

Sensibilidade das medidas de desigualdade a transferências regressivas*

RODOLFO HOFFMANN**

Este artigo compara a sensibilidade das principais medidas de desigualdade a transferências regressivas de renda em diferentes pontos de sua distribuição. Esta comparação é feita considerando transferências regressivas entre duas pessoas cujas rendas apresentam, inicialmente, uma dada diferença ou, alternativamente, uma dada razão, destacando-se essa segunda opção. Finalmente, são comparadas as curvas que mostram a sensibilidade relativa das principais medidas de desigualdade para uma distribuição log-normal semelhante à distribuição da renda no Brasil.

1 - Introdução

Uma transferência regressiva de renda consiste em subtrair um montante da renda de uma pessoa e acrescentá-lo à de uma outra pessoa que, anteriormente, já tinha renda maior do que a primeira. Portanto, uma transferência regressiva de renda sempre aumenta a diferença entre as rendas das duas pessoas envolvidas. O princípio de Pigou-Dalton estabelece que o valor de uma medida de desigualdade da distribuição da renda deve aumentar quando é feita uma transferência regressiva.¹ Neste artigo iremos analisar, comparativamente, a sensibilidade de várias medidas de desigualdade a transferências regressivas de renda em diferentes intervalos da distribuição de renda.

O fato de que as diversas medidas de desigualdade apresentam diferentes sensibilidades a transferências regressivas é conhecido na literatura especializada [ver, por exemplo, Kakwani (1980), Shorrocks e Foster (1987) e Ramos e Barros (1989)]. A contribuição deste artigo é distinguir duas maneiras de comparar transferências regressivas (fixando ou a *diferença* ou a *razão* entre as rendas envolvidas) e comparar

* Uma versão anterior deste trabalho foi apresentada no Seminário de Econometria promovido pelo Pimes/UFPE, em Recife, em abril de 1991. O autor agradece as sugestões de dois pareceristas anônimos.

** Professor da Esalq/USP.

¹ Uma revisão da literatura sobre o princípio de Pigou-Dalton pode ser encontrada em Castagnoli e Muliere (1990), que sugerem uma extensão desse princípio.

as curvas de sensibilidade relativa das principais medidas de desigualdade para uma distribuição log-normal semelhante à distribuição da renda no Brasil.

Há, mesmo na literatura especializada, erros na interpretação das variações nas diferentes medidas de desigualdade. Denslow e Tyler (1983, p. 872) afirmam, corretamente, que os índices de Gini e de Theil complementam-se como medidas de desigualdade devido a suas sensibilidades diferentes. Mas a afirmativa de que o índice de Gini “é especialmente sensível às transferências de renda situadas na média” é imprecisa, pois, como veremos, a sensibilidade dessa medida de desigualdade é máxima em torno da mediana ou da moda, dependendo do tipo de transferência regressiva.

2 - O efeito de uma transferência regressiva nos índices de desigualdade

Seja x_i a renda da i -ésima pessoa, com $i = 1, \dots, n$. Vamos admitir que as pessoas estão ordenadas da mais pobre até a mais rica, isto é,

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n.$$

Se $x_h < x_j$, uma transferência regressiva consiste em subtrair $\theta > 0$ de x_h e adicioná-lo a x_j .

Nesta seção vamos deduzir, para os principais índices de desigualdade, a expressão da derivada do índice em relação ao valor da transferência regressiva (θ). Como geralmente essa expressão ainda depende de θ , para facilitar as comparações vamos considerar o seu limite quando θ tende a zero, isto é, vamos considerar

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{dI}{d\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\theta}$$

onde I representa um índice de desigualdade.

2.1 - O índice de Gini

Seja G_1 o índice de Gini de uma dada distribuição de renda. Pode-se demonstrar [ver, por exemplo, Hoffmann (1991, p. 281)] que após uma transferência regressiva de x_h para x_j o índice passa a ser:

$$G_2 = G_1 + \frac{2}{n^2 \mu} (j - h) \theta$$

onde μ é a renda média da população.

Segue-se que:

$$\frac{dG}{d\theta} = \frac{2}{n^2 \mu} (j - h) \quad (1)$$

Como essa derivada não depende de θ , temos, obviamente:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\theta} = \frac{2}{n^2 \mu} (j - h) \quad (2)$$

2.2 - A redundância

A redundância da distribuição de renda é:

$$R = \sum y_i \ln n y_i \quad (3)$$

onde $y_i = \frac{x_i}{n \mu}$ é a participação da i -ésima pessoa na renda total. Destacando as parcelas afetadas pela transferência regressiva, verifica-se que após a transferência a redundância é:

$$R = \sum_{i \neq h, j} y_i \ln n y_i + \frac{x_h - \theta}{n \mu} \ln \frac{x_h - \theta}{\mu} + \frac{x_j + \theta}{n \mu} \ln \frac{x_j + \theta}{\mu}$$

Derivando e simplificando, obtemos:

$$\frac{dR}{d\theta} = \frac{1}{n \mu} \ln \frac{x_j + \theta}{x_h - \theta} \quad (4)$$

Segue-se que:²

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\theta} = \frac{1}{n \mu} \ln \frac{x_j}{x_h} \quad (5)$$

O índice de Theil³ é definido por:

$$T = 1 - \exp(-R) \quad (6)$$

Tanto o índice de Gini como o índice de Theil variam de zero a 1 - 1/n.

De (6), derivando em relação a R, e lembrando (4), obtemos:

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{1-T}{n \mu} \ln \frac{x_j + \theta}{x_h - \theta} \quad (7)$$

Segue-se que:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\theta} = \frac{1-T}{n \mu} \ln \frac{x_j}{x_h} \quad (8)$$

2.3 - O índice L de Theil

Outra medida de desigualdade proposta por Theil é:

$$L = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{1}{n y_i} = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{\mu}{x_i} \quad (9)$$

Após uma transferência regressiva, o índice L de Theil passaria a ser:

2 O resultado a seguir, da mesma maneira que as relações (11) e (17), é deduzido de maneira distinta no texto de Ramos e Barros (1989).

3 Muitos autores denominam "índice de Theil" a medida definida em (3).

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i \neq h,j} \ln \frac{\mu}{x_i} + \frac{1}{n} \ln \frac{\mu}{x_h - \theta} + \frac{1}{n} \ln \frac{\mu}{x_j + \theta}$$

Derivando e simplificando, obtemos:

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{x_h - \theta} - \frac{1}{x_j + \theta} \right] \quad (10)$$

Segue-se que:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{\theta} = \frac{1}{n} \left[\frac{1}{x_h} - \frac{1}{x_j} \right] = \frac{x_j - x_h}{n x_h x_j} \quad (11)$$

2.4 - O coeficiente de variação

Tendo em vista obter o efeito de uma transferência regressiva sobre o coeficiente de variação da distribuição, vamos analisar, preliminarmente, o efeito sobre a variância das rendas dada por:

$$V_x = \frac{1}{n} \sum (x_i - \mu)^2$$

Após uma transferência regressiva de renda, a expressão para a variância fica:

$$V_x = \frac{1}{n} \sum_{i \neq h,j} (x_i - \mu)^2 + \frac{1}{n} (x_h - \theta - \mu)^2 + \frac{1}{n} (x_j + \theta - \mu)^2$$

Derivando e simplificando, obtemos:

$$\frac{dV_x}{d\theta} = \frac{2}{n} (2\theta + x_j - x_h) \quad (12)$$

Segue-se que:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta V_x}{\theta} = \frac{2(x_j - x_h)}{n} \quad (13)$$

O coeficiente de variação (C) é dado por:

$$C = \frac{V_x^{0,5}}{\mu} \quad (14)$$

Então:

$$\frac{dC}{dV_x} = \frac{1}{2\mu V_x^{0,5}} \quad (15)$$

De (12), (14) e (15) segue-se que:

$$\frac{dC}{d\theta} = \frac{1}{n\mu^2 C} (2\theta + x_j - x_h) \quad (16)$$

e

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\theta} = \frac{x_j - x_h}{n\mu^2 C} \quad (17)$$

2.5 - A variância dos logaritmos das rendas

A variância dos logaritmos das rendas é dada por:

$$V_z = \frac{1}{n} \sum \left(\ln x_i - \frac{1}{n} \sum \ln x_i \right)^2 \quad (18)$$

Repetindo o procedimento utilizado anteriormente, obtemos:

$$\frac{dV_z}{d\theta} = \frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_j + \theta} \ln \frac{x_j + \theta}{g} - \frac{1}{x_h - \theta} \ln \frac{x_h - \theta}{g} \right) \quad (19)$$

onde g é a média geométrica das rendas após a transferência regressiva. De (19) segue-se que:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta V_z}{\theta} = \frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_j} \ln \frac{x_j}{g} - \frac{1}{x_h} \ln \frac{x_h}{g} \right) \quad (20)$$

2.6 - Outra medida

Outra medida de desigualdade associada aos logaritmos das rendas é:

$$W = \frac{1}{n} \sum (\ln x_i - \ln \mu)^2 \quad (21)$$

Para essa medida obtemos:

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_j + \theta} \ln \frac{x_j + \theta}{\mu} - \frac{1}{x_h + \theta} \ln \frac{x_h - \theta}{\mu} \right) \quad (22)$$

e

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\theta} = \frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_j} \ln \frac{x_j}{\mu} - \frac{1}{x_h} \ln \frac{x_h}{\mu} \right) \quad (23)$$

2.7 - Duas maneiras de comparar transferências regressivas

Interessa-nos analisar como o efeito da transferência regressiva varia com o nível de renda das pessoas envolvidas. Para isso, vamos considerar duas maneiras de estabelecer a relação entre as rendas x_h e x_j :

a) uma dada razão, ou seja,

$$x_j = \beta x_h, \text{ com } \beta > 1;$$

b) uma dada diferença, ou seja,

$$x_j = x_h + \alpha, \text{ com } \alpha > 0.$$

A análise da sensibilidade das diversas medidas de desigualdade a transferências regressivas tem sido feita fixando a *diferença* entre os pares de rendas considerados. Será dada ênfase, aqui, à opção de comparar transferências regressivas com dada *razão* entre as rendas envolvidas, isto é, transferências regressivas nas quais se fixa em quanto a renda do relativamente rico é *percentualmente* mais alta do que a do relativamente pobre. Isso corresponde a medir as rendas em uma escala logarítmica.

3 - Transferência regressiva com uma dada razão entre as rendas

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos quando consideramos $x_j = \beta x_h$ nas expressões (2), (5), (11), (17), (20) e (23). Deixamos de analisar o índice de Theil (T) por ser uma medida derivada da redundância (R) e, conseqüentemente, o efeito da transferência regressiva terá o mesmo comportamento nos dois casos, como mostra a comparação de (5) e (8).

Verifica-se que o efeito de uma transferência regressiva sobre G , R , L ou C é sempre positivo, mostrando que essas medidas obedecem à condição de Pigou-Dalton. Por outro lado, para V_z e W , o efeito da transferência regressiva pode ser negativo, mostrando que essas medidas não obedecem à condição de Pigou-Dalton. Para que o efeito de uma transferência regressiva sobre a variância dos logaritmos das rendas (V_z) seja negativo é necessário que a menor renda envolvida (x_h) seja maior do que a média geométrica das rendas (g). No caso de W , é necessário que x_h seja maior do que a média aritmética (μ). No caso particular em que $\beta = 2$, isto é, $x_j = 2x_h$, pode-se verificar que o efeito sobre V_z será negativo para $x_h > 2g$ e o efeito sobre W será negativo para $x_h > 2\mu$.

A Tabela 1 mostra que, para uma transferência regressiva com dada razão entre as rendas, o efeito sobre a redundância independe de x_h . Então, para esse tipo de transferência, a redundância (ou o índice de Theil) é igualmente sensível para transferências na parte inferior ou superior da distribuição.

Para o L de Theil, o efeito é inversamente proporcional a x_h , mostrando que esse índice é mais sensível a transferências entre os relativamente pobres.

Para o coeficiente de variação, o efeito é diretamente proporcional a x_h , mostrando que essa medida de desigualdade é especialmente sensível a transferências envolvendo os ricos.

Para V_z e W o efeito diminui quando x_h aumenta, tornando-se inclusive negativo para rendas elevadas.

Vamos analisar, finalmente, o índice de Gini, no qual o efeito depende de $(j - h)/n$, isto é, da freqüência relativa de pessoas no intervalo de x_h a x_j . Uma dada razão entre as rendas corresponde a uma dada diferença entre os logaritmos das rendas. Então, para β perto de 1, o valor de $(j - h)/n$ corresponde à densidade de

TABELA 1

O efeito de uma transferência regressiva com uma dada razão entre as rendas ($x_j / x_h = \beta > 1$) sobre várias medidas de desigualdade

Medida de desigualdade	$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\theta}$
Índice de Gini (G)	$\frac{2}{n^2 \mu} (j - h)$
Redundância (R)	$\frac{1}{n \mu} \ln \beta$
L de Theil (L)	$\frac{\beta - 1}{n \beta x_h}$
Coefficiente de variação (C)	$\frac{(\beta - 1) x_h}{n \mu^2 C}$
Variância dos logaritmos (V_z)	$\frac{2}{n} \left(\frac{1}{\beta x_h} \ln \beta + \frac{\beta - 1}{\beta x_h} \ln \frac{g}{x_h} \right)$
W	$\frac{2}{n} \left(\frac{1}{\beta x_h} \ln \beta + \frac{\beta - 1}{\beta x_h} \ln \frac{\mu}{x_h} \right)$

freqüência relativa dos logaritmos das rendas — ou, no caso de uma distribuição contínua, à densidade de probabilidade do logaritmo da renda. Então, o índice de Gini é mais sensível a esse tipo de transferência regressiva quando esta envolve pessoas cujas rendas estão na parte da distribuição onde é máxima a densidade de freqüência relativa dos logaritmos das rendas. Veremos que isso ocorre em torno da renda *mediana*.

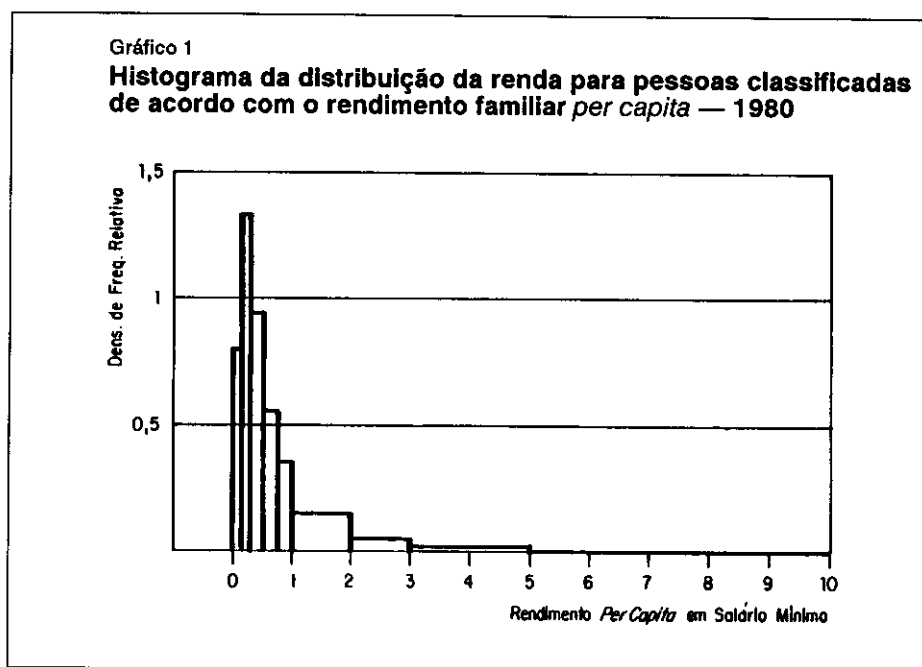
Na sua parte central, a distribuição da renda é semelhante a uma distribuição log-normal. Para essa distribuição, se os logaritmos das rendas têm média m e variância σ^2 , então a renda mediana é $\exp(m)$, a renda média é $\exp(m + 0,5 \sigma^2)$ e a renda modal é $\exp(m - \sigma^2)$ [ver Aitchison e Brown (1957, p. 9)]. Note-se que m é também a mediana e a moda na distribuição dos logaritmos das rendas. Verifica-se, portanto, que para uma distribuição log-normal o ponto de máxima densidade de probabilidade do logaritmo da renda corresponde à renda mediana.

Para ilustrar essa questão, vamos examinar a distribuição das pessoas, no Brasil, conforme sua renda familiar *per capita*, de acordo com o Censo Demográfico de

1980 do IBGE. As pessoas são classificadas em nove estratos de renda familiar *per capita*, cujos limites, em salários mínimos de agosto de 1980, são:

- 0 a $1/8$,
- mais de $1/8$ a $1/4$,
- mais de $1/4$ a $1/2$,
- mais de $1/2$ a $3/4$,
- mais de $3/4$ a 1,
- mais de 1 a 2,
- mais de 2 a 3,
- mais de 3 a 5,
- mais de 5.

Note-se que as pessoas sem rendimento foram incluídas no primeiro estrato. Para construir o histograma apresentado no Gráfico 1 foi estabelecido um limite superior de 10 salários mínimos para o último estrato. Já para construir o histograma da distribuição do logaritmo do rendimento *per capita* o rendimento mínimo foi fixado em $1/80$ de salário mínimo.



Obtivemos, para esses dados, um rendimento médio de 1,10 salário mínimo e um rendimento mediano de 0,50 salário mínimo [ver Hoffmann e Kageyama (1986, p. 43)]. O Gráfico 1 mostra que o estrato modal é o de 1/8 a 1/4 de salário mínimo.

4 - Transferência regressiva com dada diferença entre as rendas

A Tabela 2 mostra as expressões para os efeitos de uma transferência regressiva em que $x_j = x_h + \alpha$, com $\alpha > 0$.

Para esse tipo de transferência, o valor de $j - h$ está associado à densidade de frequência da distribuição da renda. Portanto, nesse caso, o índice de Gini é mais sensível a transferências envolvendo rendas em torno da moda da distribuição [ver Kakwani (1980, p. 73)]. Na distribuição representada no Gráfico 1 a classe modal é a de mais de 1/8 a 1/4 de salário mínimo *per capita*. Cabe lembrar que, em

TABELA 2

O efeito de uma transferência regressiva com dada diferença entre as rendas ($x_j = x_h + \alpha$, com $\alpha > 0$) sobre várias medidas de desigualdade

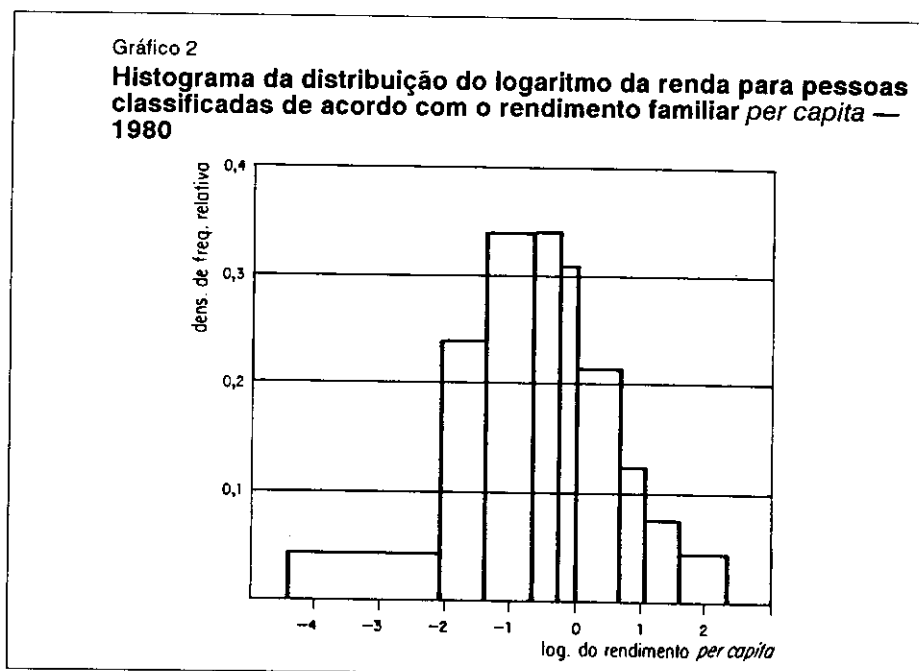
Medida de desigualdade	$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\theta}$
Índice de Gini (G)	$\frac{2}{n^2 \mu} (j - h)$
Redundância (R)	$\frac{1}{n \mu} \ln \left(1 + \frac{\alpha}{x_h} \right)$
L de Theil (L)	$\frac{\alpha}{n x_h (x_h + \alpha)}$
Coefficiente de variação (C)	$\frac{\alpha}{n \mu^2 C}$
Variância dos logaritmos (V_2)	$\frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_h + \alpha} \ln \frac{x_h + \alpha}{g} - \frac{1}{x_h} \ln \frac{x_h}{g} \right)$
W	$\frac{2}{n} \left(\frac{1}{x_h + \alpha} \ln \frac{x_h + \alpha}{\mu} - \frac{1}{x_h} \ln \frac{x_h}{\mu} \right)$

distribuições com forte assimetria positiva, como ocorre com a distribuição da renda, a moda é substancialmente menor do que a mediana (que, por sua vez, é menor do que a média).

Observa-se, no Gráfico 2, que o terceiro e o quarto estratos são os que apresentam maior densidade de frequência do logaritmo do rendimento, verificando-se que o rendimento mediano coincide, praticamente, com o limite entre esses dois estratos. De acordo com o que foi previsto com base na distribuição log-normal, é em torno da mediana que a densidade de frequência dos logaritmos dos rendimentos é máxima.

A Tabela 2 mostra que o efeito na redundância de uma transferência regressiva com dada diferença entre as rendas diminui com o valor de x_h . Cabe assinalar, entretanto, que, em comparação com o índice de Gini, a redundância é mais sensível a transferências entre rendas elevadas. Consideremos, por exemplo, transferências com $\alpha = 0,25$ e $x_h = 0,50$ ou $x_h = 8$. Para $x_h = 8$, o efeito sobre a redundância é cerca de 13 vezes menor do que para $x_h = 0,50$. Mas, considerando a distribuição do Gráfico 1, para $x_h = 8$, o efeito sobre o índice de Gini é pelo menos 90 vezes menor do que para $x_h = 0,50$.

Para o índice L verifica-se que o efeito da transferência regressiva diminui rapidamente com x_h (que aparece duas vezes, de forma multiplicativa, no denominador da expressão). Isso mostra que essa medida de desigualdade é bem mais sensível para transferências entre os relativamente pobres.



Para o coeficiente de variação, verifica-se que o efeito da transferência regressiva com dada diferença entre as rendas independe do valor dessas rendas [ver Kakwani (1980, p. 87)].

Para a variância dos logaritmos e W pode-se verificar, novamente, que o efeito se torna negativo para rendas relativamente elevadas, mostrando que essas medidas não obedecem à condição de Pigou-Dalton.

5 - O gráfico das sensibilidades relativas

Nesta seção vamos apresentar um gráfico que mostra a sensibilidade relativa do índice de Gini, da redundância, do índice L de Theil e do coeficiente de variação para transferências regressivas com uma dada razão entre as rendas. Note-se que vamos considerar apenas medidas de desigualdade que obedecem à condição de Pigou-Dalton e transferências com $x_j / x_h = \beta > 1$.

Para estabelecer como a sensibilidade do índice de Gini varia com o nível de renda, vamos considerar uma distribuição log-normal com parâmetros $m = -0,7$ e $\sigma^2 = 1,5$ (média e variância dos logaritmos das rendas). Para essa distribuição, o rendimento médio é 1,05, o mediano é 0,50, o modal é 0,11 e o índice de Gini é 0,61. Trata-se de características semelhantes às da distribuição representada no Gráfico 1 (média 1,10, mediana 0,50, classe modal de 0,125 a 0,250 e índice de Gini 0,61), referente às pessoas, no Brasil, em 1980, classificadas de acordo com o rendimento familiar *per capita*. Considera-se um valor de β pouco superior a 1, para que a sensibilidade relativa do índice de Gini possa ser associada à densidade de probabilidade do logaritmo da renda.⁴

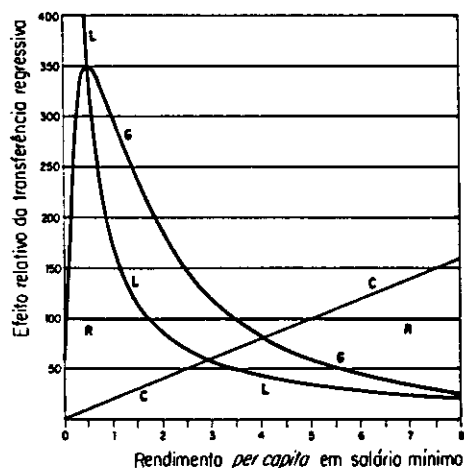
As curvas que mostram a sensibilidade relativa de G , R , L e C a transferências regressivas com dada razão entre as rendas estão no Gráfico 3. Como a finalidade é comparar a sensibilidade relativa dessas medidas de desigualdade, as curvas foram construídas de maneira que o seu valor médio no intervalo de $x_h = 0,05$ a $x_h = 10$ fosse aproximadamente igual a 100 para as quatro medidas de desigualdade (note-se que, para maior clareza, o rendimento máximo considerado no gráfico é apenas de oito salários mínimos *per capita*).

A curva da sensibilidade relativa da variância dos logaritmos (que não é apresentada no Gráfico 3) decresce mais rapidamente do que a curva referente ao L de Theil, e torna-se negativa para rendimentos *per capita* superiores a 1,35 salário mínimo. A curva da sensibilidade relativa da medida W tem um comportamento semelhante, tornando-se negativa para rendimentos *per capita* superiores a 2,86

4 Desde que seja bastante próximo de 1, o valor de β não afeta a posição das curvas do Gráfico 3. É indiferente, por exemplo, considerar $\beta = 1,01$ ou $\beta = 1,001$. Embora o valor do efeito da transferência regressiva sobre as medidas de desigualdade diminua quando β diminui, o comportamento das sensibilidades relativas é estável para valores de β próximos de 1.

Gráfico 3

Sensibilidade relativa do índice de Gini (G), da redundância (R), do índice L de Theil (L) e do coeficiente de variação (C) a transferências regressivas com dada razão entre as rendas



salários mínimos. Parece-nos que, por não obedecerem à condição de Pigou-Dalton, a variância dos logaritmos das rendas e W não são medidas apropriadas da desigualdade da distribuição de renda. Defensores da variância dos logaritmos argumentam que ela é uma medida interessante por ser mais sensível a transferências regressivas entre os relativamente pobres.

Entretanto, ao se compararem duas distribuições, o efeito negativo de transferências regressivas entre pessoas relativamente ricas pode mascarar o efeito de transferências entre pessoas relativamente pobres. Considere-se, por exemplo, 10 pessoas com rendas iguais a 2, 2, 2, 4, 4, 6, 8, 12, 30 e 30. É feita uma transferência de uma unidade da terceira para a quarta pessoa, e uma transferência de 15 unidades da nona para a décima pessoa. Nos dois casos está-se criando desigualdade entre pessoas que tinham rendas iguais. Após essas transferências, as rendas são 2, 2, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 15 e 45. Pode-se verificar que a variância dos logaritmos *diminui* de 0,969 para 0,959, apesar de ter sido feita uma transferência que criou desigualdade entre duas pessoas relativamente pobres.

6 - Conclusão

O conhecimento da sensibilidade relativa das diversas medidas de desigualdade a transferências regressivas efetuadas em vários pontos da distribuição é fundamental

para a escolha das medidas mais apropriadas, conforme os objetivos da pesquisa que estiver sendo feita.

A obediência à condição de Pigou-Dalton parece-nos essencial para que um índice seja considerado uma medida da desigualdade de uma distribuição. O argumento de que a variância dos logaritmos das rendas é uma medida de desigualdade interessante, por ser sensível ao que ocorre entre os relativamente pobres, pode ser rebatido considerando que os efeitos negativos de transferências regressivas entre ricos pode mascarar os efeitos positivos de transferências regressivas entre pobres. É claro que a variância dos logaritmos pode ser usada como uma medida da *dispersão dos logaritmos* das rendas. O pesquisador que desejar uma medida de desigualdade especialmente sensível ao que ocorre entre os pobres pode usar o índice L de Theil.

Quando se fixa a *razão* entre as rendas das pessoas envolvidas na transferência regressiva, a redundância (ou o índice de Theil) é a medida de desigualdade que se mostra igualmente sensível ao longo de toda a distribuição. O coeficiente de variação é relativamente mais sensível ao que ocorre nas faixas de renda mais elevadas e o índice L de Theil é mais sensível a transferências regressivas entre pobres. A sensibilidade do índice de Gini é proporcional à densidade de frequência relativa dos logaritmos das rendas que, para uma distribuição log-normal, é máxima para a renda mediana.

Considerando transferências regressivas com dada razão entre as rendas, o Gráfico 3 permite visualizar como a sensibilidade das principais medidas de desigualdade varia em função do nível de renda.

Abstract

This paper compares the sensitivity of the main inequality measures to regressive transfers at different points of the income distribution. The comparison is made considering two possible relations between the incomes affected by the transfer: a given difference or a given ratio. A graph is presented showing the curves of relative transfer sensitivity of the main inequality measures for a lognormal distribution similar to the distribution of income in Brazil.

Bibliografia

- AITCHISON, J., BROWN, J. A. C. *The lognormal distribution, with special reference to its uses in economics*. New York, Cambridge University Press, 1957.
- CASTAGNOLI, E., MULIERE, P. A note on inequality measures and the Pigou-Dalton principle of transfers. In: DAGUN, C., ZENGA, M., orgs. *Income and wealth distribution, inequality and poverty*. Proceedings, 1989. Berlin, Springer-Verlag, 1990.

- DENSLow Jr., D., TYLER, W. G. Perspectivas sobre pobreza e desigualdade de renda no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 13, n. 3, p. 863-904, dez. 1983.
- HOFFMANN, R. *Estatística para economistas*. 2a. ed. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1991.
- HOFFMANN, R., KAGEYAMA, A. A. Distribuição da renda no Brasil, entre famílias e entre pessoas, em 1970 e 1980. *Estudos Econômicos*, v. 16, n. 1, p.25-51, jan./abr. 1986.
- KAKWANI, N. C. *Income inequality and poverty: methods of estimation and policy applications*. Oxford University Press (A World Bank Research Publication), 1980.
- RAMOS, L. R. A., BARROS, R. P. *Medidas de desigualdade*. Rio de Janeiro, IPEA/INPES, 1989 (Texto apresentado na terceira Escola de Séries Temporais e Econometria).
- SHORROCKS, A. F., FOSTER, J. E. Transfer sensitive inequality measures. *Review of Economic Studies*, n. 54, p.485-497, 1987.

(Originais recebidos em abril de 1992. Revisos em setembro de 1992.)