Testes de exogeneidade da moeda para a economia brasileira *

PEDRO L. VALLS PEREIRA **
JOÃO LUIZ MASCOLO ***

Este artigo mostra que os testes de causalidade não podem ser usados para detectar exogeneidade de variáveis como tem sido sugerido por alguns autores na literatura brasileira. Mostra-se que, para afirmar que uma variável é exógena [segundo Engle, Hendry e Richard (1983)], é preciso, primeiro, especificar o modelo estrutural em que estamos interessados e, dada uma equação do sistema de equações simultâneas, faz sentido falar em exogeneidade de uma variável em relação a um conjunto de parâmetros de interesse. São desenvolvidos testes relevantes, os quais são aplicados numa equação de demanda agregada do modelo desenvolvido por Barbosa (1985), encontrando-se que a moeda foi preponderantemente exógena em relação aos preços no período 1960/83.

1 — Introdução

A totalidade dos trabalhos existentes na literatura econômica brasileira sobre testes de causalidade faz uso da metodologia de Granger-Sims ou da técnica de auto-regressão vetorial.

Cardoso (1977), através do método de Granger-Sims, concluiu que a moeda (M_1) era "endógena" em relação aos preços (IGP-DI) para o período 1954/69. Seus resultados, no entanto, são bastante questionáveis, como mostrou Contador (1978), na medida em que uma hipótese crucial para a validade do teste — a aleatoriedade dos resíduos — não foi respeitada.

Contador (1978), para o período 1955/76, e Marques (1983), para o período 1946/81 — ainda com base na mesma técnica —, chegaram à conclusão de que a base monetária é preponderantemente "exógena" em relação à taxa de inflação (medida pelo IGP-DI), embora algum *feedback* possa ser observado nos períodos amostrais considerados.

* Este texto foi apresentado no VII Encontro Brasileiro de Econometria e, por convite, na XXII Reunião da Associação Argentina de Economia Política. Os autores agradecem os comentários de Alberto Holly, Alfredo Navarro, Alberto Landro, Guilherme Sedlacek, Octávio Tourinho, Eustáquio Reis e Helson Braga, assim como a dois pareceristas desta revista. Somos, no entanto, os únicos responsáveis pelo texto final.

** Do Instituto de Pesquisas do IPEA e do Departamento de Economia da Universidade Federal Fluminense (UFF).
*** Do Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais (IBMEC).

Posteriormente, Carneiro Netto e Fraga Neto (1984) e Brandão (1985) empregaram a técnica de auto-regressão vetorial para testar a exogeneidade da oferta monetária no Brasil. Enquanto os primeiros concluíram que a relação causal entre base monetária e inflação era bidirecional, o segundo encontrou evidências favoráveis à exogeneidade dos agregados monetários em relação às variações de preços.

Neste trabalho, procura-se mostrar que o conceito de exogeneidade é, na realidade, algo mais complexo do que a versão Granger-Sims faz crer. [1] Nossa hipótese de trabalho é que a exogeneidade depende da estrutura que estamos considerando, ou seja, para se afirmar que uma variável é exógena precisa-se, primeiro, *especificar* o modelo estrutural que estamos considerando. Dado este modelo, e para uma equação do sistema de equações simultâneas, faz sentido falar em exogeneidade de uma variável em relação ao conjunto de parâmetros de interesse.

Isto nos induz à seguinte pergunta: por que necessitamos do conceito de exogeneidade e não de causalidade no sentido de Granger? Para respondê-la é necessário apresentar o que interpretamos por modelagem econométrica, no sentido de Hendry (1987). Na Seção 2 apresenta-se um resumo desta metodologia, bem como o conceito de exogeneidade, ao passo que são desenvolvidos, na Seção 3, os testes relevantes. Deve-se mencionar que neste artigo, especificamente, não são apresentados testes de mudança de regime de política econômica, os quais serão objeto de pesquisa futura. Na Seção 4 são apresentados os resultados encontrados para a economia brasileira, à luz da metodologia apresentada, sobre a exogeneidade da oferta monetária *vis-à-vis* a variação dos preços. Na Seção 5, finalmente, são resumidas as principais conclusões.

2 — Conceito de exogeneidade

Exogeneidade é um conceito fundamental em modelagem econométrica. É difícil precisar quando ele apareceu pela primeira vez, mas foi o artigo de Koopmans (1950) que primeiro o definiu, embora somente com o

[1] Franco (1986) foi o primeiro, na literatura brasileira, a usar um teste de especificação devido a Hausman (1978), interpretando-o, como é usual na literatura, como um teste de especificação e aplicando-o a um estudo de taxa de câmbio e oferta monetária para o período 1880/97. O teste de Hausman, como será visto na Seção 3, depende das variâncias dos estimadores sob H_0 e H_a, sendo necessário que estas variâncias sejam calculadas corretamente. Não fica evidente qual o método de estimação usado nas equações apresentadas em Franco (1986, p. 87, Tab. 8): se o de variáveis instrumentais com ou sem correção por autocorrelação. Como o cálculo das variâncias das estimativas, para o caso de utilização de variáveis instrumentais com erros correlacionados, não é trivial e, além disto, não são todos os pacotes econométricos que têm a expressão correta destas variâncias [para uma descrição teórica deste problema, ver Hendry (1976)], os resultados apresentados por Franco devem ser interpretados com cuidado, já que sob H_0 e H_a os estimadores podem estar viesados, implicando perda de potência do teste.

trabalho de Engle, Hendry e Richard (1983) — a seguir denotado por EHR — fosse possível apresentar uma definição que o clarificasse por completo.

No passado, pouca distinção era feita entre os conceitos de exogeneidade e causalidade, e muito da confusão existente na literatura é devido à utilização do conceito de exogeneidade (no sentido usual) em modelos dinâmicos, embora este só fosse apropriado para modelos estáticos.

Como bem mostram EHR, exogeneidade é definida em relação a um conjunto paramétrico, sendo que, mudando-se os parâmetros de interesse, é possível alterar o conjunto de variáveis exógenas. Eles mostram também que o conceito de causalidade (ou, melhor dizendo, não-causalidade no sentido de Granger, o que será definido a seguir) só é necessário se estivermos interessados em previsões. Mas, se o interesse for estimar ou testar os parâmetros, só é necessário o conceito de exogeneidade fraca, que é fundamental para modelagem econométrica, pois permite simplificar o processo de geração dos dados — a seguir denotado por PGD — sem perda de informação.

Como estamos interessados em modelos dinâmicos, definiremos a seguir o que é um modelo estatístico, os conceitos de exogeneidade segundo EHR e de causalidade.

Segundo Holly (1985), um modelo estatístico paramétrico é a tripla $\{Z, P_\theta, \Theta,\}$, onde o vetor aleatório Z pertence a $\mathbf{Z}$, a densidade conjunta das observações Z pertence a uma família de distribuições P_θ e o conjunto paramétrico pode ser escrito da seguinte forma: $\Theta = \Theta_1 \times \Theta_2$.

Observe-se que às vezes nem todos os parâmetros do modelo são de interesse. Em geral, pode-se dividi-los em duas categorias: parâmetros de interesse e parâmetros de perturbação (*nuisance*). Os de interesse são aqueles cujas variáveis estão diretamente ligadas à teoria que o modelador deseja testar. Observe-se também que, ao se dividir o espaço paramétrico em Θ_1 e Θ_2, fica implícito que estes parâmetros são variações livres, isto é, não estão sujeitos a restrições entre eles (*cross-restrictions*).

Antes de definirmos o conceito de exogeneidade fraca e forte, segundo EHR, necessitamos introduzir notações que serão utilizadas no decorrer deste artigo.

Seja $Z_t = (Y_t, X_t, W_t) \in R^{3n}$ um vetor aleatório observado pertencente a $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} \times \mathbf{X} \times \mathbf{W}$.[2] O período das observações tem por índice t, que varia de 1 até T, e denota-se por Z_t^1 a matriz $t \times n$ definida por:

$$Z_t^1 = (Z_1, \ldots, Z_t)$$

e:

$$Z_{t-1} = (Z_{t-1}^1, Z_0)$$

[2] Observe-se que a transformação de z_t para $\{y_t, x_t, w_t\}$ induz a transformação $\theta \leftarrow \psi$, que pode induzir ou perder constância e/ou invariância nos parâmetros resultantes, isto é, ψ.

onde Z_0 é a matriz de condições iniciais que permanecerá fixa durante toda a análise, isto é, a análise será feita condicional em Z_0.

O PGD é representado pela densidade conjunta dos dados, isto é, $D\ (Z_t^1 \mid Z_0;\ \theta)$, podendo-se, portanto, definir a verossimilhança de θ dado Z_0 e denotada por $L\ (\theta;\ Z_t^1)$.

Através de condicionamentos seqüenciais, a densidade conjunta dos dados pode ser escrita da seguinte forma:

$$D\ (Z_T^1 \mid \theta) = \prod_{t=1}^{T} D\ (z_t \mid Z_{t-1};\ \theta)$$

e pode-se definir a seqüência de inovações (erros do modelo) como a parte não explicada da relação acima. Nos casos linear e normal, por exemplo, estas inovações são dadas por $z_t - E\ (z_t \mid Z_{t-1})$.

O vetor aleatório Z_T^1 é composto de variáveis que são de interesse para explicar o fenômeno econômico $(Y_T^1,\ X_T^1)$ e de variáveis irrelevantes (W_T^1). Pode-se condicionar o PGD, com respeito às variáveis irrelevantes, obtendo-se:

$$\prod_{t=1}^{T} D\ (y_t,\ x_t \mid Z_{t-1};\ \psi_1)\ D\ (w_t \mid y_t,\ x_t,\ Z_{t-1};\ \psi_2)$$

Observe-se que a transformação dos dados, z_t, para as variáveis de interesse e irrelevantes $(y_t,\ x_t,\ w_t)$ induz uma transformação nos parâmetros, isto é, de $\{\theta\}$ para $\{\psi_1, \psi_2\}$, que pode induzir ou perder constância nos parâmetros, mas, em geral, é feita de forma a permitir que a densidade $D\,(.)$ possa ser aproximada por uma função linear que preserve constância nos parâmetros.

Para se reduzir a análise às variáveis relevantes $(Y_T^1,\ X_T^1)$, marginaliza-se com respeito a W_t, obtendo-se:

$$\prod_{t=1}^{T} D\ (y_t,\ x_t \mid Y_{t-1},\ X_{t-1},\ W_{t-1};\ \psi_1)$$

onde esta última simplificação corresponde a uma explicitação da hipótese central do estudo e a eliminação de w_t pode, mas não deve, induzir perda de constância dos parâmetros.

O passo seguinte consiste em marginalizar em relação a W_{t-1}^1, induzindo:

$$\prod_{t=1}^{T} D\ (y_t,\ x_t \mid Y_{t-1},\ X_{t-1},\ W_0;\ \delta_1)$$

que corresponde a uma representação auto-regressiva vetorial (VAR). Obviamente, esta marginalização pode induzir uma grande perda de informação, ou nenhuma, no caso em que W^1_{t-1} "não causa no sentido de Granger" [3] (y_t, x_t).

A seguir a representação acima pode ser fatorada no modelo condicional de $y_t \mid x_t$ e no modelo marginal de x_t, isto é:

$$\prod_{t=1}^{T} D_1(y_t \mid x_t, Y_{t-1}, X_{t-1}, W_0; \lambda_1)\, D_2(x_t \mid Y_{t-1}, X_{t-1}, W_0; \lambda_2) \quad (1)$$

onde a informação e invariância dos parâmetros pode, ou não, ser perdida, dependendo do *status* da variável x_t. Caso esta seja exógena fraca (a ser definida a seguir), pode-se obter o modelo operacional que envolve impor um truncamento tanto na memória da estrutura de defasagens quanto na forma funcional a ser usada.

Esta metodologia pode estar sumariada por simplificar o PGD através de marginalização e condicionamento que permite obter um modelo operacional mais simples. Observe-se que, se esta simplificação é válida, o modelo operacional será representado por D_1 acima com uma forma funcional escolhida, assim como um truncamento adequado na estrutura de defasagens.

Definiremos a seguir o conceito de exogeneidade fraca que permite simplificar o PGD através de condicionamentos válidos.

Definição I — Exogeneidade fraca

Dizemos que x_t é exógeno fraco para ψ se, e somente se, existe uma reparametrização com $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ tal que:

a) ψ é função somente de λ_1; e

b) λ_1 e λ_2 são variações livres.

Intuitivamente, esta definição implica que toda a informação do PGD está contida na distribuição condicional de $y_t \mid x_t$, que depende somente dos parâmetros λ_1, e que a distribuição marginal de x_t, que depende somente dos parâmetros λ_2, não contém informação relevante para a estimação dos parâmetros de interesse. Portanto, a exogeneidade de x_t com relação aos parâmetros de interesse λ_1 implica que a estrutura estocástica de x_t é irrelevante para a inferência sobre os parâmetros de interesse λ_1. Caso estas variáveis, x_t, não fossem exógenas fracas, a utilização de D_1 como modelo mais simples para representar o PGD não seria válida, já que D_2, isto é, a distribuição marginal de x_t, contém informação relevante para a inferência sobre os parâmetros de interesse λ_1.

[3] Dado o modelo estatístico, dizemos que W^1_{t-1} "não causa no sentido de Granger" (y_t, x_t) se, e somente se, a densidade de (y_t, x_t) condicional em toda a informação passada, isto é, $Z^1_{t-1} = (Y^1_{t-1}, X^1_{t-1}, W^1_{t-1})$, é igual à densidade de (y_t, x_t) condicional em sua informação passada, isto é, (Y^1_{t-1}, X^1_{t-1}).

Portanto, o conceito de exogeneidade fraca é suficiente para garantir a validade da inferência sobre os parâmetros de interesse. No caso em que se deseja fazer previsões com o modelo, é necessário o conceito de exogeneidade forte, definido a seguir.

Definição II — Exogeneidade forte

Dizemos que x_t é exógena forte para ψ se, e somente se:

a) x_t é exógena fraca para ψ; e

b) y_t não causa no sentido de Granger x_t.

Pela definição acima, fica claro que causalidade no sentido de Granger pode ser usada para refutar exogeneidade forte, mas nunca para estabelecê-la.

Os resultados, aparentemente contraditórios, obtidos por alguns autores que aplicaram o teste de Granger-Sims para a literatura brasileira, podem ser explicados pela má utilização de um conceito básico em trabalhos empíricos: testes estatísticos não servem para confirmar teorias, mas sim para avaliar teorias alternativas.

As definições usuais de variáveis exógenas e predeterminadas podem ser caracterizadas pela independência entre estas variáveis e o erro da equação. Necessita-se, para o caso de variáveis predeterminadas, da independência (em probabilidade) entre x_t e u_{t-i} $\forall i \geqslant 0$ e, para o caso de variáveis estritamente exógenas, da independência de x_t e u_{t-i} $\forall i$.

O exemplo a seguir mostra as semelhanças e dessemelhanças entre os conceitos usuais de exogeneidade e as definições I e II acima.

Considere-se o seguinte modelo de duas equações que é superidentificado: [4]

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_{1t} \tag{2}$$

$$x_t = \delta_1 z_{t-1} + \delta_2 z_{t-2} + \varepsilon_{2t} \tag{3}$$

onde:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \sim NID \quad (0, \ \boldsymbol{\Sigma}) \qquad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \tag{4}$$

A forma reduzida do sistema (2) - (4) é dada pela equação (3) e:

$$y_t = \beta\delta_1 x_{t-1} + \beta\delta_2 x_{t-2} + v_t \tag{5}$$

onde:

$$\begin{bmatrix} v_t \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \sim NID \ (0, \ \Omega) \qquad \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} + 2\beta\sigma_{12} + \beta^2\sigma_{22} & \beta\sigma_{22} + \sigma_{12} \\ \beta\sigma_{12} + \sigma_{22} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \tag{6}$$

[4] Um dos pareceristas sugeriu que fosse elaborada a relação entre as variáveis predeterminadas, estritamente exógena e com exogeneidade fraca e forte. Para estes fins, apresenta-se este modelo que é bastante semelhante ao exemplo 3.2 de Engle, Hendry e Richard (1983, pp. 289-90).

Assuma-se, inicialmente, que o parâmetro de interesse é β. Como os resíduos são independentes, a forma reduzida caracteriza diretamente a densidade conjunta $D(z_t \mid Z_{t-1}, \cdot)$. Pelas propriedades da densidade normal multivariada, tem-se:

$$D(y_t \mid x_t, Z_{t-1}, \theta) = f_N^1(y_t \mid b\ x_t + c_1\ x_{t-1} + c_2\ x_{t-2},\ \omega_{11.2}) \tag{7}$$

$$D(z_t \mid Z_{t-1}, \theta) = f_N^1(z_t \mid \delta_1 x_{t-1} + \delta_2 x_{t-2},\ \omega_{22}) \tag{8}$$

onde:

$$b = \frac{\omega_{12}}{\omega_{22}} = \beta + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} \tag{9}$$

$$c_i = -\delta_i \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} \tag{10}$$

$$\omega_{11.2} = \omega_{11} - \frac{\omega_{12}^2}{\omega_{22}} = \sigma_{11} - \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{22}} \tag{11}$$

Observe-se que os parâmetros de (7) - (8) estão sujeitos às seguintes restrições de superidentificação:

$$\delta_1 c_2 = \delta_2 c_1 \tag{12}$$

Como conseqüência, *não* é possível qualquer reparametrização de (7) - (8), de tal forma que a condição b da definição de exogeneidade fraca seja satisfeita. Nem a condição a é satisfeita, porque o conhecimento de $\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}$ ou dos parâmetros δ são necessários para que o parâmetro β seja recuperado dos parâmetros do modelo condicional (7).

Suponha-se, por outro lado, que o parâmetro de interesse é b, o coeficiente de x_t na esperança condicional $E(y_t \mid x_t, Z_{t-1})$. Obviamente, um estimador consistente de b pode ser obtido através do método de mínimos quadrados ordinários (MQO) aplicado a (7). Entretanto, como MQO ignora as restrições (12) entre as equações, os estimadores obtidos por este método são menos eficientes que, por exemplo, o estimador de máxima verossimilhança de b no modelo conjunto, isto é, (7) - (8), e portanto x_t também não é exógeno fraco para b.

É óbvio por (8) que y_t não causa no sentido de Granger x_t (uma característica do modelo que não é afetada pela noção de parâmetro de interesse). Então, neste exemplo, as exogeneidades fraca e forte de x_t são equivalentes.[5]

[5] Esta equivalência é uma particularidade do modelo (2) - (4). No exemplo 3.2 de Engle, Hendry e Richard (1983, pp. 289-90), como é y_{t-1} em vez de x_{t-2} que aparece na equação (2.3), y_t causa no sentido de Granger x_t e, portanto, este não pode ser exógeno forte.

Mas sob que condições x_t é exógeno fraco (ou forte) para o parâmetro de interesse (que pode ser b ou β)?

A covariância entre ε_{1t} e x_t é dada por σ_{12}. Aplicando-se o Lema 4.1 de Engle, Hendry e Richard (1983), pode-se mostrar que:

$$\mathrm{Cov}\,(\varepsilon_{1t-i}\,,\ x_t) = g_i\,(\delta_1\,,\ \delta_2)\,\sigma_{12} \qquad i \geqslant 0 \tag{13}$$

onde:

$$g_0\,(\delta_1\,,\ \delta_2) = 1 \qquad g_1\,(\delta_1\,,\ \delta_2) = \delta_1 \tag{14}$$

e:

$$g_i\,(\delta_1\,,\ \delta_2) = \delta_1\ g_{i-1}\,(\delta_1\,,\ \delta_2) + \delta_2\,g_{i-2}\,(\delta_1\,,\ \delta_2) \qquad i \geqslant 2$$

A condição $\sigma_{12} = 0$ é, portanto, necessária e suficiente para que x_t seja predeterminada e estritamente exógena em (2). Por outro lado, x_t é, automaticamente, predeterminada e estritamente exógena na regressão (7). Isto ilustra o fato de que ser predeterminada e/ou estritamente exógena não é uma caracterização da variável x_t no modelo (forma estrutural (4)-(6) ou a representação (7)-(12), que são equivalentes), mas a exogeneidade fraca de x_t (para os parâmetros de interesse) é.

Observe-se que, se $\sigma_{12} = 0$, o estimador de mínimos quadrados ordinários em (4) é consistente para β, mas será ineficiente se a razão $\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}}$ for conhecida. Portanto, o fato de uma variável ser predeterminada não é uma condição suficiente para que seja exógena fraca. Nem é uma condição necessária porque, por exemplo, se δ_1 e δ_2 são conhecidos, então x_t será exógena fraca para β, independentemente de ser, ou não, predeterminada em (4).

Se, por exemplo, $\delta_1 = 0$, o modelo deixa de ser superidentificado, e neste caso x_t é exógena fraca para b, já que as reparametrizações $\lambda_1 = (b,\ c_2,\ \omega_{11.2})$ e $\lambda_2 = (\delta_2,\ \omega_{22})$ satisfazem a condição b da definição de exogeneidade fraca.

3 — Testes de exogeneidade

Deseja-se testar a exogeneidade de uma variável em relação a um conjunto de parâmetros de interesse. Dois casos possíveis serão considerados:

a) todas as variáveis que aparecem na equação, com exceção daquela que se deseja testar, são estritamente exógenas; e

b) testar a exogeneidade de um subconjunto das variáveis endógenas.

No primeiro caso, a equação típica é representada por:

$$y_t = Y_t\alpha + X_{1t}\beta + u_t \qquad (15)$$

e deseja-se testar se Y_t é exógena para $\delta = (\alpha, \beta)$.

No segundo caso, a equação é:

$$y_t = Y_{1t}\,\alpha_1 + Y_{2t}\,\alpha_2 + X_{1t}\,\beta + u_t \qquad (16)$$

e deseja-se testar se Y_{2t} é exógena para $\delta = (\alpha_1, \alpha_2, \beta)$, sob a hipótese de que Y_{1t} é endógena.

Apresentaremos inicialmente o teste de exogeneidade para o primeiro caso.

3.1 — Teste de exogeneidade para todas as variáveis

Considere-se a equação (15) escrita em forma matricial, isto é:

$$y = Y\alpha_1 + X_1\beta + u \qquad (17)$$

onde Y é $T \times N$ e X_1 é $T \times K_1$. Suponha-se que X_2 é um conjunto de $T \times K_2$ variáveis exógenas excluídas desta equação e defina-se a matriz $X = (X_1 : X_2)$ de dimensão $T \times K$.

Sob a hipótese de que Y é endógena, pode-se completar o sistema de equações simultâneas, em que (17) é uma das equações, com a forma reduzida de Y, isto é:

$$y = Y\alpha_1 + X_1\beta + u \qquad (18)$$

$$Y = X\pi + V \qquad (19)$$

onde π é $K \times N$ com posto N, a t-ésima linha de (u, V) tem uma distribuição normal com média zero e matriz de covariância ϕ dada por:

$$\phi = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \theta \\ \theta' & \Omega \end{bmatrix}$$

O logaritmo da função de verossimilhança do sistema incompleto (18) - (19) é dado por:

$$L(\delta, \pi, \phi) = \text{const} - \frac{T}{2} \ln\,[\det(\phi)] - \frac{1}{2} \operatorname{tr}\,[\phi^{-1}S] \qquad (20)$$

onde $\det(\bullet)$ significa determinante da matriz $(\bullet)$, $\operatorname{tr}(\bullet)$ é o traço da matriz $(\bullet)$, $\delta = (\alpha, \beta)$ e $S = \begin{bmatrix} u'u & u'V \\ V'u & V'V \end{bmatrix}$.

Observe-se que a inversa de ϕ pode ser escrita da seguinte forma:

$$\phi^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\eta^2} & -\dfrac{\theta' \, \Omega^{-1}}{\eta^2} \\ \dfrac{\theta' \, \Omega^{-1}}{\eta^2} & \Omega^{-1} + \dfrac{\Omega^{-1} \theta \theta' \Omega^{-1}}{\eta^2} \end{bmatrix} \tag{21}$$

onde $\eta^2 = \sigma^2 - \theta' \, \Omega^{-1} \, \theta$.

Então a verossimilhança (20) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$L(\delta, \pi, \phi) = \text{const} - \frac{T}{2} \ln[\eta^2 \det(\Omega)] - \frac{1}{2} \frac{u'u}{\eta^2} -$$

$$- \frac{V'\Omega^{-1} \theta u}{\eta^2} - \frac{u'\theta' \, \Omega^{-1} V}{\eta^2} + V'\Omega^{-1} V +$$

$$+ \frac{V' \, \Omega^{-1} \, \theta\theta' V}{\eta^2} =$$

$$= \text{const} - \frac{T}{2} \ln(\eta^2) - \frac{1}{2 \, \eta^2} (u - V\Omega^{-1}\theta)' \; (u - V\Omega^{-1}\theta) -$$

$$- \frac{T}{2} \ln[\det(\Omega)] - \frac{1}{2} \operatorname{tr}[\Omega^{-1} \, VV'] =$$

$$= D \; (y \mid Y) \; D \; (Y)$$

Então, sob a hipótese de normalidade, a independência de Y e u é equivalente a $\operatorname{cov}(Y,u) = \operatorname{cov}(V,u) = \theta = 0$. Quando $\theta = 0$, tem-se que a densidade de y condicional em Y é igual à densidade não-condicional e, portanto, tem-se que Y é exógena fraca para δ. Assim, para se testar a exogeneidade fraca de Y em relação ao conjunto paramétrico δ, deve-se testar a seguinte hipótese:

$$H_0 : \theta = 0 \quad \textit{versus} \quad H_a : \theta \neq 0 \tag{22}$$

Holly (1985) mostra que o teste de Wu (1973), que testa a independência de Y e u, é exatamente (22). Ele também mostra que as estatísticas de Wu para se testar (22) têm o mesmo numerador, e este pode ser reescrito da seguinte forma:

$$W = T(\hat{\alpha}_{VI} - \alpha)' \left\{ \left[\frac{Y' \, [M_{X_1} - M_X] \; Y}{T} \right]^{-1} - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{Y' \, M_{X_1} \; Y}{T} \right]^{-1} \right\}^{-1} (\hat{\alpha}_{VI} - \alpha) \tag{23}$$

onde: $M_X = I_T - X\ (X'X)^{-1}\ X'$; $M_{X_1} = I_T - X_1\ (X_1'\ X_1)^{-1}\ X_1'$; e $\hat{\alpha}$ e $\hat{\alpha}_{VI}$ são os estimadores de mínimos quadrados ordinários e de variáveis instrumentais de α.

Holly (1985) também mostra que:

$$\left[\frac{Y'\ [M_{X_1} - M_X]\ Y}{T}\right]^{-1}$$

e:

$$\left[\frac{Y'\ M_{X_1}\ Y}{T}\right]^{-1}$$

são as estimativas amostrais das matrizes de variância assintótica das distribuições $\sqrt{T}\ (\alpha_{VI} - \alpha)$ e $\sqrt{T}\ (\alpha - \alpha)$, respectivamente.

Uma outra proposta para se testar exogeneidade é o teste de Hausman (1978), que era interpretado como um teste de especificação. Holly (1985) mostrou que o mesmo pode ser visto como sendo de exogeneidade fraca.

Hausman (1978) propõe dois procedimentos para se testar independência de Y e u. No primeiro, chamado de procedimento *m*, ele compara dois estimadores de α: o primeiro, denotado por $\hat{\delta}_0$, é consistente e eficiente sob H_0, mas inconsistente sob H_a; e o segundo, denotado por $\hat{\delta}$, é consistente sob H_0 e H_a, mas ineficiente sob H_0.

O teste é baseado na seguinte forma quadrática:

$$T\ (\hat{\delta} - \hat{\delta}_0)'\ [V(\hat{\delta}) - V(\hat{\delta}_0)]^{-1}\ (\hat{\delta} - \hat{\delta}_0) \qquad (24)$$

Observe-se que, quando $\hat{\delta}_0 = \hat{\delta}_{MQO}$ e $\hat{\delta} = \hat{\delta}_{VI}$, a forma quadrática (24) é exatamente a expressão (23), que é a estatística de Wu.

O segundo procedimento é chamado de regressão aumentada, o qual é descrito a seguir.

Seja $\hat{V}$ o resíduo da regressão de Y em X, isto é:

$$\hat{V} = Y - \hat{Y} = M_X Y \qquad (25)$$

Pode-se escrever (17) da seguinte forma:

$$y = \hat{Y}\alpha + X_1\beta + \hat{V}\alpha + u \qquad (26)$$

cuja forma irrestrita é dada por:

$$y = \hat{Y}\alpha + X_1\beta + \hat{V}\gamma + u \qquad (27)$$

Mas $\hat{V}$ é ortogonal a $\hat{Y}$ e X_1 e, portanto, os estimadores de mínimos quadrados ordinários de α e β de (27) são os estimadores de variáveis instrumentais. Então, o estimador de mínimos quadrados ordinários de γ, que é dado por:

$$\gamma = (\hat{V}'\hat{V})^{-1} \hat{V}'y \tag{28}$$

pode ser escrito da seguinte forma:

$$\hat{\gamma} = \alpha + (\hat{V}'\hat{V})^{-1} \hat{V}'u \tag{29}$$

e, tomando-se o limite em probabilidade em (29), obtém-se:

$$\text{plim } \hat{\gamma} = \alpha + \left[\text{plim } \frac{\hat{V}'\hat{V}}{T} \right]^{-1} \text{plim } \frac{\hat{V}'u}{T} = \alpha + \Omega^{-1} \theta \tag{30}$$

Portanto:

$$\text{plim } \hat{\gamma} = \text{plim } \hat{\alpha}_{VI} = \alpha \Longleftrightarrow \Omega^{-1} \theta = 0 \Longleftrightarrow \theta = 0 \tag{31}$$

Agora, usando-se (25) e (31) em (27), obtém-se:

$$y = Y\alpha + X_1\beta + \hat{V}\xi + u \tag{32}$$

onde $\xi = \gamma - \alpha$.

Portanto, o teste de Hausman pode ser interpretado como o "teste de significância do parâmetro ξ" em (32), isto é, $\xi = 0$, já que plim $\xi =$ $= \Omega^{-1} \theta$.

Pode-se mostrar [ver Holly (1985)] que o numerador da estatística F para se testar $\xi = 0$ em (32) é numericamente equivalente à forma quadrática dada por (23).

Pode-se também obter as estatísticas da razão de verossimilhança (denotada por LR) e de Wald para o teste (22). Como, para se obterem estas duas estatísticas, é necessário estimar o modelo irrestrito, que deve ser estimado por variáveis instrumentais, opta-se por apresentar o teste dos multiplicadores de Lagrange (denotado por LM), pois esta estatística depende das estimativas sob H_0 que podem ser calculadas por mínimos quadrados ordinários.

Holly (1985) mostra que a estatística LM é dada por:

$$\text{LM} = \frac{1}{\sigma^2} \hat{u}'\hat{V} [\hat{V}'\hat{V} - \hat{V}'Z (Z'Z)^{-1} Z'\hat{V}]^{-1} \hat{V}'\hat{u} \tag{33}$$

onde $Z = (Y, X_1)$.

Esta estatística, que pode ser interpretada como T vezes o R^2 da regressão dos resíduos de mínimos quadrados ordinários $\tilde{u}$ em $(Y, X_1, \hat{V})$, tem uma distribuição qui-quadrada com graus de liberdade igual à dimensão de θ.

3.2 — Teste de exogeneidade para um subconjunto de variáveis [6]

Considere-se a equação (16) escrita em forma matricial, isto é:

$$y = Y_1\alpha_1 + Y_2\alpha_2 + X_1\beta + u \tag{34}$$

onde: Y_1 e $T \times N_1$; Y_2 e $T \times N_2$; e X_1 e $T \times K_1$.

Sob a hipótese de que Y_1 e Y_2 são endógenas, pode-se completar o sistema de equações simultâneas, assim como foi feito no primeiro caso, com a forma reduzida de $Y = (Y_1, Y_2)$, isto é:

$$y = Y_1\alpha_1 + Y_2\alpha_2 + X_1\beta + u \tag{34}$$

$$(Y_1, Y_2) = X\Pi + V \tag{35}$$

onde Π é $K \times N\,[K = K_1 + K_2$ e $N = N_1 + N_2]$ com posto N e a matriz de covariância ϕ é definida como no primeiro caso, mas o vetor θ é dividido conforme a partição de Y, isto é:

$$\theta' = (\theta'_1, \theta'_2)$$

O teste de exogeneidade para Y_2, na equação (34), com relação aos parâmetros $\delta = (\alpha_1, \alpha_2, \beta)$ é equivalente a testar se o subvetor θ_2 é zero. O teste que será apresentado utilizará o segundo procedimento de Hausman, isto é, regressão aumentada. Deseja-se testar se:

$$H_0 : \theta_2 = 0 \quad \textit{versus} \quad H_a : \theta_2 \neq 0$$

na seguinte equação:

$$y = Y_1\alpha_1 + Y_2\alpha_2 + X_1\beta + \hat{V}\ (\hat{V}'\hat{V})^{-1}\ \theta + u \tag{36}$$

Observe-se que (36) é análogo a (32) com $\xi = \hat{\Omega}^{-1}\,\theta$ e $\hat{\Omega} = (\hat{V}'\hat{V})/T$.

Tem-se a seguinte proposição:

Proposição

1) Quando $\theta_2 = 0$, o estimador de mínimos quadrados ordinários de δ na regressão aumentada (36) é o estimador de variáveis instrumen-

[6] Os resultados desta subseção foram desenvolvidos sem o conhecimento do artigo de Holly (1982). Agradecemos a Alberto Holly pelas sugestões e, principalmente, por ter enviado o artigo citado.

tais de δ quando se usa $H = (Y_2, X_1, X_2)$ com instrumentos, e sob a hipótese de que Y_2 é exógena, isto é:

$$\hat{\delta}_H = (Z'P_H Z)^{-1} Z'P_H y$$

2) Quando $\theta_2 \neq 0$, o estimador de mínimos quadrados de δ em (36) é o estimador de variáveis instrumentais generalizado (GIVE) de δ quando se usa $X = (X_1, X_2)$ como instrumentos, isto é:

$$\hat{\delta}_X = (Z'P_X Z)^{-1} Z'P_X y$$

Demonstração [ver Holly (1982)]

Pela proposição acima, a estatística do teste de exogeneidade de Y_2 é dada por (24) com $\hat{\delta} = \hat{\delta}_X$ e $\hat{\delta}_0 = \hat{\delta}_H$. Tem-se, então:

$$T(\hat{\delta}_X - \hat{\delta}_H)' [V(\hat{\delta}_X) - V(\hat{\delta}_H)]^{-1} (\hat{\delta}_X - \hat{\delta}_H) \tag{37}$$

Holly (1982) mostra que (37) é equivalente à seguinte forma quadrática:

$$T(\hat{\alpha}_{2,X} - \hat{\alpha}_{2,H})' [V(\hat{\alpha}_{2,X}) - V(\hat{\alpha}_{2,H})]^{-1} (\hat{\alpha}_{2,X} - \hat{\alpha}_{2,H}) \tag{38}$$

Em algumas situações pode-se ter modelos que apresentam vários regimes com mudanças de exogeneidade. Por exemplo, mudanças de política econômica podem afetar o *status* das variáveis e, portanto, parece pouco provável que se tenha um único modelo para todo o período amostral. Neste caso, se, por exemplo, tivermos somente dois regimes, é possível que algumas variáveis exógenas no primeiro regime deixem de sê-lo no segundo.

Richard (1980) desenvolveu um teste que é mais apropriado para a situação descrita acima, enquanto Pierse (1982) implementou-o e Lubrano, Pierse e Richard (1986) aplicaram-no ao estudo de estabilidade da equação de demanda de moeda para a Inglaterra.

Dadas as peculiaridades da economia brasileira, seria mais apropriado aplicar esta metodologia. Todavia, neste trabalho, resolvemos nos fixar no conceito de exogeneidade e como testá-lo num modelo sem mudanças de regime.

4 — Aplicação ao caso brasileiro

Nesta seção serão apresentados os resultados da aplicação do teste LM e do teste de exogeneidade para um subconjunto de variáveis anteriormente descritos à relação entre expansão da base monetária e taxa de inflação no Brasil. Foi considerado, em virtude das limitações da base de dados, o período amostral de 1960 a 1985, sendo anual a periodicidade das observações utilizadas.

O modelo estrutural adotado foi desenvolvido por Barbosa (1983) e, para fins de maior clareza, será aqui reproduzida a equação que nos interessa mais diretamente, ou seja, a equação de demanda agregada.

Assim, temos:

$$p_t = \alpha_1 m_t + \beta_1 y_t + \beta_2 \Delta p^e_{t+1} + \beta_3 d_t + u_t \qquad (39)$$

onde p_t é a taxa de inflação, m_t a taxa de expansão da base monetária, y_t a taxa de crescimento do produto real, Δp^e_{t+1} a aceleração das expectativas inflacionárias, d_t a taxa de variação do déficit do setor público e u_t o erro aleatório.

O índice de preços considerado foi o Índice de Custo de Vida no Rio de Janeiro (ICV-RJ), uma vez que os do IBGE, que possuem, sem dúvida, maior representatividade, não estão disponíveis para todo o período amostral. Outros índices de preços poderiam ser usados (por exemplo, o IGP-DI), mas os resultados seriam os mesmos.

O déficit do setor público, por outro lado, também não é acompanhado de forma sistemática para todo o período do estudo, fazendo-se necessária, desta forma, a utilização de uma *proxy* para esta variável, que foi, então, aproximada pela soma do consumo e dos investimentos governamentais, já que os movimentos tendenciais da variável déficit e da *proxy* proposta são semelhantes.

Com respeito à aceleração das expectativas, optou-se por fazer — ainda de acordo com Barbosa (1983) — $\Delta p^e_{t+1} = p^*_t - p^*_{t-1}$, onde p^*_t é a taxa de inflação medida no mês de junho do ano t. O resultado da estimação, por mínimos quadrados ordinários, da equação de demanda agregada foi:

$$\underset{}{p_t} = \underset{(1,99)}{0,36}\ m_t - \underset{(-\,1,89)}{1,07}\ y_t + \underset{(3,74)}{0,57}\ d_t + \underset{(1,78)}{0,39}\ \Delta p^e_{t+1} \qquad (40)$$

$$R^2 = 0,92 \qquad \overline{R}^2 = 0,91 \qquad DW = 1,87 \qquad \sigma = 17,82$$

onde os valores entre parênteses abaixo dos coeficientes são as estatísticas t de Student, R^2 é o coeficiente de determinação da regressão, $\overline{R}^2$ é o R^2 ajustado pelos graus de liberdade, DW é a estatística de Durbin-Watson para se testar correlação serial de primeira ordem nos resíduos e σ é o desvio-padrão da regressão.

Em seguida, conforme descrito na Subseção 3.1, foi estimada uma equação tendo o crescimento da base monetária como variável dependente e as demais exógenas *do modelo estrutural* como independentes. Para esta equação, o resultado foi:

$$m_t = \underset{(15,16)}{0,87}\ d_t - \underset{(-0,14)}{0,07}\ CH.EXT_t + \underset{(0,15)}{15,25}\ CH.AGR_t \qquad (41)$$

$$R^2 = 0,86 \qquad \overline{R}^2 = 0,85 \qquad DW = 2,42 \qquad \sigma = 22,38$$

onde $CH.EXT_t$ é o choque externo no período, medido pela diferença entre a taxa de variação do índice de preços de importação e a inflação norte-americana, e $CH.AGR_t$ é o choque agrícola no período, medido pela diferença entre o produto agrícola e o potencial.

No terceiro estágio, conforme descrito anteriormente, procede-se à estimação da equação cuja variável dependente é o resíduo da equação (40), denotado por $u_{1,t}$, e as independentes são as exógenas da equação (40), base monetária, variação do déficit e o resíduo da equação (41), denotado por $\hat{u}_{2,t}$. Para esta equação obteve-se:

$$\hat{u}_{1,t} = \underset{(0,08)}{0,30}\ \hat{u}_{2,t} + \underset{(0,08)}{0,26}\ d_t - \underset{(-0,08)}{0,30}\ m_t \qquad (42)$$

$$R^2 = -0,06 \qquad \overline{R}^2 = -0,15 \qquad DW = 1,87 \qquad \sigma = 17,43$$

O teste final consiste em verificar se a estatística $T\ R^2$ – onde T é o número de observações e R^2 o coeficiente de determinação da regressão (42) – se encontra na região de aceitação da hipótese nula, para uma distribuição qui-quadrada com um grau de liberdade.

Como se verifica dos resultados apresentados acima, $T\ R^2$ é negativo, tornando o teste inválido. Isto deveria ser esperado porque o teste LM requer normalidade dos erros. Pode-se testar esta hipótese através do teste de Bera-Jarque (que tem uma distribuição qui-quadrada com dois graus de liberdade). A hipótese de normalidade dos erros é rejeitada tanto na regressão (40) quanto na (41), já que a estatística de Bera-Jarque para elas são $\eta_1(2) = 72,56$ e $\eta_1(2) = 26,21$, respectivamente.

A utilização do teste LM também não era válida porque y_t e Δp^e_{t+1} não eram variáveis estritamente exógenas. Desta forma, o teste de exogeneidade para a base monetária deve ser o descrito na Subseção 3.2.

Estimou-se então a equação (39) por variáveis instrumentais usando-se como instrumentos todas as variáveis exógenas do modelo simultâneo, isto é, d_t, $CH.EXT_t$, $CH.AGR_t$ e constante, obtendo-se os seguintes resultados:

$$p_t = \underset{(0,29)}{1,00}\ m_t - \underset{(-0,40)}{0,56}\ y_t + \underset{(0,01)}{0,02}\ d_t + \underset{(0,04)}{0,09}\ \Delta p^e_{t+1} \qquad (43)$$

$$DW = 2,29 \qquad \sigma = 23,43$$

e estimou-se (39) utilizando-se como instrumentos as exógenas do sistema e as endógenas da equação (isto é, y_t e Δp^e_{t+1}), tendo sido obtidos os seguintes resultados:

$$p_t = \underset{(1,15)}{1,10}\ m_t - \underset{(-1,57)}{1,66}\ y_t - \underset{(-0,10)}{0,01}\ d_t + \underset{(0,11)}{0,05}\ \Delta p^e_{t+1} \quad (44)$$

$$DW = 2,46 \qquad \sigma = 23,51 \qquad \eta_2(2) = 0,007$$

onde $\eta_2(2)$ é o teste de Sargan, que tem uma distribuição qui-quadrada com dois graus de liberdade, para validade dos instrumentos. A hipótese de que os instrumentos são válidos não pode ser rejeitada.

Aplicando-se a estatística (38) aos resultados acima, obtém-se o valor 0,0023, que implica não-rejeição da hipótese nula, isto é, não se pode rejeitar a hipótese de que a base monetária é *exógena fraca* na equação (39).

5 — Conclusões

Procurou-se, neste trabalho, apresentar uma nova metodologia sobre testes de causalidade, mais completa do que a abordagem Granger-Sims, na medida em que considera a exogeneidade da variável em questão em relação aos demais parâmetros de uma equação de um sistema simultâneo.

Com base neste teste, verificou-se o padrão de "causalidade" existente na economia brasileira entre as taxas de expansão da base monetária e as taxas de inflação. Os resultados encontrados mostram que a moeda foi preponderantemente exógena em relação aos preços no período, contrariamente ao que foi encontrado por Cardoso (1977) e Carneiro Netto e Fraga Neto (1984) e em conformidade com os resultados de Contador (1978), Marques (1983) e Brandão (1985), ressalvando-se que os períodos amostrais são distintos nestes trabalhos.

O próximo passo será o desenvolvimento e a aplicação de testes sobre mudança de regime de política econômica, os quais parecem mais razoáveis do que a generalização de relações *médias* encontradas para períodos longos.

Abstract

This article shows that causality tests can not be used to prove exogeneity of variables. Following Engle, Hendry and Richard (1983), concept of weak and strong exogeneity is presented. Exogeneity tests are derived and these tests are applied to the aggregate demand equation of Barbosa's model. The result of the test imply that money is exogenous for inflation during the period 1960/83.

Bibliografia

BARBOSA, F. H. Os choques de oferta e as políticas monetária e fiscal na inflação brasileira. *In:* SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMETRIA. *Anais do V Encontro Brasileiro de Econometria.* Belém do Pará, 1983.

BRANDÃO, A. S. P. Moeda e preços relativos: evidência empírica. *Revista de Econometria, 5* (2) :33-80, 1985.

CARDOSO, Eliana A. Moeda, renda e inflação: algumas evidências da economia brasileira. *Pesquisa e Planejamento Econômico,* Rio de Janeiro, *7* (2) :423-34, ago. 1977.

CARNEIRO NETTO, D. D., e FRAGA NETO, A. Variáveis de crédito e endogeneidade dos agregados monetários: nota sobre a evidência empírica dos anos 70. *Pesquissa e Planejamento Econômico,* Rio de Janeiro, *14* (1) :175-96, abr. 1984.

CONTADOR, C. R. A exogeneidade da oferta de moeda no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico,* Rio de Janeiro, *8* (2) :475-504, ago. 1978.

ENGLE, R. F., HENDRY, D. F., e RICHARD, J. F. Exogeneity. *Econometrica, 51*:277-304, 1983.

FRANCO, G. H. B. Taxa de câmbio e oferta de moeda — 1880-1897: uma análise econométrica. *Revista Brasileira de Economia, 40* (1) :63-88, 1986.

HAUSMAN, J. A. Specification tests in econometrics. *Econometrica,* 48:697-720, 1978.

HENDRY, D. F. The structure of simultaneous equation estimators. *Journal of Econometrics, 4*:51-88, 1976.

———. Econometric methodology: a personal perspective. *In:* BEWLEY, T. F., ed. *Advances in econometrics.* Cambridge, Cambridge University Press, 1987, v. 2, p. 29-48.

HOLLY, A. A simple procedure for testing whether a subset of endogenous variables is independent of the disturbance term in a structural equation. *Cahiers de Recherches Économiques,* (8.209), Université de Lausanne, 1982.

———. Testing for exogeneity: a survey. *Cahiers de Recherches Économiques,* (8.506), Université de Lausanne, 1985.

KOOPMANS, T. C. When is an equation system complete for statistical purpose? *In:* KOOPMANS, T. C., ed. *Statistical inference in dynamic economic models.* New York, Wiley, 1950.

LUBRANO, M., PIERSE, R. G., e RICHARD, J. F. Stability of a UK money demand equation: a Bayesian approach to exogeneity testing. *Review of Economics Studies, LIII,* (175) :603-34, 1986.

MARQUES, M. S. B. Moeda e inflação: a questão da causalidade. *Revista Brasileira de Economia, 37*:13-38, 1983.

PIERSE, R. G. *Manual do Programa PERSEUS.* 1982.

RICHARD, J. F. Models with several regimes and changes in exogeneity. *Review of Economic Studies, XLVII*:1-20, 1980.

WU, D. Alternative tests of independence between stochastic regressors and disturbances. *Econometrica, 41*:733-50, 1973.

(Originais recebidos em abril de 1988. Revistos em setembro de 1988.)