A carteira de ações da corretora: uma análise econômica*

LUIZ GUILHERME SCHYMURA DE OLIVEIRA**

Será que as corretoras, além de intermediar as negociações com ações, poderiam ter em suas carteiras estes títulos arriscados? Esta questão polêmica é discutida, com a ajuda de um modelo, levando em consideração três aspectos principais: a) *a informação transportada pelo preço da ação;* b) *o retorno esperado dos agentes que compõem o mercado de capitais; e* c) *a liquidez do mercado. Verifica-se que a carteira de ações da corretora tem um efeito negativo em todos os três pontos acima mencionados, sugerindo que não deveria ser permitido à intermediária ter ações em sua carteira.*

1 - Introdução

Em todos os mercados acionários interagem alguns tipos de agentes econômicos. Este trabalho preocupa-se em estudar um em especial, a corretora.

Sabe-se que a presença desta intermediária financeira é essencial tanto para a compra como para a venda de ações, porque sem ela os demandantes e ofertantes do papel teriam dificuldades em casar suas operações. Portanto, a importância deste agente de intermediação no contexto do mercado financeiro é inquestionável. Contudo, existe muita controvérsia quanto ao fato da corretora, além de intermediar negociações com ações, possuir este título arriscado em sua carteira.

A proposta deste trabalho é tentar responder a esta questão polêmica, comparando os equilíbrios em mercados onde a corretora é apenas uma intermediária financeira com aqueles em que, além de intermediar operações financeiras, possui este ativo em sua carteira. Esta discussão decorre do fato de que no mercado acionário existem agentes que possuem informações privilegiadas sobre determinadas empresas, e estes indivíduos, assim como todos os potenciais compradores e vendedores deste papel, utilizam os serviços de uma intermediária financeira para operar com ações.

---

* Este trabalho é uma versão revisada do Capítulo 2 de minha tese doutoral [Oliveira (1989)]. Gostaria de agradecer a Sérgio Ribeiro da Costa Werlang pelas muitas discussões sobre a elaboração do modelo.

** Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas.

Pesq. Plan. Econ., Rio de Janeiro, v. 22, n. 1, p. 169-188, abr. 1992

Por outro lado, acredita-se que, quando a corretora tem ações em sua carteira, o mercado acionário torna-se mais líquido e o preço deste título hoje carrega mais informações sobre o preço do mesmo amanhã, tornando o mercado mais eficiente.

Como se vê, a questão é polêmica. De um lado tem-se a corretora tirando proveito de uma informação que deveria ser de conhecimento comum (a ordem de compra ou venda de ações por parte de seus clientes), enquanto que, por outro, esta mesma intermediária de transações dá mais liquidez ao mercado e faz com que o preço do ativo arriscado transporte mais informações sobre o "verdadeiro" valor da firma.

Com o intuito de dar uma base teórica a esta questão controversa, desenvolve-se um modelo matemático[1] e, através dele, busca-se responder as seguintes questões: será que o fato da corretora demandar ações torna o mercado mais líquido? E quanto ao retorno dos agentes que compõem o mercado, o que ocorre? E quanto à informação transportada no preço da ação sobre o verdadeiro desempenho da firma, aumenta ou diminui?

O trabalho está dividido em quatro seções. Na Seção 2, desenvolve-se o modelo de negociação com informação assimétrica, onde coexistem quatro tipos diferentes de agentes interagindo no mercado: um indivíduo com informação privilegiada sobre a firma, indivíduos desinformados, os técnicos de mercado e a corretora. Como é um modelo de expectativas racionais, determinam-se os equilíbrios de Nash a ele associados. Desenvolve-se, na Seção 3, uma análise comparativa dos equilíbrios de Nash encontrados: *a*) a corretora é apenas uma intermediária financeira; e *b*) a corretora, além de intermediar operações financeiras, mantém ações em sua carteira. Finalmente, na última seção, colecionam-se os principais resultados encontrados para, em seguida, confrontá-los com as suposições apresentadas nesta introdução.

2 - Descrição do modelo

O principal objetivo deste trabalho, como visto, é descobrir os efeitos, no mercado de capitais, da corretora possuir uma carteira de ações. Com este intuito, desenvolve-se a seguir uma extensão do modelo de Kyle (1985).

Suponha-se que em uma economia coexistam quatro tipos distintos de agentes: *a*) um investidor que tem acesso às informações privilegiadas sobre a firma em questão, isto é, ele conhece o preço da ação, P_1, no período 1; *b*) r investidores aleatórios que, como o próprio nome sugere, não têm qualquer informação privada sobre a empresa; *c*) uma corretora que recebe as ordens de compra e venda da ação (ordens conjuntas do investidor e dos r investidores aleatórios), ou seja, a interme-

1 A estrutura do modelo é muito semelhante à do de Kyle (1985).

diária recebe os pedidos de compra ou venda do papel, não conseguindo determinar qual das ordens é oriunda do investidor com informações privilegiadas;[2] e *d*) os técnicos de mercado, por hipótese em um grande número, são os agentes que não permitem que o preço do papel seja diferente de seu preço competitivo e, conseqüentemente, cotam o preço do título; e

Dois títulos: *a*) uma ação A que vale P_0 no período inicial ($t = 0$) e P_1 no período seguinte ($t = 1$); e *b*) um título sem risco que rende R cruzeiros no período 1 para cada cruzeiro aplicado no período zero.

A negociação é realizada em três estágios: no primeiro, o indivíduo "bem" informado e os r aplicadores aleatórios determinam a quantidade do título arriscado que demandarão; no segundo estágio, a ordem de compra ou venda conjunta dos $r + 1$ aplicadores é recebida pela corretora. Com base nela (que tecnicamente seria apenas uma), esta intermediária financeira decide a quantidade do ativo arriscado que manterá em sua carteira. No terceiro estágio, os analistas de mercado, com base na quantidade total de ações demandadas nos dois primeiros, determinam o preço de competição do papel, isto é, cotam o preço da ação.

Para a formalização do modelo é necessário definir algumas variáveis. Primeiramente, o preço da ação A no tempo 1 é uma variável aleatória, $\tilde{P}_1$, com distribuição marginal normal de média $\bar{p}_1$ e variância σ_p^2; a demanda total pelo ativo arriscado por parte dos r investidores aleatórios é descrita por uma variável aleatória, $\tilde{w}$, com distribuição marginal normal de média zero e variância σ_w^2.

Supõe-se que as variáveis aleatórias $\tilde{P}_1$ e $\tilde{w}$ são independentemente distribuídas. As estratégias que representam a demanda pelo ativo arriscado por parte do especulador e da corretora são descritas por $X_1(.)$ e $X_2(.)$, respectivamente. A estratégia de preços dos técnicos de mercado é dada por $P_0(.)$.

Dito isto, tem-se as condições para a formulação do modelo. No primeiro estágio, as variáveis aleatórias $\tilde{P}_1$ e w são realizadas. O investidor, com base no seu conhecimento de P_1, maximiza seu lucro (por hipótese, ele é neutro ao risco), ou seja: onde as variáveis entre parênteses são argumentos da função.

$$\underset{X_1(\cdot)}{\text{MAX}} \; E\left\{ \left[\tilde{P}_1 - R P_0(x_1 + x_2 + \tilde{w})\right] x_1 / \tilde{P}_1 = P_1 \right\} \tag{1}$$

No segundo estágio, a corretora recebe as ordens conjuntas de venda ou compra de ações por parte do aplicador com informação privilegiada e dos r investidores aleatórios, que negociam no mercado através desta intermediária financeira (que

2 A introdução do agente corretora é a diferença básica entre a estrutura do modelo apresentado neste artigo e a de Kyle (1985).

não conhece a quantidade demandada por cada um deles separadamente, isto é, não consegue distinguir o aplicador com informação privilegiada dos demais aplicadores), e com base nesta informação determina a quantidade ótima de ações que deve colocar em carteira, de modo a maximizar seu ganho esperado (por hipótese, também é neutra ao risco). Logo:

$$\underset{X_2(\cdot)}{\text{MAX}}\ E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(\tilde{x}_1 + x_2 + \tilde{w})\right] x_2 / X_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w}\right\} \tag{2}$$

Finalmente, no terceiro estágio, a corretora entrega aos analistas de mercado (funciona como se a intermediária levasse ao pregão da bolsa de valores) a demanda total pela ação, $x_1 + x_2$. Estes últimos aproveitam-se de seu conhecimento da procura global pelo papel e, devido à competição entre eles e à neutralidade diante do risco, cotam o preço da ação de forma a tornar o mercado eficiente no sentido semiforte:

$$P_0(z) = \frac{1}{R} E\left[\tilde{P}_1 / \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \tilde{w} = z\right] \tag{3}$$

onde $X_1(\tilde{P}_1) = \tilde{x}_1$ e $X_2(\tilde{x}_1 + \tilde{w}) = \tilde{x}_2$.

Dessa maneira, resta mostrar que existe um equilíbrio matematicamente tratável. O teorema abaixo garante a existência do equilíbrio quando as estratégias acima descritas, $X_1(\cdot)$, $X_2(\cdot)$ e $P_0(\cdot)$, são funções lineares.

Teorema 1:

Suponha-se que as estratégias sejam descritas pelas seguintes funções lineares:

$$X_1(P_1) = a + bP$$

$$X_2(y) = c + dy$$

$$RP_0(z) = e + fz$$

Desta forma, existem dois equilíbrios de Nash:

1º)

$$X'_1(P_1) = \left[P_1 - \bar{p}_1\right] \cdot \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \tag{4a}$$

$$X'_2(y) = 0 \tag{4b}$$

$$RP'_0(z) = \bar{p}_1 + z \cdot \frac{\sigma_p}{2\sigma_w} \tag{4c}$$

2º)

$$X''_1(P_1) = \left[P_1 - \bar{p}_1\right] \cdot \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \tag{5a}$$

$$X_2(y) = \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right] \cdot y \tag{5b}$$

$$RP''_0(z) = \bar{p}_1 + z \tag{5c}$$

Demonstração: ver Apêndice.

Como se vê, existem dois equilíbrios de expectativas racionais distintos, onde, no primeiro, a corretora, contrariamente ao segundo, não possui carteira própria de ações.

3 - Análise dos resultados

Nesta seção, confrontam-se os resultados decorrentes de um mercado em que a corretora trabalha somente como uma intermediária financeira — 1º equilíbrio, equação (4) —, com o caso em que ela utiliza as informações que lhe são dadas $(X_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w})$ para tirar proveito próprio, isto é, para maximizar seu lucro — equilíbrio 2, equação (5).

Como discutido na introdução, quer-se determinar os efeitos da carteira de ações da corretora sobre: *a*) o retorno esperado dos diversos agentes, dado que a corretora faz uso de uma informação que deveria ser de domínio público; *b*) a liquidez do mercado; e *c*) as informações transportadas pelo preço da ação em $t = 0$ sobre o valor da firma em $t = 1$.

3.1 - O retorno esperado dos agentes que compõem o mercado

O objetivo desta subseção é o de determinar de que maneira a corretora se beneficia com o fato de ter o conhecimento, como informação privada, do montante de ações demandadas por seus clientes (o investidor e os investidores aleatórios).

Com este intuito, deve-se determinar o lucro esperado de cada um dos indivíduos que operam com ações, em cada um dos equilíbrios, para, em seguida, verificar-se o que ocorreria com o ganho esperado de equilíbrio dos agentes quando não existisse assimetria informacional entre os aplicadores.

O retorno esperado dos participantes deste mercado, nos dois equilíbrios, é discutido na proposição abaixo.

Proposição 1:

O lucro esperado do investidor com informação privilegiada e dos técnicos de mercado não se altera quando a corretora passa a ter ações em carteira, $\left[P_1 - \bar{P}_1\right]^2 \cdot \frac{\sigma_w}{2\,\sigma_p}$ e 0 (zero), respectivamente. No entanto, o retorno esperado da corretora é maior quando esta possui uma carteira própria contendo ações, passa de 0 para $2 \cdot \left[\frac{\sigma_p}{2\,\sigma_w} - 1\right]^2 \cdot y^2$, onde $y = X_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w}$ representa a demanda conjunta do investidor e dos r investidores aleatórios pelo título.

Demonstração: ver Apêndice.

Como este mercado funciona como um jogo de soma zero, isto é, os ganhos de um são as perdas de outros e vice-versa, o retorno esperado dos investidores aleatórios pode ser retirado por resíduo:

$$\pi_A = -\pi_I - \pi_C - \pi_{TM}$$

onde:

π_A = lucro esperado dos investidores aleatórios

π_I = lucro esperado do investidor com informação privilegiada

π_C = lucro esperado da corretora

π_{TM} = lucro esperado dos técnicos de mercado.

Para o caso da corretora apenas intermediar as operações,

$$\pi'_A = -\left[P_1 - \bar{p}_1\right]^2 \cdot \frac{\sigma_w}{2\sigma_p}$$

Enquanto que, quando se tem a corretora também demandante do papel:

$$\pi''_A = -\left[P_1 - \bar{p}_1\right]^2 \cdot \frac{\sigma_w}{2\sigma_p} - 2\left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right]^2$$

Verifica-se facilmente que $\pi''_A < \pi'_A, \pi'_I = \pi''_I, \pi'_{TM} = \pi''_{TM}$ e $\pi'_C < \pi''_C$. Por conseguinte, o ganho esperado positivo da corretora é todo financiado pelos poupadores desinformados. Ou seja, a carteira de ações da intermediária prejudica diretamente os pequenos aplicadores.

Um outro ponto importante diz respeito à proveniência do lucro positivo esperado da intermediária quando esta tem ações em seu patrimônio. Na introdução, afirmou-se que este ganho é oriundo da assimetria informacional existente entre os aplicadores. A proposição 2 abaixo confirma esta intuição.

Proposição 2:

Suponha-se que não existam aplicadores com informações privilegiadas atuando no mercado, então a carteira de ações da corretora não tem qualquer influência sobre o retorno esperado dos demais agentes econômicos.

Demonstração:

O preço cotado pelos técnicos de mercado é dado por:

$$RP_0(z) = e + fz = E\left[\tilde{P}_1 / X_2(\tilde{w}) + \tilde{w} = z\right]$$

Como corr $(\tilde{P}_1, \tilde{w}) = 0$, vem que:

$$E\left[\tilde{P}_1 / X_2(\tilde{w}) + \tilde{w} = z\right] = \bar{p}_1 \rightarrow RP_0(z) = \bar{p}_1$$

Logo, o retorno esperado da corretora é:

$$E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(x_2+\tilde{w})\right]/\tilde{w}=w\right\} = \left[\bar{p}_1 - \bar{p}_1\right]x_2 = 0$$

Então a carteira de ações da intermediária não provoca nenhuma distorção na economia.

C.Q.D.

Como já se supunha, a corretora aproveita-se das informações que obtém na intermediação para tornar seu lucro esperado positivo. Os financiadores deste ganho são os investidores desinformados.

3.2 - A informação transportada pelo preço da ação

Sabe-se da proposição 3 que, quando não existe assimetria informacional, o preço da ação em $t = 0$ não traz nenhuma informação adicional sobre o preço da mesma em $t = 1$, e a justificativa é simples, todos os indivíduos que atuam no mercado em $t = 0$ enxergam $\tilde{P}_1$ como uma variável aleatória normal com variância σ_p^2, isto é, o preço da ação no período inicial não pode gerar uma informação que não existe.

A proposição 3 garante que quando existe o aplicador "bem informado" o preço do papel na data inicial é uma nova fonte de informação, e, além disto, a carteira de ações da corretora não altera o conteúdo informacional do preço do título na data zero.

Proposição 3:

Em ambos os equilíbrios com assimetria informacional — equações (4) e (5) — a variável aleatória $R\tilde{P}_0$ tem uma distribuição marginal normal de média $\bar{p}_1$ e variância $\frac{\sigma_p^2}{2}$.

Demonstração: ver Apêndice.

Assim, a quantidade de informação transportada pelo preço do ativo no período inicial independe do fato da corretora possuir ou não ações em sua carteira. Este resultado aparentemente contraditório mostra o desinteresse da corretora em entrar em conflito com o investidor com informação privilegiada.[3] Ao criar uma

3 Tendo em vista que o lucro esperado do aplicador "bem informado" é tão maior quanto maior a desinformação sobre o preço da ação na data final.

perda para seu "informante", a intermediária estaria sujeita a sofrer retaliações deste último.

3.3 - A liquidez do mercado

Um mercado de capitais líquido é necessário para que os agentes atuantes neste segmento da economia transacionem seus papéis de modo fácil e rápido. Desta feita, define-se liquidez de mercado como sendo a sensibilidade do preço do ativo com relação à decisão de compra ou venda de uma unidade do mesmo. No presente trabalho, entretanto, esta simples definição pode ser enganosa. A confusão é gerada pelo fato da corretora também demandar ações. Há de se notar que, quando um poupador decide comprar uma ação, sua ordem é acompanhada por uma ordem da corretora, o que, na visão do mercado, funciona como se o aplicador tivesse dado uma ordem de compra igual a sua demanda inicial adicionada à da corretora. Devido a isso, o conceito de liquidez de mercado deve ser considerado em duas formas: a primeira, cuja demanda da corretora pelo título arriscado é computada no volume total negociado, denomina-se liquidez "popular"; e a segunda, na qual se exclui do volume transacionado o montante do papel comprado para a carteira própria da intermediária, dá-se o nome de liquidez "verdadeira".

Isto posto, o parâmetro no modelo que está associado à idéia de liquidez de mercado é f, onde $RP(z) = e + fz$; quando f é grande, o preço da ação reage muito a qualquer ordem de compra ou venda do ativo em questão. Quando f é pequeno, ocorre o oposto, ocasião em que se comporta como um papel líquido.

Dessa forma, quando a corretora é apenas uma intermediária financeira $f' = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$, e quando também demanda ativos $f'' = 1$.

Assim, no 1º equilíbrio, $f' = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$, a liquidez do mercado é tão maior quanto maior for a quantidade de investidores desinformados que estiverem operando no mercado (σ_w^2) e quanto menor for a incerteza com relação à realização do preço no período seguinte (σ_p^2), o que parece bem intuitivo. Dessa forma, quando a quantidade de pequenos investidores é grande ou a qualidade da informação do investidor não é boa, os analistas de mercado não precisam se preocupar com uma ordem de compra, porque, de fato, pouca informação carrega sobre o "verdadeiro" valor da firma, P_1. No 2º equilíbrio, $f'' = 1$, a medida de liquidez "popular" independe dos parâmetros da economia.

Contudo, o sentido de liquidez que se deve ter em mente é o de liquidez "verdadeira", tendo em vista que esta definição é a que está associada à movimentação no preço do ativo devido à ordem de compra de um dos agentes. A proposição 4 mostra que a variação no preço da ação que um potencial aplicador encontra ao tentar comprar este papel independe do fato de ser permitido à corretora ter o ativo arriscado em sua carteira.

Proposição 4:

A "verdadeira" liquidez de mercado é a mesma nos dois equilíbrios, sendo $\frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$ uma boa *proxy*.

Demonstração:

Sabe-se de (5*b*) que $X_2(y) = \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right] \cdot y$, onde $y = X_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w}$.

Assim, como $RP_0(z) = \bar{p}_1 + fz$, vem que no 1º equilíbrio $z' = x_1 + w$ e $f' = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$, por conseguinte $RP_0'(x_1 + w) = \bar{p}_1 + \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}\left[x_1 + w\right]$, enquanto que para o 2º equilíbrio $z'' = x_1 + w + x_2 = x_1 + w + \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right] \cdot \cdot \left[x_1 + w\right] = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}\left[x_1 + w\right]$ e $f'' = 1$, logo: $RP''_0(x_1 + w + x_2) = = \bar{p}_1 + \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}\left[x_1 + w\right]$.

Portanto, uma ordem de compra (venda) de uma unidade, por parte de um dos $r + 1$ investidores *ceteris paribus*, trará um aumento (diminuição) de $\frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$ no preço da ação, em ambos os equilíbrios.

C.Q.D.

As bolsas de valores costumam distribuir relatórios (diários), onde constam a quantidade de ações negociadas e o preço de transação para cada uma das empresas. Assim sendo, a liquidez de mercado que os diversos agentes observam está fortemente correlacionada com $1/f'$, isto é, a variação que houve no preço de uma determinada ação, quando da negociação de um determinado lote. O que, como visto na proposição 4, é um critério errado para a avaliação da "verdadeira" liquidez de mercado.

4 - Conclusão

Primeiramente, verifica-se, através do modelo, que a corretora evita um confronto direto com o aplicador bem informado, tornando-se evidente ao se observar que o lucro esperado do investidor com informação privilegiada é o mesmo nos dois equilíbrios. Assim, a intermediária recebe sua informação privada e utiliza-a de forma a não "incomodar" o *insider*.

Um outro ponto interessante diz respeito à informação transportada pelo preço da ação. Contrariamente ao que se pensa, a corretora trabalha sua carteira de ações de maneira que não aumente o conteúdo informacional do preço do papel no período inicial, deixando, assim, de gerar aumento na eficiência do mercado de capitais.

Finalmente, um resultado bastante interessante surge quando se discutem os efeitos da carteira de ações da intermediária financeira sobre a liquidez de mercado. Verifica-se que os aplicadores encontram as mesmas dificuldades para vender ou comprar títulos nos dois casos. E, uma boa *proxy* para a medida de liquidez é a proporção entre a "quantidade" de informação privilegiada no mercado e a quantidade de investidores desinformados $\frac{\sigma_p}{2\,\sigma_w}$.

Os resultados sugerem que deva ser adotada uma política que proíba as corretoras de terem ações em carteira. Contudo, deve-se observar que algumas hipóteses simplificadoras foram utilizadas na elaboração do modelo. Por exemplo, a corretora é monopolista na intermediação das ações, somente um investidor tem informações privilegiadas sobre a firma. O relaxamento de algumas destas conjecturas iniciais possivelmente levaria a resultados menos conclusivos.

Todavia, alguns pontos, oriundos do modelo, devem ser ressaltados. Primeiramente, ao se discutirem os efeitos da carteira de ações da corretora sobre a liquidez do mercado, observou-se que deve ser tomado muito cuidado quando se for definir uma variável *proxy* para a "verdadeira" liquidez do ativo, já que não se deve esquecer a interdependência existente entre os agentes. É necessário ter em mente que, ao decidir comprar uma ação, o agente está alterando a composição da carteira da corretora, tendo em vista que a intermediária financeira toma suas decisões para constituição de seu portfólio como função das ordens recebidas dos investidores. Um segundo ponto que merece destaque é a tentativa da corretora para evitar um confronto com seu cliente. O que o presente trabalho sugere é que a intermediadora procure fazer seu lucro junto, apenas, aos aplicadores desinformados. Ao tornar o preço da ação com mais conteúdo informacional e ao mesmo tempo o título mais líquido, a intermediária estaria, de fato, aumentando o retorno esperado dos agentes desinformados.

Apêndice

Teorema 1:

Suponha-se que as estratégias sejam descritas pelas funções lineares abaixo:

$$X_1(P_1) = a + bP_1 \tag{A1}$$

$$X_2(y) = c + dy \tag{A2}$$

$$RP_0(z) = e + fz \tag{A3}$$

Demonstração:

1) Como o investidor maximiza lucro, tem-se de (1) que o aplicador com informações privilegiadas procura:

$$\underset{x_1}{\text{MAX}}\ E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(x_1 + x_2 + \tilde{w})\right]x_1 / \tilde{P}_1 = P_1\right\}$$

o que equivale a:

$$\underset{x_1}{\text{MAX}}\ E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(x_1 + x_2 + \tilde{w})\right]x_1\right\}$$

ou ainda, de (A2) e (A3):

$$\underset{x_1}{\text{MAX}}\ E\left\{\left[P_1 - e - f[x_1 + c + d[x_1 + w] + w]\right]x_1\right\}$$

Logo, da condição de 1ª ordem obtém-se ($E\tilde{w} = 0$):

$$P_1 - e - 2fx_1 - fc - 2fdx_1 = 0$$

Assim:

$$x_1 = -\frac{e + fc}{2f(1 + d)} + \frac{P_1}{2f(1 + d)}$$

ou seja, de (A1):

$$a = -\frac{e + fc}{2f(1 + d)} \tag{A4}$$

$$b = \frac{1}{2f(1 + d)} \tag{A5}$$

Da condição de 2ª ordem vem: $- 2f(1 + d) < 0$

$$\begin{aligned} f > 0 \text{ e } d > -1 \\ f < 0 \text{ e } d < -1 \end{aligned} \tag{A6}$$

2) Como a corretora maximiza lucro:

$$\underset{x_2}{\text{MAX}} \; E\left\{ \left[\tilde{P}_1 - RP_0(\tilde{x}_1 + x_2 + \tilde{w})\right] x_2 / x_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w} = y \right\}$$

ou ainda, de (A1) e (A3):

$$\underset{x_2}{\text{MAX}} \; E\left\{ \left[\tilde{P}_1 - e - f(a + b\tilde{P}_1 + x_2 + \tilde{w})\right] x_2 / a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w} = y \right\}$$

Assim, como condição de 1ª ordem vem:

$$E\left[\tilde{P}_1 / a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w} = y\right] - e - 2fx_2 - fy = 0$$

Logo:

$$x_2 = \frac{E\left[\tilde{P}_1 / a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w} = y\right] - e}{2f} - \frac{y}{2}$$

Como, de (A2) ($x_2 = c + dy$) vem:

$$E\left[\tilde{P}_1 / a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w} = y\right] = [2cf + e] + [d + f]y$$

Assim:

$$\bar{P}_1 = E\tilde{P}_1 = EEy\tilde{P}_1 = [2cf + e] + [d + f]Ey =$$

$$= [cf + e] + [d + f]E[a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w}] =$$

$$= [2cf + e] + [d + f][a + b\bar{p}_1]$$

Portanto:

$$2cf + e = -[d + f]a + [1 - b[d + f]]\bar{p}_1 \qquad \text{(A7)}$$

E, como $[I - Ey]\tilde{P}_1 = \tilde{P}_1 - Ey\tilde{P}_1$ é ortogonal a y, portanto:

$$\text{COV}\left[\tilde{P}_1 + [d + f]\cdot a - [1 - [d + f]b]\cdot \bar{p}_1 - [d + f]\cdot y\, ,\, y\right] = 0$$

$$\rightarrow \text{COV}\left[\tilde{P}_1\, ,\, y\right] - [d + f]\ \text{VAR}\, y = 0$$

$$\rightarrow b\,\sigma_p^2 - [d + f]\cdot[b^2\sigma_p^2 + \sigma_w^2] = 0$$

$$d + f = \frac{b\,\sigma_p^2}{b^2\cdot\sigma_p^2 + \sigma_w^2} \qquad \text{(A8)}$$

Como condição de 2ª ordem do problema de maximização obtém-se:

$$\begin{aligned} -2f &< 0 \\ f &> 0 \end{aligned} \qquad \text{(A9)}$$

3) Os técnicos de mercado têm lucro esperado zero. Logo:

$$P_0(z) = \frac{1}{R}E\left[\tilde{P}_1 / \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \tilde{w} = z\right]$$

Assim, de (A1) e (A2):

$$P_0(z) = \frac{1}{R}E\left[\tilde{P}_1 / a + b\tilde{P}_1 + c + d[a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w}] + \tilde{w} = z\right]$$

ou ainda:

$$P_0(z) = \frac{1}{R} E \left[\tilde{P}_1 / [c + a[1 + d]] + b[1 + d]\tilde{P}_1 + [1 + d]\tilde{w} = z \right]$$

Assim, de (A3) teremos:

$$e + fz = E \left[\tilde{P}_1 / [c + a[1 + d]] + b[1 + d]\tilde{P}_1 + [1 + d]\tilde{w} = z \right]$$

Por hipótese, $\tilde{P}_1$ e $\tilde{w}$ são independentemente distribuídos.

Portanto, tem-se novamente um problema de extração de sinal. Logo:

$$\bar{p}_1 = E\, Ez\, \tilde{P}_1 = e + f Ez =$$

$$= e + f[[c + a[1 + d]] + b[1 + d]\bar{p}_1]$$

Assim:

$$e = -f[c + a[1 + d]] + [1 - fb[1 + d]]\bar{p}_1 \qquad \text{(A10)}$$

e, ainda, $[I - Ez]\tilde{P}_1 - Ez\,\tilde{P}_1$ é ortogonal a z. Portanto:

$$\text{COV}\left[\tilde{P}_1 - e - fz, z\right] = \text{COV}\left(\tilde{P}_1, z\right) - f\,\text{VAR}\,z =$$

$$= b[1 + d]\sigma_p^2 - f\left\{ b^2[1 + d]^2\sigma_p^2 + [1 + d]\sigma_w^2 \right\} = 0$$

Assim:

$$f = \frac{b[1 + d]\sigma_p^2}{b^2 \cdot [1 + d]^2 \cdot \sigma_p^2 + (1 + d)^2 \cdot \sigma_w^2} \qquad \text{(A11)}$$

Assim, resolvendo o sistema (A4) e (A11), encontram-se somente duas possíveis soluções:

a)

$$a = -\bar{p}_1 \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \qquad d = 0$$

$$b = \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \qquad e = P_1$$

$$c = 0 \qquad f = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}$$

b)

$$a = -p_1 \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \qquad d = \frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1$$

$$b = \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \qquad e = P_1$$

$$c = 0 \qquad f = 1$$

Dessa forma, existem dois equilíbrios de Nash:

1º)

$$x_1(P_1) = -\bar{p}_1 \cdot \frac{\sigma_w}{\sigma_p} + \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \cdot P_1 \tag{A12a}$$

$$x_2(y) = 0 \tag{A12b}$$

$$RP_0(z) = \bar{p}_1 + \frac{\sigma_p}{2\sigma_w} \cdot z \tag{A12c}$$

2º)

$$x_1(P_1) = -\bar{p}_1 \cdot \frac{\sigma_w}{\sigma_p} + \frac{\sigma_w}{\sigma_p} \cdot P_1 \tag{A13a}$$

$$x_2(y) = \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right] y \tag{A13b}$$

$$RP_0(z) = \bar{p}_1 + z \tag{A13c}$$

C.Q.D.

Proposição 1:

1°) O investidor

O retorno esperado do aplicador que possui informações privadas é dado por:

$$E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(x_1 + \tilde{x}_2 + \tilde{w})\right]x_1/\tilde{P}_1 = P_1\right\}$$

a) No equilíbrio, de (A12) vem que o lucro esperado é:

$$\left\{P_1 - \bar{P}_1 - \frac{\sigma_p}{2\sigma_w}\left[-\bar{P}_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p} + P_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p}\right]\right\}\left[-\bar{P}_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p} + P_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p}\right] =$$

$$= \left[P_1 - \bar{P}_1\right]^2 \cdot \frac{\sigma_w}{2\sigma_p} \geq 0 \qquad \text{(A14)}$$

b) No 2° equilíbrio, vem que o ganho esperado é:

$$\left\{P_1 - \bar{P}_1 - 1\cdot\left[-\bar{P}_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p} + P_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p}\right] + \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1\right]\left[-\tilde{P}_1\cdot\frac{\sigma_w}{\sigma_p} + P_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p}\right]\right\}$$

$$\left[-\bar{P}_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p} + P_1\frac{\sigma_w}{\sigma_p}\right] = \left[P_1 - \bar{P}_1\right]^2 \cdot \frac{\sigma_w}{2\sigma_p} > 0 \qquad \text{(A15)}$$

Portanto, temos que (A14) = (A15), ou seja, nos dois equilíbrios, o ganho esperado do investidor é o mesmo.

2°) Os técnicos de mercado

Os analistas de mercado têm retorno esperado nulo nos dois equilíbrios por ser hipótese do modelo (o mercado é competitivo, neutro com relação ao risco e é eficiente no sentido semiforte).

3°) A corretora

a) No 1° equilíbrio, $x_2(y) = 0$, o que significa que esta é apenas uma intermediária financeira.

b) No 2° equilíbrio, ela vende ou compra o ativo arriscado de modo a maximizar seu ganho esperado. Logo:

$$E\left\{\left[\tilde{P}_1 - RP_0(\tilde{x}_1 + x_2 + \tilde{w})\right]x_2/x_1(\tilde{P}_1) + \tilde{w} = y\right\} =$$

$$= \left\{ \bar{p}_1 + y \cdot \frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - \bar{p}_1 - 1 \cdot y + 1 \cdot \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1 \right] y \right\} \cdot \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1 \right] y =$$

$$= 2 \left[\frac{\sigma_p}{2\sigma_w} - 1 \right]^2 y^2 > 0$$

C.Q.D.

Proposição 3:

Demonstração:

Sabe-se que:

$$z = x_1(\tilde{P}_1) + x_2(\tilde{y}) + \tilde{w} =$$

$$= a + b\tilde{P}_1 + c + d(a + b\tilde{P}_1 + \tilde{w}) + \tilde{w} =$$

$$= a[1 + d] + b[1 + d]\tilde{P}_1 + c + [1 + d]\tilde{w}$$

No caso em que a corretora é apenas uma intermediária financeira, de (A12) vem:

$$E[z] = a[1 + d] + b[1 + d]\bar{p}_1 = 0$$

e:

$$\sigma_z^2 = b^2(1 + d)^2\sigma_p^2 + (1 + d)^2\sigma_w^2 =$$

$$= \frac{\sigma_w^2}{\sigma_w^2}\sigma_w^2 + \sigma_w^2 = 2\sigma_w^2$$

Mas como:

$$RP_0(z) = e + fz$$

vem que:

$$\mathrm{VAR}\,[\,R\,\tilde{P}_0\,] = f^2\,\sigma_z^2 = \frac{\sigma_p^2}{4\,\sigma_w^2}\cdot 2\,\sigma_w^2 = \frac{\sigma_p^2}{2}$$

No caso em que a corretora possui carteira própria de ativos, de (A13) vem:

$$E\,[\,z\,] = a\,[\,1 + d\,] + b\,[\,1 + d\,]\,\bar{p}_1 = 0$$

e:

$$\sigma_z^2 = b^2\,(\,1 + d\,)^2\,\sigma_p^2 + (\,1 + d\,)^2\,\sigma_w^2$$

$$= \frac{\sigma_w^2}{\sigma_p^2}\left[1 + \frac{\sigma_p}{2\,\sigma_w} - 1\right]^2 \sigma_p^2 + \left[1 + \frac{\sigma_p}{2\,\sigma_w} - 1\right]^2 \sigma_w^2 =$$

$$= \frac{\sigma_p^2}{2}$$

Mas, como:

$$R\,P_0\,(\,z\,) = e + f\,z$$

tem-se que:

$$\mathrm{VAR}\,[\,R\,\tilde{P}_0\,] = f^2\,\sigma_z^2 = 1\cdot\frac{\sigma_p^2}{2} = \frac{\sigma_p^2}{2}$$

Portanto, independentemente do fato da corretora possuir carteira de ativos, o preço da ação no período zero é:

$$R\,\tilde{P}_0 \sim N\left(\bar{p}_1\,,\,\frac{\sigma_p^2}{2}\right)$$

C.Q.D.

Abstract

Dual trading is the practice in which floor traders at exchanges act as brokers in bringing customers orders to the market and trade for their own account. Dual trading is one of the most controversial issues currently facing the stock markets. Critics of dual trading argue that it causes a conflict of interest between dual-trading brokers and their customers. Advocates of dual trading argue that it increases market efficiency and liquidity, leading to less volatile price and lower sensibility of prices with the volume of transactions. In this paper, we study the effects of dual trading in a market with assimetrically informed traders.

Bibliografia

FISHMAN, M. J., LONGSTAFF, F. A. *Dual trading in futures markets*. Northwestern University, Nov. 1989, mimeo.

GROSSMAN, S. J. *An economic analysis of dual trading*. University of Pennsylvania, July 1989, mimeo.

KYLE , Albert S. Continous auctions and insider trading. *Econometrica*, v. 53, p. 1315-1335, Nov. 1985.

OLIVEIRA, L. G. S. *Três ensaios em teoria das decisões financeiras: a racionalidade nos mercados, a carteira de ações da corretora e o preço da ORTN cambial*. Rio de Janeiro: EPGE/Ibre/FGV, ago. 1989. (Tese de doutorado).

(Originais recebidos em janeiro de 1991. Revistos em abril de 1992.)