

Modelos bayesianos para as séries de produção industrial brasileira: uma análise univariada

GUTEMBERG H. BRASIL*
EVANDRO COSTA**
HÉLIO S. MIGON***

Apresentamos neste trabalho uma análise extensiva da metodologia bayesiana para séries temporais (previsão bayesiana), aplicada às séries de produção industrial brasileira (IBGE): indústria geral, bens de capital, bens intermediários e bens de consumo. Aspectos práticos da modelagem são acentuados, bem como uma indicação da performance qualitativa do(s) modelo(s). Inicialmente, modelos univariados são desenvolvidos para cada série utilizando-se as facilidades características da modelagem: modelos dinâmicos em espaço de estados, fatores de desconto, lei de variância e intervenções. Os parâmetros do(s) modelo(s) são analisados e suas características econômicas são interpretadas. Uma análise dos resíduos é realizada na tentativa de se verificar os movimentos cíclicos da economia implícitos em cada série. Contudo, não nos preocupamos com a quantificação dos ciclos. Uma discussão sobre os resultados também é apresentada.

Palavras-chave: previsão bayesiana; modelos estruturais de séries temporais; componentes não-observáveis; filtro de Kalman.

1 - Introdução

Neste artigo, realizamos uma análise extensiva dos modelos dinâmicos bayesianos para séries temporais, no sentido de prover interpretações sobre os parâmetros estruturais do modelo, que por si só são significativos, e de utilizar apropriadamente as facilidades disponíveis no procedimento de modelagem.

* Do DE/Ufes.

** Do Deplan/BNDES.

***Do IM/UFRJ.

Acreditamos que estes aspectos da modelagem são importantes e, no entanto, são muitas vezes desprezados ou relegados a um segundo plano, evidenciando-se apenas os aspectos preditivos do modelo. A necessidade de compreendermos intrinsecamente cada série explorando ao extremo a análise univariada (estrutural) é acentuada, por exemplo, por Zellner (1987) em sua abordagem conjunta de modelagem estrutural econométrica e de análise de séries temporais (SEMTSA — Structural Econometric Modeling, Time Series Analysis), em detrimento de uma complexa abordagem estatística multivariada. Alguns artigos nessa mesma linha vêm utilizando modelos estruturais para séries temporais adotando uma metodologia não-bayesiana [ver Harvey e Todd (1983) e Harvey (1984)].

Utilizando a abordagem bayesiana para modelos estruturais de Harrison e Stevens (1976) e Harrison e West (1987), optamos por realizar um estudo sistemático de cada uma das séries temporais analisadas (índices da produção industrial brasileira), a fim de traduzir a informação contida nos parâmetros do modelo em uma base factual de análise econômica. Desse modo, podemos compreender a série através de seus movimentos característicos e uma interpretação econômica de cada resultado é, então, possibilitada. A análise foi realizada a partir dos parâmetros filtrados e não-suavizados, basicamente por não se dispor, à época, de *softwares* para executar uma análise suavizada. Esta seria mais adequada para descrever fatos estilizados, uma vez que utiliza todo o conjunto de informações.

Procuramos tornar o texto suficientemente simples deixando a notação matemática para os apêndices. Desse modo, todas as referências do texto estarão associadas aos respectivos apêndices.

Na Seção 2, descrevemos as séries estudadas e, na Seção 3, apresentamos o procedimento de modelagem para a realização da análise univariada. Na Seção 4, uma discussão geral é realizada. Nos três apêndices, encontramos uma descrição sintética do modelo e de alguns de seus aspectos característicos. Finalmente, apresentamos a bibliografia utilizada. Na estimação dos modelos utilizamos o *software* AAS desenvolvido por Ajax Moreira e Helio Migon.

2 - Os dados

Analisamos neste artigo os indicadores da produção industrial — índice de base fixa mensal, média de 1981=100. Esses indicadores conjunturais da indústria são divulgados mensalmente pelo IBGE; as séries utilizadas neste exercício estão definidas segundo a ponderação do Censo Industrial de 1980 [IBGE (1986)].

As séries analisadas foram: Y_1 , índice de produção industrial geral; Y_{25} , índice da indústria de bens de capital; Y_{26} , índice da indústria de bens intermediários; e, Y_{27} , índice da indústria de bens de consumo. O período considerado compreende janeiro de 1975 a dezembro de 1987, qual seja, os dados disponíveis à época da análise.

A série do índice de produção industrial geral apresenta não-estacionaridade na média e na variância (heterocedasticidade) e tem uma sazonalidade de período 12. Observando-se o gráfico da série no período 1975/87, constatamos que existem fases

distintas no processo de crescimento da produção industrial brasileira, sugerindo a utilização de diferentes modelos ou modelos dinâmicos que permitam que seus coeficientes variem no tempo. A série também apresenta mudança de nível e inclinação. As mesmas observações valem para a desagregação segundo fontes de uso, como pode ser verificado nos Gráficos 1 a 4.

Os índices de base fixa mensal são números-índices de *quantum* e refletem a variação da produção do mês em relação ao período-base. Simplificadamente, o índice geral é obtido do seguinte modo: agregam-se os relativos (das quantidades produzidas) dos produtos pertencentes a um mesmo subgênero para se obterem os índices do gênero e, daí, para os índices das classes da indústria; finalmente, destes últimos se origina o índice geral. Duas classes de indústrias compõem a indústria geral: extrativa mineral (um gênero) e transformação (16 gêneros). Desse modo, cada produto tem um peso dentro do subgênero, cada subgênero, um peso no gênero, e estes nas classes que, por sua vez, perfazem o índice geral. De acordo com o Censo Industrial de 1980, para um peso de 100 na indústria geral, temos um peso de 2,9 para a indústria extrativa mineral e 97,1 para a de transformação.

Analogamente, nos índices por categoria de uso, o peso de cada agregado corresponde ao somatório dos pesos dos produtos componentes. Os índices Y_{25} , Y_{26} e Y_{27} são classificações por categoria de uso. O indicador geral não é obtido por agregação direta desses três índices.

3 - Análise univariada das séries de produção

3.1 - O procedimento de modelagem

As séries temporais em sua forma original, bruta, expressam um complexo de variações: tendências, ciclos, movimentos sazonais e diversas flutuações aleatórias. Todas ou algumas destas flutuações podem estar presentes em uma série temporal; portanto, deve-se usar algum procedimento para separar estas diferentes flutuações se quisermos, por exemplo, mensurar separadamente as variações cíclicas.

A análise univariada das séries de produção pela metodologia bayesiana é coerente com a modelagem em espaço de estados que decompõe significativamente as séries em tendência, sazonalidade e componente irregular ou aleatório. Se porventura a série contiver algum componente cíclico, este poderá, em princípio, ser detectado analisando-se a série obtida após a filtragem (separação) dos componentes sazonal e de tendência. É claro que um tratamento conjunto seria desejável. No entanto, seguindo as boas recomendações da análise exploratória *à la* Tukey, podemos obter resultados satisfatórios.

O procedimento utilizado é de modelagem local, qual seja, a tendência é supostamente constituída por dois parâmetros: nível e fator de crescimento, que juntos acompanham a cada período de tempo a trajetória livre da sazonalidade. Assim, medir a tendência é investigar o total em que os dados tendem a variar mês após mês: temos o nível da tendência (ordenada) e o incremento da tendência (fator de crescimento).

Por sua vez, a sazonalidade é decomposta separadamente em 12 fatores sazonais que refletem as variações comportamentais que ocorrem regularmente ao longo de um ano. Os fatores sazonais representam variações no entorno do nível médio e, usualmente, são mais estáveis, isto é, variam mais suavemente no tempo que o componente de tendência. No entanto, é de se esperar que ocorram flutuações de ano para ano devido a perturbações aleatórias; daí a necessidade de tratarmos o componente sazonal estocasticamente.

As séries dessazonalizadas permitem, a princípio, uma visão mais clara das tendências comportamentais do produto industrial. Acentuamos que os componentes de tendência e sazonalidade não são diretamente observáveis e que não nos preocupamos em modelar o componente cíclico separadamente (apesar do tamanho da amostra disponível ser suficiente para se avaliar ciclos de curta duração com períodos de dois a cinco anos). Contudo, uma análise qualitativa é passível de ser realizada, como será mostrado na Subseção 3.5.

A informação trazida pela observação $Y_{1,t}$, em cada período, é particionada segundo a estrutura de interdependência entre os parâmetros e as observações. As estimativas dos parâmetros do sistema (seus componentes ou variáveis de estado) são atualizadas com base no erro da previsão feita no mês anterior para o mês corrente, caracterizando um processo de aprendizado seqüencial. O procedimento de atualização é, muito freqüentemente, conhecido como filtro de Kalman (Apêndice 1), quando se utilizam modelos normais sem lei de variância. De outro lado, este processo de aprendizado é muito natural quando analisado do ponto de vista bayesiano de conectar priori e verossimilhança para obter uma posteriori.

O procedimento adotado é de modelagem local, ou seja, em cada instante do tempo é utilizada apenas a informação disponível até essa data e os dados mais recentes têm um peso maior na estimativa dos parâmetros do modelo, utilizando-se fatores de desconto.

No modelo, assumimos que a variância observacional é desconhecida e que é modelada por uma lei de variância apropriada. Utilizamos a lei usual de potência, muito comum nas aplicações práticas. A variância é estimada seqüencialmente e o coeficiente da lei de variância é, por si só, informativo (Apêndices 1 e 3).

Desse modo, mensalmente obtém-se uma estimativa: *a*) do nível μ_t ; *b*) do fator de crescimento β_t ; *c*) dos 12 fatores sazonais multiplicativos $\gamma_{j,t}$, $j = 1, \dots, 12$; *d*) do coeficiente da lei de variância; e *e*) algumas medidas de performance do modelo. Cada um desses componentes pode ser analisado separadamente ou em combinações particulares, em cada caso fornecendo informações e interpretações distintas. O componente não-observável denominado nível será interpretado como a parte não-sazonal da série original.

3.2 - Os modelos

Através de uma simples inspeção dos gráficos das séries e de diversos outros ensaios escolheu-se trabalhar com modelos de crescimento linear com sazonalidade multiplicativa (Apêndice 1). A tendência é representada pelo nível corrente e este é obtido a partir do nível anterior mais uma elevação representada pelo fator de

crescimento. Supõe-se que os valores sazonais variem estocasticamente de período a período, segundo um passeio aleatório.

Os fatores sazonais, por exemplo, possuem valores no entorno de um e somam 12 a cada mês t . Assim um fator de $\gamma_{i,t} = 1,20$ significa que nesse mês há um acréscimo de 20% em relação ao padrão médio.

O modelo produz uma estimativa seqüencial da variância observacional através de uma lei de variância (Apêndice 3). Esta estimação seqüencial é importante porque permite ao analista acompanhar eventuais mudanças no regime das flutuações que ocorrem nas séries. O estimador da variância permite, pelo desenho da sua trajetória, a delimitação temporal dos diversos regimes vividos pela série em questão.

A lei de variância adequada para todas as quatro séries estudadas foi a lei de potência com expoente igual a 1. Assim, temos $V_t = a_t \mu_v$, isto é, a variância é proporcional ao nível estimado para o instante t , dadas as observações até $t-1$. Como mostram Migon e Brasil (1986), modelar com esta lei de variância é aproximadamente equivalente a trabalhar com os dados transformados via raiz quadrada, isto é, com um coeficiente da transformação Box-Cox igual a 0,5. A vantagem do uso da lei de variância é manter as observações na sua escala original, facilitando a interpretação.

A natureza bayesiana do método impõe que este seja iniciado a partir de uma distribuição *a priori* para os parâmetros existentes no modelo. Seguindo a notação do Apêndice 1, temos que especificar a seguinte distribuição $(\theta_0 | D_0) \cong N[m_0, C_0]$. Optamos por especificar uma priori corretamente centrada, mas razoavelmente não-informativa, como mostrado na Tabela 1. (Note-se que os gráficos a seguir iniciam em 77.01, pois excluiu-se o período inicial de aprendizado do modelo.)

TABELA 1

Prioris do vetor de estado

Série	Priori					
	Nível		Fator de crescimento		Fat. sazonais	
	m_0	DP	β_0	DP	γ_0	DP
Y_1	70,0	100,0	1,0	4,0	12*0,0	12*0,5
Y_{25}	87,0	100,0	1,0	4,0	12*0,0	12*0,5
Y_{26}	67,0	100,0	1,0	4,0	12*0,0	12*0,5
Y_{27}	67,0	100,0	1,0	4,0	12*0,0	12*0,5

DP — Desvio-padrão; 12*k indica 12 parâmetros com valor k.

3.3 - Fatores de desconto e intervenções

Os fatores de desconto são determinados fora do modelo, mas se revestem de fundamental importância. Por definição, são números entre zero e a unidade e estão usualmente associados a fontes de variação distintas, dentro de cada série. Assim, atribui-se um fator para a tendência e um outro para a sazonalidade. No Apêndice 2, a idéia de fatores de desconto e a de “meia-vida” associadas são discutidas sumariamente.

No caso dos componentes estudados, tendência e sazonalidade, é de se esperar que o segundo seja mais estável, isto é, menos sensível às flutuações de curto prazo, uma vez que cada parâmetro sazonal aparece apenas de 12 em 12 meses. Daí o fator de desconto relativo à sazonalidade refletir uma memória razoavelmente grande, o que significa que o seu valor deve estar mais próximo da unidade do que o relativo à tendência. Uma “meia-vida” de 36 meses foi a que melhor resultado trouxe para o ajuste do padrão sazonal, para todas as séries de produção industrial analisadas.

Tomando como exemplo o nível do Indicador da Produção Industrial do IBGE (Y_1), podemos considerar que a sua “meia-vida” é de, digamos, seis meses, isto é, o setor industrial, como um todo, tem uma dinâmica própria que faz com que o nível de atividade em uma determinada data influencie significativamente os seis meses subsequentes. Eventualmente essa “meia-vida” pode se alterar para mais ou para menos. O usuário pode intervir e comunicar esse fato ao modelo, modificando o valor do fator de desconto (intervenção subjetiva).

Mostramos na Tabela 2 os fatores de desconto selecionados para cada série e o período de “meia-vida” correspondente. Na Tabela 3 encontram-se as datas em que se realizaram intervenções via fatores de desconto. Observamos que se optou apenas por utilizar esse tipo de intervenção. Esta consistiu em uma mudança brusca na data da intervenção e no valor do fator de desconto relativo à tendência. Este foi reduzido para 0,1, tornando o sistema altamente adaptativo, propiciando dessa forma um melhor ajuste à trajetória do processo. Se observarmos cada série atentamente, poderemos associar as intervenções com alguns acontecimentos na economia brasileira (ver Subseção 3.4).

TABELA 2

Fatores de desconto

Série	Tendência (δ_1)	Sazonalidade (δ_2)
Y_1 (Ind. geral)	0,890 (6 meses)	0,98 (2,5 a 3 anos)
Y_{25} (Bens de cap.)	0,945 (12 meses)	0,98 (2,5 a 3 anos)
Y_{26} (Bens interm.)	0,846 (4 meses)	0,98 (2,5 a 3 anos)
Y_{27} (Bens de cons.)	0,890 (6 meses)	0,98 (2,5 a 3 anos)

TABELA 3

Intervenções via fatores de desconto

Série	Datas de intervenção
Y ₁	jun. 1981; jun. 1983
Y ₂₅	jan. 1981; jan. 1983; jun. 1984; jan. 1986
Y ₂₆	jun. 1982; jun. 1983; jun. 1985
Y ₂₇	jan. 1983; jun. 1984; jan. 1986

$\delta_1 = 0,10$ nas datas de intervenção.

3.4 - Análise dos parâmetros do modelo

O modelo descrito na seção anterior foi aplicado às séries de produção medidas pelo IBGE, com o objetivo de se acompanhar o desempenho do setor industrial. Esse acompanhamento é realizado a partir da análise detalhada das informações fornecidas pelos parâmetros do modelo. O modelo estrutural proporciona vários *insights* sobre o comportamento do processo, além dos aspectos preditivos. A análise econômica pode ser confrontada, por exemplo, com Castro e Souza (1986).

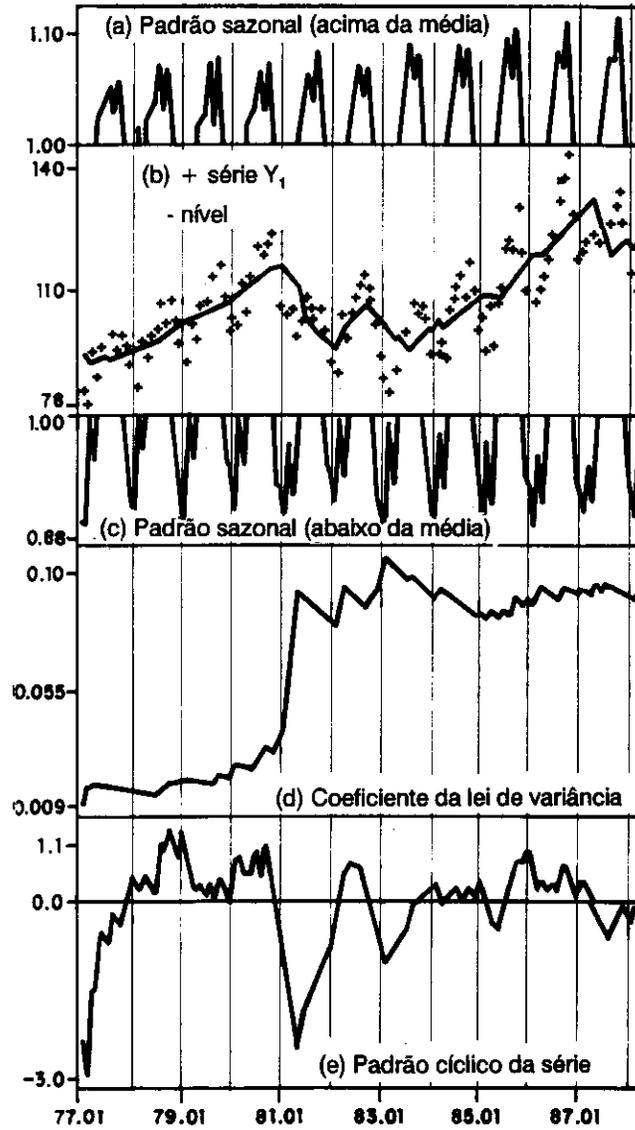
Nos Gráficos 1 a 4 encontram-se as séries analisadas bem como algumas de suas características. Os gráficos foram construídos de modo a facilitar a interpretação dos resultados. Desse modo, cada figura está dividida em cinco partes, a saber: *a*) na parte superior encontra-se a evolução do padrão sazonal quando superior à média; lembramos que os fatores são multiplicativos; *b*) a seguir temos a série real, como publicada pelo IBGE, e o nível estimado pelo modelo; *c*) nesta divisão está a segunda parte da evolução do padrão sazonal, desta vez quando inferior à média; *d*) a seguir temos o gráfico do parâmetro da lei de variância, que é estimado seqüencialmente; e, finalmente, *e*) o “indicador de ciclos” construído como descrito na Subseção 3.5.

O primeiro indicador analisado é o da produção industrial geral e os resultados estão sintetizados no Gráfico 1.

Análise do nível

O nível de Y₁ é a linha cheia da parte *a* do Gráfico 1. A trajetória descrita pelo nível é crescente até o final de 1980, quando sofre uma brusca inflexão durante o ano de 1981, início da recessão, em seguida ensaia uma ligeira recuperação malsucedida no ano de 1982 (eleições para os governos estaduais) e finalmente inicia um processo firme de retomada a partir do final de 1983. No ano de 1987, a curva descrita pelo nível mostrou um certo arrefecimento no seu ritmo, espelhando o desaquecimento atual da economia brasileira, mas sem a brusca inflexão de 1981.

Gráfico 1
Série Y_1 - Índice de produção industrial geral



Obs.: Todos os componentes não-observáveis são parâmetros filtrados.

Padrão sazonal

O padrão sazonal da indústria geral encontra-se nas partes *a* e *c* do Gráfico 1. O perfil do padrão sazonal ilustra bem o comportamento marcadamente dual da indústria, aquecido de abril a outubro e menos aquecido nos demais meses. Observe-se como esse padrão é similar ao da indústria de bens intermediários; contudo, não é exatamente igual porquanto agrega influências de todas as suas componentes.

Coefficiente da lei de variância

O estimador seqüencial da variância está plotado na parte *d* do Gráfico 1. Ele se mantém mais ou menos estável até o final de 1979; aumenta ligeiramente ao longo de 1980, quando da prefixação das correções monetária e cambial; sofre um brusco deslocamento no início de 1981, período recessivo; e continua aumentando até meados de 1983 para então se estabilizar em um novo patamar, período de retomada. Contudo, desde o segundo semestre de 1987 vem apresentando uma certa variabilidade no patamar.

Observe-se que não incluímos o parâmetro fator de crescimento na análise. A taxa de crescimento de 12 meses será analisada nos apêndices.

Indicador de ciclos

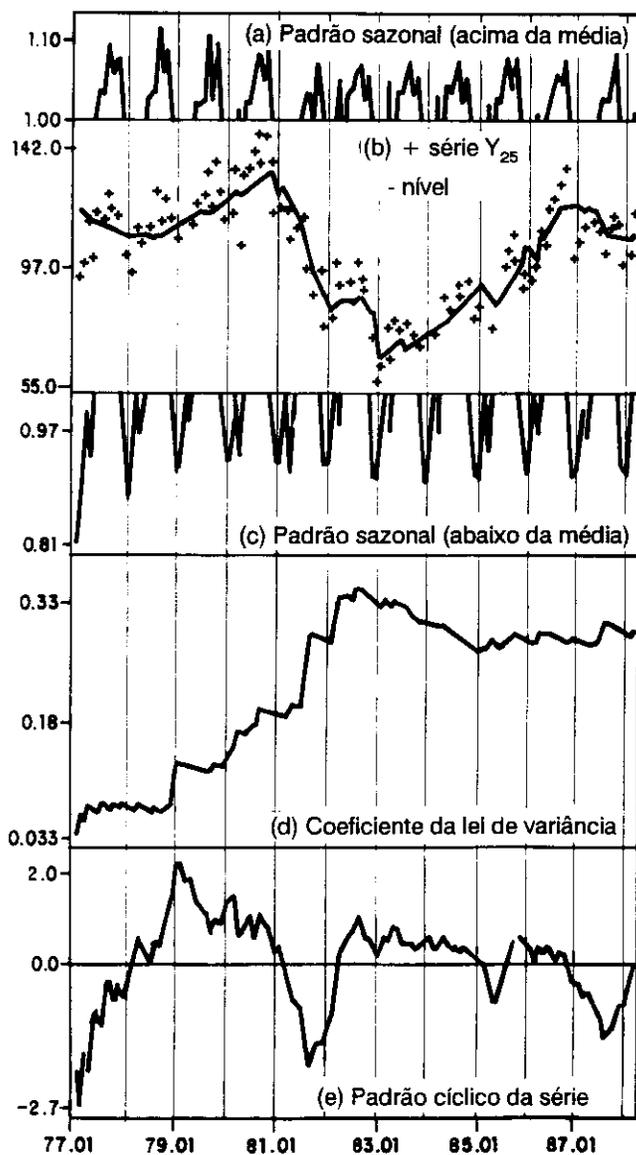
O indicador de ciclos — parte *e* do Gráfico 1 — reflete o desaquecimento do ano de 1977, porém já em 1978 mostra o início do processo de recuperação do setor, que permanece positivo até o final de 1980, demonstrando alguma volatilidade do ano de 1979. Sinaliza bem a recessão em 1981, mas as eleições em 1982 dissimulam a realidade recessiva. O processo de retomada aparece já em 1983; permanece durante 1984; arrefece em 1985; recupera em 1986; e desaquece em 1987. As partes *b* e *e* do Gráfico 1 mostram os movimentos de tendência e cíclico da série.

Os resultados do índice da indústria de bens de capital encontram-se no Gráfico 2.

Análise do nível

O nível de Y_{25} — parte *b* do Gráfico 2 — arrefece um pouco durante os anos de 1977/78, fase final do processo de investimento pesado realizado pelo país depois do primeiro choque do petróleo. Ao longo de 1979/80, em função do segundo choque, o setor de bens de capital é intensamente solicitado pelos grandes investimentos na prospecção e produção de petróleo, fazendo com que o nível de Y_{25} tenha um ritmo firmemente ascendente. Em 1981, porém, mais intensamente do que o restante da produção, o nível de Y_{25} mergulha na recessão atingindo o fundo do poço em 1982, apesar do efeito contracíclico das eleições deste ano. Em 1983, antecedendo o restante da produção, o setor inicia o processo de retomada que se mantém durante 1984, arrefece no início de 1985, para logo depois recuperar o mesmo ritmo até atingir um pico em 1986, quando da euforia do cruzado, sem, entretanto, atingir a mesma magnitude de 1980. O ano de 1987, pós-Plano Cruzado, retrata o atual quadro de desaquecimento da economia brasileira sem, até agora, a ruptura de 1981.

Gráfico 2
Série Y₂₅ - índice da indústria de bens de capital



Obs.: Todos os componentes não-observáveis são parâmetros filtrados.

Padrão sazonal

O padrão sazonal de Y_{25} — parte *a* e *c* do Gráfico 2 — apresenta uma certa regularidade: desaquecimento nos meses de dezembro, janeiro e fevereiro (eventualmente abril) e aquecimento no restante do ano, com um pico em setembro nos últimos três anos. O período de desaquecimento concentrado no final/início do ano — período de férias coletivas — traduz o caráter intensivo em mão-de-obra do setor de bens de capital, que, por trabalhar basicamente sob encomenda, uma vez elaborados seus planos de produção, executa-os ao longo do ano, perturbado apenas pelas flutuações da mão-de-obra.

Coefficiente da lei de variância

A variância de Y_{25} é estável durante os anos de 1977/78; muda de patamar em 1979, início do processo de investimento em prospecção e produção de petróleo, mas continua estável ao longo do ano; aumenta em 1980, fase final do referido processo; sofre um brusco aumento em meados de 1981, início da recessão; continua aumentando em 1982; começa a diminuir em 1983, início do processo de retomada; continua diminuindo em 1984 para estabilizar-se ao longo de 1985/86, aumentando ligeiramente no final de 1987, fase atual de desaquecimento. Toda essa seqüência pode ser visualizada na parte *d* do Gráfico 2.

Indicador de ciclos

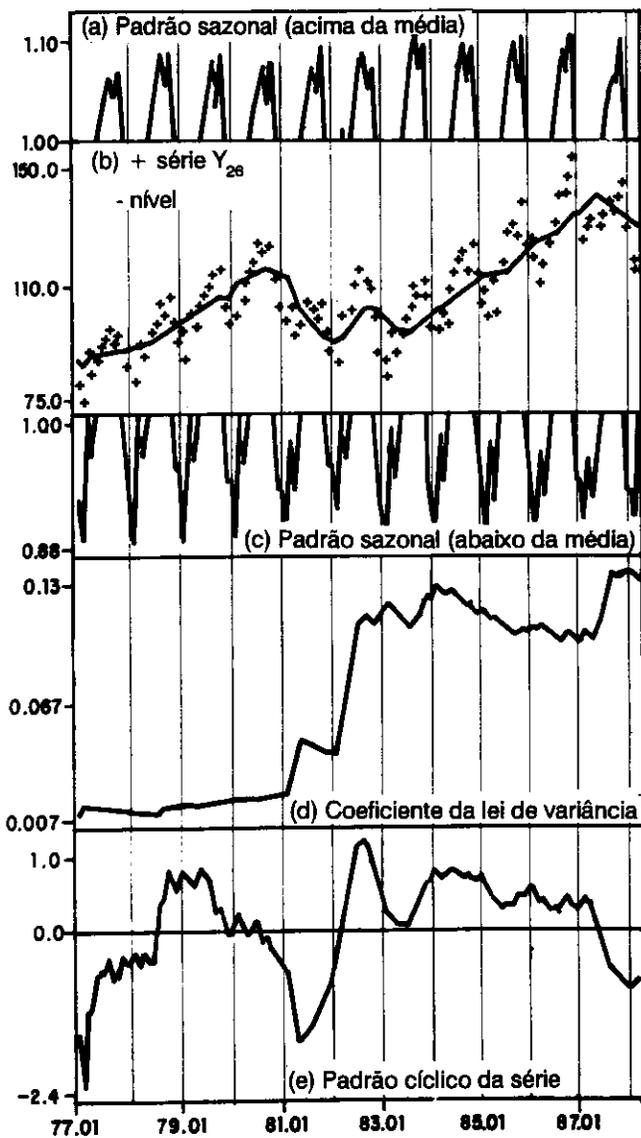
O indicador de ciclos — parte *e* do Gráfico 2 — reflete o desaquecimento do ano de 1977, porém já em 1978 mostra o início do processo de recuperação do setor, que dura até o final de 1980. Sinaliza bem a recessão em 1981, mas as eleições em 1982 fazem com que o indicador mascare a realidade recessiva. O processo de retomada aparece já em 1983; permanece durante 1984; arrefece em 1985; recupera-se em 1986; e se desaquece em 1987. Observe-se mais uma vez no Gráfico 2 a tendência da série (parte *b*) e o movimento cíclico ilustrado pelo indicador de ciclos (parte *e*).

Os resultados da indústria de bens intermediários encontram-se no Gráfico 3.

Análise do nível

O nível do setor de bens intermediários já é ascendente em 1977, resultado da maturação dos investimentos em insumos básicos do período 1974/76; acelera o ritmo em 1978; mantém a aceleração em 1979; sofre perturbações no início de 1980, ano da prefixação das correções monetária e cambial, em seguida à maxidesvalorização do final de 1979, para arrefecer no final daquele ano; muda bruscamente de inclinação desde o início de 1981; sofre ligeira e efêmera recuperação ao longo do ano eleitoral de 1982; e continua desacelerando no início de 1983. Em meados deste mesmo ano, porém, uma nova mudança de inflexão dá início ao recente processo de retomada da economia brasileira. A retomada se mantém em 1984, arrefece um pouco no início de 1985 para logo depois continuar ao longo de 1986. Os primeiros meses de 1987 ainda mantêm a dinâmica dos últimos três anos, mas a ressaca do Plano Cruzado finalmente se manifesta no setor de bens intermediários, trazendo o nível para a atual fase de desaquecimento.

Gráfico 3
 Série Y₂₆ - índice da indústria de bens intermediários



Obs.: Todos os componentes não-observáveis são parâmetros filtrados.

Padrão sazonal

O padrão sazonal do setor de bens intermediários é extremamente regular ao longo de todo o período analisado — acima da média de maio/junho até novembro, abaixo da média de dezembro a maio.

Coefficiente da lei de variância

A variância é bem regular e razoavelmente constante em 1977/78; aumenta muito pouco em 1979/80, demarcando bem a fronteira de um regime regular para o setor de bens intermediários nesses quatro anos. Aumenta bruscamente no início de 1981, mas diminui ligeiramente até o final deste ano. Em 1982, o aumento é bem maior e continuado; 1983 ainda é um ano de perturbações, mas no início de 1984, processo de retomada, a variância começa a se reduzir denotando a firmeza do processo e continua diminuindo em 1985/86. Em 1987, sofre outro aumento brusco, porém não tão intenso como o de 1982.

Indicador de ciclos

O padrão cíclico da série mostra que no ano de 1977 e até o início de 1978 o nível de atividade ainda não era tão intenso quanto no segundo semestre de 1978 e ao longo de 1979. O segundo semestre de 1980 já apresentava sinais do desaquecimento profundo de 1981. O efeito das eleições de 1982 mascara o indicador cíclico mas, do segundo semestre de 1983 até os primeiros meses de 1987, o indicador ilustra claramente o processo de retomada da economia.

Os resultados da indústria de bens de consumo encontram-se no Gráfico 4.

Análise do nível

O nível para o setor de bens de consumo estava estagnado ao longo de quase todo o ano de 1977; ao final do ano começou a se recuperar mantendo um bom ritmo em 1978, arrefecendo no primeiro semestre de 1979 e recuperando-se no segundo semestre até o final de 1980. Muda suavemente de inflexão em 1981 — não tão pronunciadamente como o nível dos outros índices —, ensaia uma ligeira recuperação em 1982, mas volta a cair em 1983. A retomada aqui só aparece da segunda parte do ano de 1984 em diante, tímida inicialmente, mas firme e sustentada a partir de meados de 1985 e durante 1986.

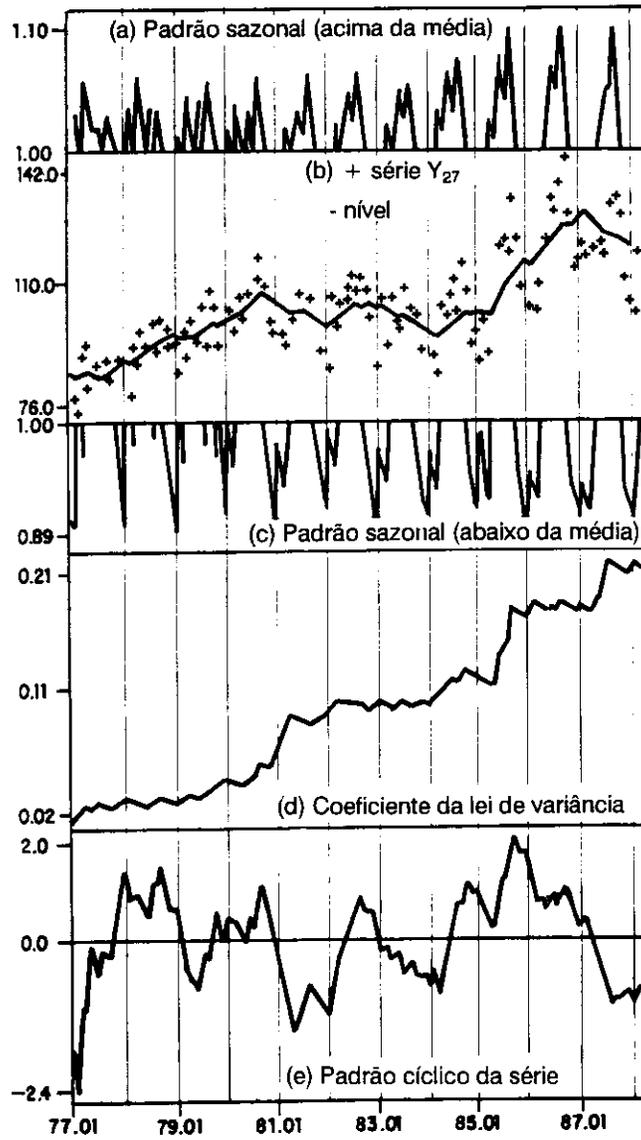
Padrão sazonal

O padrão sazonal de bens de consumo é extremamente perturbado em quase todo o período estudado; só nos últimos três anos as perturbações vêm diminuindo, deixando-o parecido com o padrão sazonal de bens intermediários.

Coefficiente da lei de variância

A variância do setor de bens de consumo apresenta uma tendência geral de crescimento, tendo nitidamente três regimes diferentes: o primeiro, de 1977 a 1980; o segundo, de 1981 a meados de 1985; e o terceiro, de 1985 até meados de 1987.

Gráfico 4
 Série Y₂₇ - índice da indústria de bens de consumo



Obs.: Todos os componentes não-observáveis são parâmetros filtrados.

Indicador de ciclos

De uma fase menos aquecida em 1977, o padrão cíclico passa para um período de maior atividade que dura quase 17 meses até o início de 1979, quando, possivelmente em função da mudança de governo, houve uma curta queda no nível de atividade, a qual se recupera ao final do ano e se mantém aquecida até o final de 1980. Em 1981, a recessão aparece marcadamente, havendo uma ligeira recuperação na segunda metade de 1982, retornando então o processo recessivo em 1983 até o início de 1984. A retomada só aparece na segunda metade de 1984, durando até o final de 1986.

3.5 - O indicador de ciclos (análise dos resíduos)

Um modelo estrutural de séries temporais mais geral poderia conter uma componente cíclica, além da tendência, da sazonalidade e da componente irregular. No modelo utilizado (em forma multiplicativa), modelou-se apenas os componentes de tendência e sazonalidade. Assim, em princípio, o resíduo do modelo de crescimento linear sazonal poderá conter, eventualmente, um componente cíclico, além do componente aleatório. Propôs-se então analisar esses resíduos adotando-se um procedimento análogo.

Desse modo, um modelo de crescimento linear (com os mesmos hiperparâmetros da série original) foi aplicado aos resíduos de cada série no intuito de filtrar os movimentos oscilatórios que caracterizam um comportamento cíclico razoavelmente regular na série, apesar de não se poder quantificar o ciclo gerador desses movimentos. Os resíduos finais deste segundo modelo foram considerados completamente aleatórios pelos testes estatísticos usuais (Box-Ljung etc.); contudo, isso não garante a inexistência de ciclos de períodos maiores que o período analisado.

Note-se que aplicar o modelo de crescimento linear aos resíduos do modelo inicial equivale a explicitarmos as flutuações de curto e médio prazos existentes na série. Lembrando que o modelo inicial é multiplicativo e que os seus resíduos contêm as diferenças de ordem superior a um, dois e 12, é razoável supor que as diferenças de ordem três e quatro, explicitadas pelo modelo de crescimento linear aplicado aos resíduos, possam capturar as flutuações cíclicas ainda presentes.

Isso pode ser melhor compreendido se notarmos que o MCL sazonal (aditivo) tem relação com o modelo Sarima $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$, no qual se toma uma diferença simples ($=1$) e uma diferença sazonal ($=12$). É claro que se a série contiver movimentos oscilatórios além dos totalmente aleatórios ou irregulares, aqueles poderão ser visualizados se aplicarmos um outro filtro, um MCL, por exemplo, a estes resíduos e observarmos a trajetória do nível obtido pela filtragem. Uma análise similar dos movimentos cíclicos em uma série temporal encontra-se em Garcia-Ferrer *et alii* (1987): um modelo auto-regressivo de ordem três com possibilidade de conter um par de raízes complexas conjugadas foi escolhido para permitir que a raiz real estivesse associada à tendência e as raízes complexas à componente cíclica.

Essas flutuações cíclicas podem ser observadas para cada uma das quatro séries na parte e dos Gráficos 1 a 4. Em resumo, o “indicador dos movimentos cíclicos” foi obtido do seguinte modo: a) o MCL sazonal multiplicativo foi aplicado a cada uma das séries; b) aos resíduos (normalizados pela variância) do modelo anterior foi, então, ajustado um modelo de crescimento linear; e c) o nível (média da posteriori) do modelo anterior é, então, observado como representando esses movimentos cíclicos subjacentes a cada série. Nas figuras mencionadas, a linha cheia representa o indicador de ciclos.

A análise separada de cada uma das séries realizada na Subseção 3.4 realmente comprova que esse indicador é apropriado para o acompanhamento dos movimentos cíclicos existentes em cada indicador de produção, pelo menos no período analisado.

4 - Discussão

Na Seção 3, procuramos realizar um estudo descritivo para cada uma das séries estudadas, analisando seus movimentos característicos que são naturalmente associados aos parâmetros do modelo. Assim, pudemos verificar o comportamento da tendência e da sazonalidade e, a partir do estimador do coeficiente da lei de variância, obter um bom guia para a variância do processo. Através da análise dos resíduos também obtivemos um indicador para o movimento cíclico da série no período.

Complementando essa análise estrutural, apresentamos na Tabela 4 as previsões para o ano de 1988 em termos da taxa acumulada de 12 meses e uma medida de ajustamento do modelo. Como podemos observar, o modelo adere muito bem aos dados. Observe-se que apesar de modelarmos os índices de base fixa mensal, como divulgados pelo IBGE, procuramos analisar as previsões em termos de uma quantidade de fácil interpretação para os usuários, utilizando a taxa acumulada dos 12 meses mais recentes quando confrontada com os 12 meses respectivos imediatamente anteriores. Este fato deve ser considerado quando se analisam séries econô-

TABELA 4

Desempenho preditivo dos modelos

	Y ₁	Y ₂₅	Y ₂₆	Y ₂₇
EMAR	0,032	0,061	0,031	0,040
TA12M	-0,47	-2,46	1,28	1,79

EMAR — Erro Médio Absoluto Relativo (período jun. 1976 a dez. 1987).

TA12M — Previsão da Taxa Acumulada de 12 Meses para 1988 (%).

micas. Desse modo, a taxa acumulada prevista para o ano de 1988 (indústria geral), em dezembro de 1987, é de -0,47%.

As previsões apresentadas na Tabela 4, taxa acumulada de 12 meses, foram obtidas em março de 1988 (utilizando dados até dezembro de 1987), para dezembro de 1988. As taxas acumuladas de 12 meses realmente verificadas para as séries Y_1 , Y_{25} , Y_{26} e Y_{27} foram respectivamente: -4,14; -1,86; -2,83 e -3,63%. A realidade mostrou-se mais dura. No entanto, uma das vantagens do modelo é que, após termos observado os dados dos primeiros meses de 1988, ele pode se adaptar muito rapidamente a esses novos dados e, também, o usuário pode inserir suas expectativas muito facilmente no modelo, por exemplo, via alteração nos fatores de desconto.

Para sintetizar os resultados obtidos na Subseção 3.4, optamos por fazer uma análise comparativa do coeficiente da lei de variância entre as séries, que é um excelente guia da variância do processo. Note que a variância de Y_1 é uma combinação das outras três; as variâncias de Y_{25} e Y_{26} apresentam uma ligeira tendência de redução no período de retomada (segundo semestre de 1983 a 1986), pois são setores da economia que operam relativamente distantes da demanda final, que, quando aquecida, os mantém em níveis crescentes de ocupação da capacidade instalada, reduzindo, portanto, a variabilidade das suas carteiras de produtos; já a variância de Y_{27} apresenta uma tendência geral de crescimento que pode ser atribuída ao fato deste setor se encontrar muito próximo da demanda final da economia e, portanto, mais suscetível às flutuações dos negócios do que os outros dois, mesmo em situação de demanda aquecida.

Um último ponto, que merece ser mencionado, diz respeito à terminologia. Poderíamos ter utilizado simplesmente o jargão característico da análise bayesiana referindo-nos, por exemplo, à média da posteriori ao invés de parâmetro filtrado; contudo, procuramos entremear o texto com referências às terminologias utilizadas nos modelos estruturais [Harvey e Todd (1983) e Harvey (1984)] e engenharia de controle [Anderson e Moore (1979)], uma vez que as representações são relacionadas.

Apêndices

A.1 - Modelo de crescimento linear sazonal multiplicativo

Neste apêndice, apresentamos primeiramente o modelo estrutural conhecido como modelo linear dinâmico [Harrison e Stevens (1976)] e, a seguir, um modelo específico utilizado na aplicação e denominado modelo de crescimento linear sazonal.

A.1.1 - Modelo linear dinâmico (MLD)

Um MLD fica caracterizado pela quádrupla $\{F, G, V, W\}_p$, com todos os elementos supostos conhecidos para todo t , e é equivalente à representação (estrutural) em espaço de estados (modelos lineares), usual em engenharia de controle [ver Anderson e Moore (1979)]. É definido por duas equações: a equação das observações e a equação do sistema:

$$Y_t = F_t' \cdot \theta_t + v_t, \quad v_t \cong N[0, V_t]$$

$$\theta_t = G_t \cdot \theta_{t-1} + w_t, \quad w_t \cong N[0, W_t]$$

onde $t = 1, 2, \dots$,

Y_t são as observações (univariadas) no tempo t ;

θ_t é um vetor ($n \times 1$) de parâmetros (estados do sistema);

F_t é um vetor ($n \times 1$) de variáveis independentes ou constantes, e faz a conexão entre os parâmetros da distribuição amostral e o vetor de estado;

G_t é a matriz ($n \times n$) de transição que caracteriza a evolução determinística do vetor de estado (transição markoviana); e

v_t e w_t são perturbações aleatórias independentes.

$$D_t = \{D_{t-1}, Y_t\}$$

$(\theta_0 | D_0) \cong N[m_0, C_0]$, isto é, o estado inicial é supostamente conhecido.

A variância V_t do ruído das observações pode ser estimada seqüencialmente, o que confere uma maior "robustez" ao modelo. A matriz W_t está associada à evolução estocástica do vetor de parâmetros (estados) e é supostamente conhecida, o que nem sempre ocorre na prática, tornando difícil a sua utilização. A metodologia bayesiana emprega uma matriz de fatores de desconto para superar. Neste exercício, utilizamos a classe de modelos bayesianos normais com desconto (MBND), descrita a seguir.

A classe de modelos bayesianos normais com desconto é definida, em analogia com o MLD, pela quádrupla $\{F, G, V, B\}_p$ para $t > 0$. A matriz W_t foi substituída pela matriz Δ fatores de desconto: $\Delta_t = \text{diag}[1/\sqrt{\delta_1}, \sqrt{\delta_2}, \dots, 1/\sqrt{\delta_p}]_t$, com $0 < \delta_i \leq 1, i = 1, \dots, p$. Neste modelo, o conceito de desconto é introduzido na previsão bayesiana: a equação do sistema no MLD é substituída por uma relação descontada entre o parâmetro de precisão (ou alternativamente a covariância) da posteriori para θ_{t-1} e o parâmetro de precisão (ou alternativamente a covariância) da priori para θ_t .

Em termos bayesianos poderíamos dizer que se a distribuição *a posteriori* para os parâmetros no instante $t = 0$ é $(\theta_0 | D_0) \cong N[m_0, C_0]$, e em um tempo $t-1$ qualquer é

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \cong N[m_{t-1}; C_{t-1}]$$

então a distribuição *a priori* em t será

$$(\theta_t | D_{t-1}) \cong N[a_t; R_t]$$

Se o modelo probabilístico para as observações é dado por

$$(Y_t | \theta_t) \cong N[F_t' \cdot \theta_t; V_t]$$

então as distribuições de probabilidade acima e a distribuição preditiva

$$(Y_t | D_{t-1}) \cong N[f_t; Q_t]$$

engendram a distribuição *a posteriori* (após computarmos o erro de previsão um passo à frente).

$$(\theta_t | D_t) \cong N[m_t; C_t]$$

As relações de recorrência que nos permitem, partindo da *posteriori* em $t-1$, obter uma *posteriori* atualizada em t são conhecidas como filtro de Kalman.

É evidente que modelos estruturados em bloco têm grande utilidade prática. Assim, as matrizes G_t e Δ_t são do tipo diagonal por blocos (na maioria das aplicações Δ independe do tempo), cada bloco sendo associado a uma fonte de variação sistemática do modelo (tendência, sazonalidade, regressão dinâmica etc.):

$$G_t = \text{diag}[G_1, G_2, \dots, G_p]_t$$

$$\Delta_t = \text{diag}[\delta_1 I_1, \delta_2 I_2, \dots, \delta_p I_p]_t$$

onde I_i é a matriz identidade $(n_i \times n_i)$, $i = 1, \dots, p$; G_i , $(n_i \times n_i)$ tem posto completo (é a matriz do sistema); $0 < \delta_i \leq 1$ são os p fatores de desconto.

A.1.2 - Modelo de crescimento linear com fatores sazonais (MCLS)

Este modelo é um caso particular do MLD geral obtido pela especificação adequada das quantidades que o caracterizam e é muito utilizado em análise de séries temporais. Temos duas possibilidades: sazonalidade aditiva e multiplicativa. O modelo aditivo é claramente linear, enquanto que o multiplicativo é não-linear. A formulação dinâmica de West, Harrison e Migon (1985) permite o tratamento de casos não-lineares, sem a utilização de transformações nos dados. Um outro tratamento possível é trabalhar com os dados logaritmados; o modelo sendo todo multiplicativo (inclusive as perturbações estocásticas) torna-se aditivo, a partir de suposições apropriadas, após uma transformação logarítmica.

No MCLS a "tendência" é caracterizada por dois parâmetros: nível e fator de crescimento, que definem o crescimento linear, e a sazonalidade é definida pelo período sazonal, s , e pelo padrão dos fatores aditivos ou multiplicativos.

O modelo estrutural (MCLS) fica assim especificado, segundo as equações gerais do MLD (estamos supondo um período sazonal, $s=12$, ou seja, dados mensais):

$$F = [F_1' ; F_2'] , F_1' \text{ é } (2 \times 1) \text{ e } F_2' \text{ é } (12 \times 1)$$

$$F_1' = [1, 0] \text{ e } F_2' = [1, 0, \dots, 0]$$

$$\theta_t = \begin{bmatrix} T \\ \gamma \end{bmatrix}_t ; T_t = \begin{bmatrix} \mu \\ \beta \end{bmatrix}_t ; \gamma_t = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}_t$$

$$G_t = \left[\begin{array}{cc|cccc} 1 & 1 & & & & \\ 0 & 1 & & & & 0 \\ \hline & & & 0 & & \\ & & & 0 & & \\ 0 & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & I_{11} \\ & & & \cdot & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \dots 0 \end{array} \right]$$

onde μ_t é o nível corrente; β_t é o fator de crescimento; e $\gamma_{i,t}$ é o fator sazonal do mês i .

Cabem algumas observações, na notação do modelo geral teríamos:

$$Y_t = \mu_t + \gamma_{1,t} + \nu_t \quad (\text{caso aditivo})$$

$$Y_t = \mu_t (1 + \gamma_{1,t}) + \nu_t \quad (\text{caso multiplicativo})$$

No caso aditivo, temos a restrição abaixo para os fatores sazonais, $i = 1, 2, \dots, 12$:

$$E \left[\sum_{i=1}^{12} \right] = 0$$

No caso multiplicativo os valores $\gamma_{i,t}$, não são os fatores sazonais, mas representam as flutuações no entorno da unidade, e a restrição acima tem essa interpretação. Nesse caso, os fatores sazonais são $\phi_{i,t} = 1 + \gamma_{i,t}$ e somam 12, uma vez que representam uma sazonalidade multiplicativa (ver Seção 3).

A.2 - Fatores de desconto

Os fatores de desconto δ são, por definição, números tais que $0 < \delta \leq 1$. A idéia de usar a “informação descontada” em dados temporais, vale dizer, que o conteúdo informativo de uma observação decai com sua idade, é não apenas intuitiva, mas já demonstrou bons resultados na técnica de mínimos quadrados ponderados desenvolvida por Brown (1962), denominada regressão exponencialmente ponderada, que trabalhava apenas com um fator de desconto.

Ameen e Harrison (1984 e 1985) estenderam a idéia de Brown, permitindo que vários fatores de desconto atuem separadamente em cada componente do modelo. Dessa forma, poderíamos ter, por exemplo, para o MLCS, um fator de desconto, $\delta_1 \cdot I_2$ relativo ao “bloco” tendência (crescimento linear) e outro fator, $\delta_2 \cdot I_{12}$, para o “bloco” sazonalidade (supondo-se um período $s = 12$, dados mensais). Uma descrição detalhada sobre fatores de desconto encontra-se em Brasil (1987).

Os fatores de desconto são invariantes à escala de mensuração, tanto da variável dependente quanto das outras quantidades envolvidas no modelo, e representam o papel da matriz de covariância do sistema, W_p , no modelo linear dinâmico; ou seja, é por intermédio dos fatores de desconto que é conferida sutilmente a natureza estocástica aos parâmetros do modelo. Por ser um conceito de fácil compreensão e interpretação tem grande aceitação entre os usuários de modelos de previsão.

Como vimos, é através dos fatores de desconto, δ_i , $0 < \delta_i \leq 1$, $i = 1, \dots, k$, onde k é o número de “blocos” independentes existentes na matriz G , de transição de estado, que o usuário informa ao sistema a velocidade com que os parâmetros do modelo se adaptam no tempo, isto é, quão dinâmicos eles são.

Se o conteúdo informativo de um dado é, hoje, digamos, I unidades, N períodos atrás essa informação vale $\delta^N \cdot I$ (ou seja, o fator de desconto — delta — elevado

a N vezes I unidades de informação, indicando que o dado é descontado por esse fator). Uma regra prática é estabelecer N , de modo que o conteúdo informativo do dado decaia à sua metade em N períodos, ou seja, $\delta^N \cdot I = I / 2$; desse modo, poderemos determinar os fatores δ para cada bloco como: $\delta = (1/2)^{1/N}$.

Uma relação similar, proposta por Harrison e Johnston (1984), é definir delta de modo que, dado N (estabelecido possivelmente a partir de considerações econômicas e/ou físicas), seu valor seja determinado por: $\delta = (3N - 1) / (3N + 1)$.

As duas relações baseiam-se no conceito de “meia-vida” ou “meio-tempo” e levam, praticamente, aos mesmos resultados.

Em modelos de regressão dinâmica e em estado de completa ignorância um valor aproximado de δ pode ser determinado utilizando-se a relação acima, fazendo $N = 20p$, sendo p o número de parâmetros no modelo [Harrison e Johnston (1984)]. Usualmente o fator δ_2 do “bloco” sazonal é maior do que o fator de desconto do “bloco” relativo à tendência (crescimento linear), visto ser a sazonalidade muito mais estável.

É sempre possível pensar na determinação dos fatores de desconto “ótimos”. Propõe-se que se faça uma grade em cada direção: a grade de valores para os fatores de desconto (δ 's) constitui-se em um refinamento no entorno dos números sugeridos pela regra prática acima, isto é, uma para o nível e, a seguir, outra para o bloco sazonal, selecionando os “melhores δ 's” segundo algum critério baseado nos erros de previsão. Este, contudo, não é o ponto de vista bayesiano.

A.3 - Lei de variância

Uma grande parte dos modelos de previsão (econométricos ou extrapolativos) adota o pressuposto de homocedasticidade, isto é, a suposição de que a variância do ruído das observações (ou, equivalentemente, no caso de normalidade, a variância das observações) permanece constante ao longo do tempo. Nas séries econômicas, usualmente crescentes, esse fato é quase que uma exceção. A prática usual é realizar algum tipo de transformação não-linear nos dados (eventualmente “sime-trizando-os”) de modo a estabilizar a variância e modelar os dados transformados. Uma das transformações prediletas é a logarítmica.

Uma outra abordagem para o problema seria constatar que esse é um fato real e merece ser considerado no processo de modelagem. O modelo estrutural bayesiano adota dois procedimentos: uma lei de variância e a estimativa seqüencial da variância observacional.

A estrutura da lei de variância utilizada no modelo bayesiano de previsão é aquela sugerida por Stevens (1974). A lei de variância estabelece uma evolução para a variância associada à equação das observações do modelo. Isso é útil porque permite que o modelo se adapte mais rapidamente às mudanças de magnitude nos dados. Sua utilização é similar a transformarmos os dados (por exemplo, tomar o logaritmo) antes de modelarmos.

Entende-se por lei de variância uma relação do tipo $\sigma_t^2 = f(\mu)$, isto é, a variância é uma função qualquer do nível da série. (Observe-se que a lei de variância está relacionada aos modelos ARCH; [ver Engle (1982)].) No modelo bayesiano adota-se freqüentemente uma lei de variância que estabelece uma relação com o valor previsto do nível para o período corrente, isto é:

$$(Y_t | \theta_t, D_{t-1}) \equiv N[F_t' \cdot \theta_t, V_t] \text{ e } V_t = a_t \cdot \mu_t^b$$

onde a_t é um fator de escala estimado seqüencialmente pelo método; b é uma potência indicada pelo usuário; μ_t é o valor esperado do processo para o mês t .

A importância da estimação seqüencial da variância observacional é algo inquestionável. Primeiro, evita-se o uso de transformações nos dados, o que, se não é muito indicado, é algo bem controverso, pelo menos para séries temporais; segundo, parece intuitivo que muitos agentes econômicos respondam a momentos de ordens maiores que a média, guiando-se também pela magnitude das variações; e, por fim, dotando-se a atualização seqüencial de mecanismos de monitoração de *outliers*, tem-se um indicador robusto de como a variância observacional se comporta ao longo do tempo.

Ainda mais, existe uma relação aproximada entre a lei de variância acima e a transformação Box-Cox [ver Migon e Brasil (1986)]. Seja a transformação do tipo Box-Cox:

$$Y_t = (X_t^\lambda - 1) / \lambda, \lambda \neq 0$$

$$Y_t = \ln(X_t), \lambda = 0$$

onde Y_t é a série transformada e X_t , a série original. A transformação logarítmica ocorre quando $\lambda \rightarrow 0$; quando $\lambda = 1$ os dados não são transformados.

Assim, quando utilizamos uma lei de variância do tipo potência, $Y_t = a_t \cdot \mu_t^b$, temos a seguinte relação com a transformação Box-Cox: $b = -2(\lambda - 1) = 2(1 - \lambda)$. Dessa forma, podemos elaborar uma tabela que relacione o expoente b da lei de variância utilizada pelo método bayesiano e o parâmetro λ da transformação Box-Cox.

TABELA A.1

Transformações típicas

b	λ	Transformação
0,0	1,00	identidade
1,0	0,50	raiz quadrada
1,5	0,25	*
2,0	0,00	logarítmica
3,0	-0,50	inv. raiz quadrada

* Usual em controle de estoques.

Abstract

This work presents an extensive analysis of the bayesian methodology for time series applied to the Brazilian industrial production series. Practical aspects of modelling are stressed, as well as an indicator of the qualitative performance of the models. Univariate models were developed and the residuals were analyzed in an attempt of identifying cyclical movements in the series.

Bibliografia

- AMEEN, J.R.M. e HARRISON, P.J. Discount weighted estimation. *Journal of Forecasting*, 3, p. 285-296, 1984.
- . Normal discount bayesian models. In: BERNARDO, J.M. et alii (eds.) *Bayesian Statistics 2*. North Holland, p. 271-298, 1985.
- ANDERSON, B.D.O. e MOORE, J.B. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1979.
- BRASIL, G.H. Fatores de desconto e previsão bayesiana. *Anais do IX Congresso Brasileiro de Econometria*, Salvador-BA, p. 179-213, dez. 1987.
- BROWN, R.G. *Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series*. Prentice Hall, 1962.
- CASTRO, A.B. de, e SOUZA, F.E. de. *Economia Brasileira em Marcha Forçada*. 1986.

- ENGLE, R.F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.
- GARCIA-FERRER, A. *et alii*. Macroeconomic forecasting using pooled international data. *Journal of Business and Econ. Statist.*, v. 5, n. 1, p. 53-67, 1987.
- HARRISON, P.J. e JOHNSTON, F.R. Discount weighted regression. *J. Opt. Res. Soc.*, v. 35, n. 10, p. 923-932, 1984.
- HARRISON, P.J. e STEVENS, C.F. Bayesian forecasting. *J. Roy. Statist. Soc.*, B, 38, p. 205-247, 1976 (with discussion).
- HARRISON, P.J. e WEST, M. Practical bayesian forecasting. *The Statistician*, 36, p. 115-125, 1987.
- HARVEY, A.C. *Trends and Cycles in macroeconomics time series*. Statistical Department. LSE, London, 1984 (Discussion Paper, A45).
- HARVEY, A.C. e TODD, P.H.J. Forecasting economic time series with structural and Box-Jenkins Models: a case study. *Journal of Business and Econ. Statist.*, v. 1, n. 4, p. 299-315, 1983.
- IBGE. *Índices da produção industrial. Séries Revistas - 1975/85*. Rio de Janeiro, 1986.
- MIGON, H.S. e BRASIL, G.H. Modelos bayesianos de previsão: uma aplicação e comparação com modelos Arima. *Anais do VIII Congresso Brasileiro de Econometria*, p. 413-440, Brasília, dez. 1986.
- STEVENS, C.F. On the variability of demand for families of items. *Op. Res. Quarterly*, v. 25, n. 3, p. 411-420, 1974.
- WEST, M. e HARRISON, P.J. Monitoring and adaptation in bayesian forecasting models. *Warwick Res. Rep.*, n. 57, 1985.
- WEST, M., HARRISON, P. J. e MIGON, H. S. *Dynamic generalized linear models and bayesian forecasting*. JASA, v. 80, n. 389, p. 73-97, Mar. 1985 (with discussion).
- ZELLNER, A. Macroeconomics, econometrics and times series analysis. *7th Latin-american Meeting of Econometric Soc.*, Aug. 1987.

(Originals recebidos em janeiro de 1992. Revistos em abril de 1993.)