (1-\alpha)(\beta - 1)$.

Para escrever a equação explicitamente como função das variáveis estacionárias R_t e K_t, devemos notar que, a partir da equação (13), tem-se:

$$V_K(R') = z_1 f_K \tag{14}$$

isto é, o valor da firma é uma função linear do estoque de capital. Substituindo o nível ótimo de investimento — equação (10) — na equação (13) e usando a equação (14), obtém-se:

$$V(R_t, K_t) = z_1 f_K K_t + z_2 (\beta - 1) j \left[\frac{z_1 f_K}{j\beta} \right]^{\beta/(\beta-1)}$$

Finalmente, utilizando-se a expressão para f_K apresentada anteriormente,[8] obtém-se finalmente o valor da firma como função de R_t e K_t:

$$V(R_t, K_t) = z_1 (1-\alpha) \left(\frac{\alpha}{R_t c} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} K_t +$$

$$+ z_2 (\beta - 1) j \left[\frac{z_1 (1-\alpha)}{j\beta} \left(\frac{\alpha}{R_t c} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} \right]^{\beta/(\beta-1)} \tag{13'}$$

8 *Idem.*

3.1 - Estática comparativa

A decisão de investir é dada pela equação (10) onde o nível de investimento depende da lucratividade esperada de um novo projeto. Note-se que este resultado é similar ao obtido por Tobin (1969), pois o valor do q de Tobin pode ser definido pelo quociente entre o incremento no valor da firma resultante da compra do novo capital e o preço do bem de capital, isto é, $q = V_K / j$.

Uma vez que o impacto de mudanças em K sobre o valor da firma é dado pela equação (14), a expressão final do investimento ótimo é a seguinte:

$$I_t = \left[\frac{z_1 f_K}{j \beta} \right]^{1/(\beta - 1)} \tag{15}$$

A partir da equação (15) pode-se, então, estabelecer a estática comparativa em relação ao nível de incerteza. Como o valor de z_1 é uma função de σ^2, o efeito total de mudanças na incerteza sobre o nível ótimo de investimento é dado por $\frac{\partial I}{\partial \sigma^2} = \left(\frac{\partial I}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial \sigma^2} \right)$. A equação (15) mostra claramente que $\frac{\partial I}{\partial z_1}$ é positiva, enquanto (16) indica que a derivada parcial de z_1 com relação a σ^2 também é positiva:

$$\frac{\partial z_1}{\partial \sigma^2} = \frac{\frac{1}{2}\left\{ \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right\}}{\left[\rho + \frac{\alpha \mu}{(1-\alpha)} - \frac{\sigma^2}{2}\left\{ \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right\} \right]^2} > 0 \tag{16}$$

Portanto, o efeito total de uma variação na incerteza cambial sobre o investimento é positivo. Observe-se que um aumento na incerteza eleva o valor de V_K, aumentando assim o valor de q e, conseqüentemente, do nível ótimo de investimento. Este resultado confirma a relação positiva entre incerteza e investimento obtida em estudos anteriores [Hartman (1972) e Abel (1983)][9] para firmas no contexto de economias fechadas e mantidas as hipóteses neoclássicas (isto é, concorrência perfeita, retornos constantes de escala e custos de ajustamento simétricos).

---

9 Hartman (1972) e Abel (1983) demonstraram que, em uma economia fechada, um aumento da incerteza do preço do produto leva a firma em concorrência perfeita a aumentar seu investimento.

4 - A abordagem do investimento irreversível

Este modelo difere do modelo neoclássico por considerar que os custos de ajustamento são assimétricos, isto é, o custo de investir em uma unidade adicional de capital é superior ao custo de desinvestir uma unidade de capital existente. Para enfatizar esta assimetria admite-se que não existe custo de ajustamento para investir em uma unidade adicional de capital além do preço do bem de capital. Por outro lado, ajustamentos para níveis menores de estoque de capital são onerosos para a firma, pois se admite que esta não é capaz de recuperar o custo integral do capital adquirido se ela decide vender este capital em uma data futura.

Em termos de nossa especificação, a hipótese de assimetria dos custos de ajustamento implica que o custo de aquisição de uma unidade de capital (j) é maior do que o preço de venda de uma unidade de capital existente (l). Uma vez que não existem custos de ajustamento para variações positivas de capital é necessário que se admitam rendimentos decrescentes de escala para limitar o tamanho da firma. Desta forma, o valor da firma expresso na equação (1) é modificado para:

$$V(R_t, K_t) = \text{Max } E \int_t^{\infty} \left[(K_s^{1-\alpha} X_s^{\alpha})^{\gamma} - R_s c X_s - j \Delta K_s^{+} + l \Delta K_s^{-} \right] e^{-\rho(s-t)} ds \quad (1'')$$

onde ΔK^{+} expressa um aumento no estoque de capital e ΔK^{-} uma redução no estoque de capital. O preço do produto, o preço de aquisição do novo capital e o preço de venda do capital existente são perfeitamente conhecidos pela firma, com o preço do produto tomado como *numéraire*. Para facilitar a solução do problema e sem prejuízo para o resultado analítico, uma vez que a condição de assimetria é mantida, considera-se que o preço de venda do capital já adquirido pela firma é zero (isto é, $l = 0$).

Isto posto, a função de lucro para um período, $\pi(K_t, R_t)$, pode ser obtida através da maximização da função $V(R_t, K_t)$ com relação aos termos em X_t, isto é:

$$\underset{X}{\text{Max}} \; [(K_t^{1-\alpha} X_t^{\alpha})^{\gamma} - R_t c X_t] \quad (17)$$

o que resulta na seguinte expressão para X:

$$X_t = \left[\frac{R_t c}{\alpha \gamma K_t^{(1-\alpha)\gamma}} \right]^{1/(\alpha\gamma - 1)} \quad (18)$$

Substituindo-se a equação (18) na equação (17), a função de lucro é dada por:

$$\pi(R_t, K_t) = h\,\frac{K_t^{\eta}}{R_t^{\delta}} \tag{19}$$

onde $h = c^{-\delta}(\alpha\gamma^{\delta} - \alpha\gamma^{1+\delta})$, $\eta = \dfrac{\gamma(\alpha - 1)}{\alpha\gamma - 1}$ e $\delta = \dfrac{\alpha\gamma}{1 - \alpha\gamma}$, com h, η e $\delta > 0$.

Substituindo-se agora o resultado anterior na equação (1''), o valor da firma pode ser escrito como:

$$V(R_t, K_t) = \text{Max}\ E\int_t^{\infty}\left[\pi(R_t, K_t) - j\,\Delta K_s^{+} + l\,\Delta K_s^{-}\right]e^{-\rho(s-t)}\,ds \tag{20}$$

onde a otimização é restrita pela evolução estocástica de R dada pela equação (2), ou seja:

$$dR = \mu R_t\,dt + \sigma R_t\,dZ$$

A função de Bellman $V(R_t)$ na equação (20) deve satisfazer a seguinte condição de otimização:

$$\rho V(R_t)\,dt = \text{Max}\left\{\left[\pi(R_t, K_t) - j\Delta K_s^{+} + l\,\Delta K_s^{-}\right]dt + E_t[dV]\right\} \tag{21}$$

A equação (21) é análoga à equação (4). A solução deste problema será obtida através do método de preço de opções (*option pricing*).[10] Para uma dada taxa real de câmbio, digamos R_t, a firma deve escolher entre comprar capital, vender (a preço zero) capital existente ou simplesmente adotar uma estratégia de espera. Portanto, o valor da opção de deter K_t unidades de capital, $V(R_t, K_t)$, está intimamente associado com os valores das opções decorrentes da adição de mais capital, $V(R_t, K_t + \Delta K_t)$, e da redução de capital $V(R_t, K_t - \Delta K_t)$.

Suponhamos que, para um certo valor ou intervalo de taxas de câmbio, a estratégia ótima seja manter o capital constante ($K_t = K_0$). A evolução do valor esperado desta opção pode ser derivada utilizando-se o lema de Itô, isto é:

10 Como demonstra Pindyck (1991), sob a hipótese de neutralidade em relação ao risco, o método de preço de opções e a programação dinâmica aplicados a este problema produzem resultados equivalentes.

$$E\,[\,dV(R_t, K_0)\,] = E\,[\,V_R\,dR + (1/2)\,V_{RR}\,(dR)^2\,] \tag{22}$$

Substituindo-se a equação (2) na expressão acima, tem-se:

$$E[\,dV(R_t, K_0)\,] = E[\,V_R\,\mu\,R_t\,dt + V_R\,\sigma\,R_t\,dZ + (1/2)\,V_{RR}(\mu\,R_t\,dt + \sigma\,R_t\,dZ)^2\,]$$

Considerando-se as mudanças infinitesimais em t e que $E[dZ] = 0$ e $E[dZ^2] = dt$, obtém-se:

$$E[\,dV(R_t, K_0)\,] = [\,\mu\,R_t\,V_R + (1/2)\,\sigma^2\,R_t^2\,V_{RR}\,]\,dt \tag{23}$$

A equação anterior expressa o ganho esperado de capital resultante de mudanças em R_t sob a hipótese de que o estoque de capital permanece inalterado. O lucro líquido associado ao estoque de capital K_0 é definido, a partir da equação (19), como $\pi(R_t, K_0) = h\,\dfrac{K_0^\eta}{R_t^\delta}$. A condição de equilíbrio da firma — equação (21) — para o caso da estratégia de espera (isto é, $K_t = K_0$) é então modificada para:

$$\rho V(R_t, K_0) = h\,\frac{K_0^\eta}{R_t^\delta} + \mu\,R_t\,V_R + (1/2)\,\sigma^2\,R_t^2\,V_{RR} \tag{24}$$

Reescrevendo, obtém-se:

$$(1/2)\,\sigma^2\,R_t^2\,V_{RR} + \mu\,R_t\,V_R - \rho V = -\,h\,\frac{K_0^\eta}{R_t^\delta} \tag{24'}$$

Para resolver a parte homogênea da equação (e omitindo-se o subscrito t), tenta-se a solução $V(R, K_0) = R^x$. Substituindo-se esta solução na equação (24'), tem-se:

$$(1/2)\,\sigma^2 R^2\,[\,x\,(x-1)\,R^{x-2}\,] + \mu\,Rx\,R^{x-1} - \rho R^x = 0$$

dividindo-se por R^x, obtém-se:

$$(1/2)\,\sigma^2 x\,(x-1) + \mu x - \rho = 0$$

Admitindo-se a condição de convergência expressa por $\rho > \mu$, esta equação tem duas raízes, uma negativa e uma positiva e maior do que a unidade:

$$-r = \frac{1-(2\mu/\sigma^2) - \sqrt{(1-2\mu/\sigma^2)^2 + 8\rho/\sigma^2}}{2} < 0$$

e:

$$s = \frac{1-(2\mu/\sigma^2) + \sqrt{(1-2\mu/\sigma^2)^2 + 8\rho/\sigma^2}}{2} > 1$$

Substituindo-se estas raízes na solução $V(R, K_0) = R^x$, a função complementar pode ser escrita como:

$$V(R, K_0) = A(K_0)R^{-r} + B(K_0)R^s \tag{25}$$

onde $A(K_0)$ e $B(K_0)$ são constantes a serem determinadas.

Para resolver a parte não-homogênea da equação (24'), tenta-se a seguinte solução: $V(R, K_0) = a_1 R^{\theta}$. Substituindo-a na equação (24') tem-se:

$$(1/2)\sigma^2 R^2 a_1 \theta(\theta-1)R^{\theta-2} + \mu R\, a_1 \theta R^{\theta-1} - \rho a_1 R^{\theta} = -h\frac{K_0^{\eta}}{R^{\delta}}$$

Pelo método de comparação de coeficientes, obtém-se $\theta = -\delta$, e então:

$$(1/2)\sigma^2 a_1 \theta(\theta-1) + \mu a_1 \theta - \rho a_1 = -hK_0^{\eta}$$

onde a solução para a_1 é dada por:

$$a_1 = -\frac{hK_0^{\eta}}{(1/2)\sigma^2\theta(\theta-1) + \mu\theta - \rho}$$

Portanto, a integral particular é:

$$V(R, K_0) = \frac{h\,K_0^{\eta}}{[(1/2)\sigma^2\delta(1-\delta) + \mu\delta + \rho]\,R^{\delta}} \tag{26}$$

Por fim, a solução geral para a equação (24') pode ser escrita como:

$$V(R, K_0) = A(K_0)R^{-r} + B(K_0)R^{s} + \frac{h\,K_0^{\eta}}{[(1/2)\sigma^2\delta(1-\delta) + \mu\delta + \rho]\,R^{\delta}} \tag{27}$$

A equação (27) tem uma interpretação importante, pois ela fornece o valor das opções disponíveis para a firma inativa. O primeiro termo expressa o valor da opção de investir.[11] Neste caso, um aumento da taxa de câmbio (apreciação) causa a diminuição do valor de $V(R, K_0)$, ou seja, a valorização do câmbio torna a opção de investir menos rentável. O segundo termo, analogamente, descreve o valor da opção de desinvestir (isto é, de vender capital existente). Por fim, o último termo descreve o valor esperado da firma resultante da estratégia de manter o estoque de capital constante ao longo do tempo.

Uma vez que, por simplificação e sem perda de generalidade, a condição de custos de ajustamento assimétricos é expressa pela hipótese de que o preço de venda do capital da firma é zero, tem-se que o valor da opção de desinvestir é negligenciável.[12] Dá-se ênfase, então, às duas outras opções: a firma investe em novos bens de capital ou adota uma estratégia de inércia (*waiting option*). Desta forma, o problema da firma é mais tratável e a equação (27) reduz-se a:

$$V(R, K_0) = A(K_0)R^{-r} + \frac{h\,K_0^{\eta}}{[(1/2)\sigma^2\delta(1-\delta) + \mu\delta + \rho]\,R^{\delta}} \tag{27'}$$

O próximo passo é relaxar a hipótese de que a taxa de câmbio é tal que a estratégia ótima para a firma é permanecer inativa. Suponha-se, portanto, que a taxa de câmbio seja

---

11 A interpretação da equação (27) é análoga àquela dada por Dixit (1989*a*) para o caso de uma firma que está dentro ou fora do mercado. O valor das opções de investir e desinvestir, desconsiderando (por simplificação) o valor da opção de manter o capital constante, é dado, respectivamente, por: $V^i(R) = A_0R^{-r} + A_1R^s$ e $V^d(R) = B_0R^{-r} + B_1Rs$.
Suponhamos que R é suficientemente alto (quer dizer superapreciada) a ponto de a opção de investir tornar-se sem valor. Claramente neste caso $V^i(R)$ é simplesmente dado por A_0R^{-r}, sendo $A_1 = 0$. Analogamente, a condição-limite para o caso de uma taxa de câmbio muito baixa (superdepreciada) resulta em $V^d(R) = B_1R^s$ (isto é, $B_0 = 0$), uma vez que $\lim_{R \to 0} V^d(R) = 0$.

12 Alternativamente poder-se-ia supor que a taxa de câmbio nunca é suficientemente alta (ou valorizada) a ponto de tornar a opção de desinvestir rentável. Em ambos os casos, o objetivo é tornar o problema matematicamente mais tratável. A obtenção de uma solução analítica para as três opções (investir, desinvestir e esperar) é no caso presente extremamente complexa.

R_I, valor crítico que induz a firma a comprar uma unidade adicional de capital ($K_0 + 1 = K_1$). Desta forma, a equação (27') pode ser reescrita como:

$$V(R_I, K_1) = A(K_1) R^{-r} + \frac{h K_1^{\eta}}{[(1/2)\sigma^2 \delta (1-\delta) + \mu\delta + \rho] R_I R^{\delta}} \tag{28}$$

Note-se que a este nível R_I a diferença entre o valor das opções de possuir K_1 e K_0 unidades de capital é dado simplesmente pelo custo de aquisição de uma unidade de capital. Esta condição de arbitragem, conhecida como condição *value matching*, pode ser expressa por:

$$V(R_I, K_0) = V(R_I, K_1) - j \tag{29}$$

Além disso, a decisão ótima de investir deve satisfazer uma condição de segunda ordem denominada *smooth pasting*.[13] Formalmente, esta condição é obtida pela diferenciação da equação (29), resultando em:

$$V'(R_I, K_0) = V'(R_I, K_1) \tag{30}$$

Observe-se que, se esta condição não se verificasse, o valor da estratégia ótima não seria contínuo no ponto ótimo, fazendo com que uma estratégia diferente da escolhida fosse mais eficiente. Pode-se agora determinar o valor de R_I combinando-se as equações (28), (29) e (30). Para facilitar esta operação, define-se:

$$a(K) = A(K_0) - A(K_1) \tag{31}$$

Fazendo-se uso desta definição e das equações (27) e (28), as duas condições de otimização — equações (29) e (30) — podem ser escritas, respectivamente, como:

$$-a(K) R_I^{-r} + \frac{z}{R_I^{\delta}} - j = 0 \tag{32}$$

e:

13 Para detalhes sobre a validade matemática desta condição, ver Dixit e Pindyck (1994).

$$ra(K)R_I^{-r-1} - \frac{z\delta}{R_I^{1+\delta}} = 0 \tag{33}$$

onde se define:

$$z = \frac{h(K_1^{\eta} - K_0^{\eta})}{(1/2)\sigma^2\delta(1-\delta) + \mu\delta + \rho} \tag{34}$$

As equações (32) e (33) descrevem a estratégia ótima da firma como uma função da taxa real de câmbio. Este é um sistema de duas equações e duas incógnitas, $a(K)$ e R_I. Na Subseção 4.1 procede-se a exercícios de estática comparativa, com ênfase ao impacto de mudanças na incerteza cambial.

4.1 - Estática comparativa

O valor crítico da taxa real de câmbio que induz a firma a investir (R_I), obtido a partir da solução do sistema de equações (32) e (33), é dado por:

$$R_I = \left[\frac{z(r-\delta)}{rj}\right]^{1/\delta} \tag{35}$$

onde z, definido na equação (34), e r são funções da variável incerteza (σ^2).[14] A fim de se obter uma solução analítica para o impacto da variação na incerteza cambial sobre R_I deve-se impor algumas condições. Primeiro, admite-se, por simplicidade, que $\mu = 0$, ou seja, a taxa real de câmbio evolui sem qualquer tendência. Esta hipótese não é estritamente necessária mas, como em Dixit (1989*a*, 1989*b*), produz um resultado qualitativamente idêntico, porém de mais fácil interpretação. Segundo, deve-se impor a condição de que $(r - \delta) > 0$. Esta condição é verdadeira para um amplo espectro de valores dos parâmetros, incluindo os valores mais freqüentemente utilizados em pesquisas empíricas (*e.g.*, valores de σ^2 e α que não sejam extremamente altos). Sob estas hipóteses, o efeito

14 A variável r foi definida anteriormente, na solução da equação (24').

total sobre R_I decorrente de variações em σ^2, dado por $\frac{\partial R_I}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial R_I}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial R_I}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial \sigma^2}$, é negativo, uma vez que $\frac{\partial R_I}{\partial z}$ e $\frac{\partial R_I}{\partial r}$ são positivos e $\frac{\partial z}{\partial \sigma^2}$ e $\frac{\partial r}{\partial \sigma^2}$ são negativos.

Este mesmo resultado pode também ser obtido por simulações numéricas. De forma semelhante a Dixit (1989*a*), admite-se que a razão dos custos de capital em relação aos custos variáveis é 1:10. Para satisfazer esta condição, adotam-se $c = 5$, $\rho = 0{,}025$ e $j = 20$, de modo que $\rho j = 0{,}5$. Quanto aos parâmetros da função de produção, estabelece-se $\alpha = 0{,}4$ e, para atender à restrição de retornos decrescentes de escala, $\gamma = 0{,}8$. Além disso, supõe-se que $\mu = 0$. Ao capital inicial da firma foram atribuídos valores dentro de um amplo intervalo, tal que se pudesse capturar o efeito da acumulação de capital sobre o valor crítico da taxa real de câmbio (R_I).

Por fim, supõe-se que o valor inicial da incerteza cambial é $\sigma^2 = 0{,}0025$. Isto significa que o desvio padrão da taxa real de câmbio é 5% em um ano e 10% em quatro anos, uma vez que o desvio padrão de R aumenta na proporção da raiz quadrada do tempo. Estes valores são consistentes com os estudos empíricos existentes [ver Frankel e Meese (1987) e Seabra (1995)]. Para avaliar o impacto de mudanças na incerteza cambial, considera-se que σ^2 aumenta de 0,0025 para 0,01. O efeito deste aumento é mostrado na tabela e no gráfico a seguir.

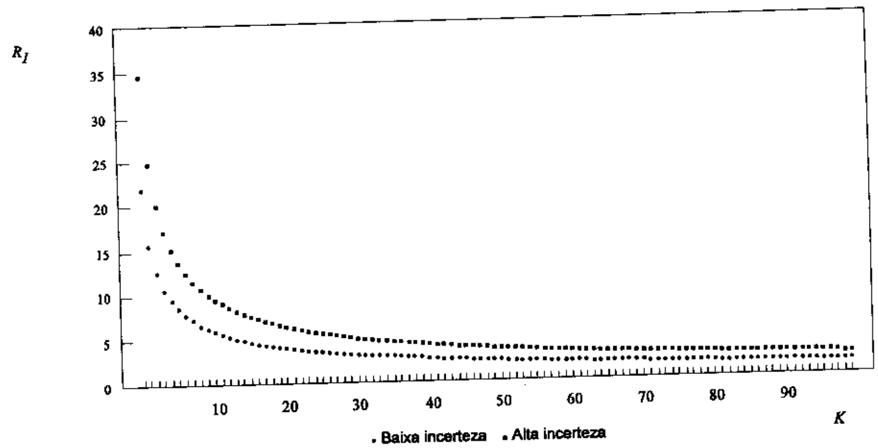
A simulação numérica ratifica o resultado obtido analiticamente para o sinal de $\partial R_I / \partial \sigma^2$ e mostra que o valor crítico da taxa real de câmbio ao qual a firma decide investir (R_I) deve ser desvalorizado (ou, no caso, reduzido) à medida que a incerteza cambial aumenta. Em outras palavras, dado um nível de incerteza mais elevado, a opção de investir é adotada pela firma apenas se houver uma depreciação cambial compensatória, o que reduziria o custo do bem não-exportável. Portanto, sob as hipóteses de competição perfeita, retornos decrescentes de escala e custos assimétricos de ajustamento, um aumento em σ^2 não compensado por desvalorização cambial resultará em uma redução no nível de investimento.

Valor crítico da taxa de câmbio real (R_I)[a]

Incerteza cambial	$K_0 = 10$	$K_0 = 40$	$K_0 = 60$	$K_0 = 100$
Baixa incerteza $\sigma = 0{,}0025$	10.080	4.334	3.373	2.456
Alta incerteza $\sigma = 0{,}01$	6.372	2.740	2.132	1.552

[a]Os valores de R_I estão multiplicados por mil.

O efeito da incerteza cambial sobre o valor crítico da taxa de câmbio real (R_I)



Os resultados de estática comparativa dos demais preços no modelo podem ser obtidos analiticamente da equação (35). Sob as mesmas condições estabelecidas anteriormente ($\mu = 0$ e $(r - \delta) > 0$), um aumento no preço do bem não-exportável (c) reduzirá o valor crítico da taxa real de câmbio R_I, uma vez que $\frac{\partial R_I}{\partial c} = \frac{\partial R_I}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial c} < 0$, dado que $\frac{\partial R_I}{\partial h}$ e $\frac{\partial z}{\partial h}$ são positivos e $\frac{\partial h}{\partial c}$ é negativo. O preço do capital aparece apenas na equação (35) e naquela $\frac{\partial R_I}{\partial j} < 0$. A derivada parcial de R_I com relação à taxa intertemporal de desconto (ρ), dada por $\frac{\partial R_I}{\partial \rho} = \frac{\partial R_I}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \rho} + \frac{\partial R_I}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial \rho}$, produz resultado inconcluso, pois $\frac{\partial R_I}{\partial z}$, $\frac{\partial R_I}{\partial r}$ e $\frac{\partial r}{\partial \rho}$ são positivos e $\frac{\partial z}{\partial \rho}$ é negativo. Simulações numéricas,[15] contudo,

15 Adotando-se os mesmos valores dos parâmetros que na simulação dos efeitos de mudanças na incerteza e tomando-se $K_0 = 10$ e $\sigma^2 = 0{,}0025$, um aumento em ρ de 0,025 para 0,05 faz com que R_I caia de 10.080 para 2.555.

demonstram que para valores aceitáveis dos parâmetros um aumento de ρ tem um efeito inverso sobre R_I.

Em síntese, os resultados anteriores enfatizam o fato de que um projeto de investimento que tenha sofrido um aumento da incerteza com relação a suas receitas futuras — as quais são afetadas pelo comportamento aleatório de R — será realizado *caeteris paribus* somente se a perda esperada de receita for compensada por uma desvalorização cambial. Isto quer dizer que, se R não for depreciado depois do aumento em σ^2, a opção de esperar (ao invés de investir) será ótima. Portanto, a partir dos resultados de um modelo de investimento irreversível estendido para o caso de uma economia aberta, pode-se afirmar que o nível de investimento é negativamente influenciado pela incerteza cambial.

5 - Conclusão

A principal contribuição deste estudo é a extensão do debate acerca dos efeitos da incerteza sobre o investimento para uma economia aberta. Os resultados obtidos demonstram que a relação entre incerteza cambial e investimento depende das hipóteses subjacentes a cada modelo. No modelo neoclássico, uma firma em concorrência perfeita e defrontando-se com custos simétricos de ajustamento aumentará o nível de investimento se a incerteza cambial se elevar. Com base na mesma estrutura de uma economia aberta, mas supondo-se que a firma defronta-se com custos assimétricos de ajustamento, a relação entre incerteza cambial e investimento é negativa. Nitidamente, a natureza irreversível do investimento é crucial para a obtenção deste resultado.

A controvérsia sobre o sinal da relação entre investimento e incerteza cambial poderia ser então resolvida com base no exame dos pressupostos dos modelos. Neste caso parece inegável que a hipótese de alguma irreversibilidade é mais realista, pois na prática despesas com capital são altamente irreversíveis devido à especificidade destas despesas em cada indústria específica.[16] Por outro lado, pode-se tratar esta controvérsia como uma questão a ser resolvida com base na evidência empírica. Neste caso, estudos empíricos recentes, aplicados ao contexto de economias menos desenvolvidas, estimaram um efeito adverso da incerteza cambial sobre gastos de investimento. Exemplos destes estudos são Faini e Mello (1991), Cardoso (1991), Solimano (1992) e Li e Seabra (1994). Uma vez que a especificação das equações de investimento destes estudos é relativamente *ad hoc*, o modelo de investimento irreversível desenvolvido aqui representa uma abordagem teórica formal que justifica especificações de modelos empíricos de investimento que postulem um efeito inverso entre a incerteza cambial e a decisão de investir.

---

16 O capital fixo empreendido em diferentes setores de atividade econômica tem se tornado crescentemente específico e de limitadas aplicações alternativas. Mesmo que parte do capital instalado goze de usos alternativos em firmas da mesma indústria, muito provavelmente o choque exógeno que leva uma firma a vender seu capital estará também afetando as demais firmas, o que causará um excesso de oferta no mercado deste tipo de bem de capital e, logo, a queda do seu preço, ratificando assim o custo irrecuperável do gasto com capital fixo e seu caráter irreversível.

Abstract

This paper deals with the controversy about the relationship between uncertainty and investment.. Based on a simple intertemporal model, a competitive and risk-neutral firm is assumed to maximise profit subject to random changes in the real exchange rate. The model is developed under the neoclassical hypothesis and according to the irreversible investment model. The results of the model show that the relationship between exchange rate uncertainty and investment is positive in the neoclassical approach and negative in the irreversible investment model. The adverse effect of an increase in exchange rate uncertainty can be regarded as more realistic based either on the asymmetric assumption of capital adjustment costs or on empirical evidence. Therefore, the irreversible investment model developed in this paper provides theoretical support for the negative sign of the exchange rate uncertainty-investment relationship found in empirical studies.

Bibliografia

ABEL, A. B. *Investment and the value of capital*. New York: Garland, 1979.

________. Optimal investment under uncertainty. *American Economic Review*, v. 73, n. 1, p. 228-233, 1983.

CABALLERO, R. J. On the sign of the investment-uncertainty relationship. *American Economic Review*, v. 81, n. 1, p. 279-288, 1991.

CARDOSO, E. *Capital formation in Latin America*. NBER, Feb. 1991 (Working Paper, 3.616).

DIXIT, A. Entry and exit decisions under uncertainty. *Journal of Political Economy*, v. 97, n. 3, p. 620-638, 1989*a*.

________. Hysteresis, import penetration, and exchange rate pass-through. *Quarterly Journal of Economics*, v. 104, n. 2, p. 205-228, 1989*b*.

________. Investment and hysteresis. *Journal of Economic Perspectives*, v. 6, n. 1, p. 107-132, 1992.

DIXIT, A., PINDYCK, R. S. *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press, 1994.

FAINI, R., MELLO, J. Adjustment, investment and the real exchange rate in developing countries. *Economic Policy*, v.5, p. 492-519, 1991.

FMI. Theoretical aspects of the design of fund supported adjustment programs. *IMF Occasional Papper*, n.55, Washington, 1987.

FRANKEL, J., MEESE, K. Are exchange rate too variable? *NBER Macroeconomics Annual*, v. 2, Ed. Stanley Fischer, Cambridge, MA, MIT Press, 1987.

HARTMAN, R. The effects of price and cost uncertainty on investment, *Journal of Economic Theory*, v. 5, p. 258-266, 1972.

HAYASHI, F. Tobin's marginal q and average q: a neoclassical interpretation. *Econometrica*, v. 50, n. 1, p. 213-224, 1982.

INGERSOLL, J. E., ROSS, S. A. *Waiting to invest: investment and uncertainty*. Yale University, 1988 (Discussion Paper).

JORGENSON, D. W. Capital theory and investment behaviour. *American Economic Review*, v. 53, n. 1, p. 247-259, 1963.

KRUGMAN, P. Financing vs. forgiving a debt overhang. *Journal of Development Economics*, 29:253-268, 1988.

KRUGMAN, P., BALDWIN, R. The persistence of U.S. trade deficits. *Brookings Papers on Economic Activity*, n. 1, p. 1-43, 1987.

LI, C., SEABRA, F. Exchange rate uncertainty and investment in Latin America: an empirical investigation. *XXII Encontro Nacional de Economia — ANPEC*, v. 2, p. 60-83, Florianópolis, dez. 1994.

MCDONALD, R., SIEGEL, D. The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*, v. 101, p. 707-728, 1986.

PINDYCK, R. Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm. *American Economic Review*, v. 78, n. 5, p. 969-985, 1988.

________. Irreversibility, uncertainty, and investment. *Journal of Economic Literature*, v. 29, p. 1.110-1.148, 1991.

SEABRA, F. Short-run exchange rate uncertainty in Latin America. *Applied Economics*, v. 27, p. 441-450, 1995.

SERVEN, L., SOLIMANO, A. Private investment and macroeconomic adjustment: a survey. *The World Bank Research Observer*, v. 7, n. 1, p. 95-114, 1992.

SOLIMANO, A. How private investment reacts to changing macroeconomic conditions: the case of Chile. In: CHHIBBER, A. *et alii*. *Reviving private investment in developing countries*. Amsterdã: North-Holland, 1992.

TOBIN, J. A general equilibrium approach to monetary theory. *Journal of Money Credit and Banking*, v. 1, p. 15-29, 1969.

(Originais recebidos em janeiro de 1996. Revistos em maio de 1996.)