Crescimento, distribuição e utilização da capacidade: um modelo neo-steindliano – comentários

João Lizardo de Araujo *

O trabalho de Amadeo traz à discussão teórica sobre crescimento e distribuição de renda a análise do grau de utilização como variável endógena do sistema. Este trabalho parte da mesma hipótese, completando o modelo com uma equação que exprime o efeito dos investimentos sobre a geração de capacidade produtiva. Com esta equação adicional reexaminamos as conclusões de Amadeo; em particular, notamos que a fixação exógena da margem de lucro e a endogeneidade do grau de utilização não são condições suficientes para demonstrar a tese estagnacionista e, assim, sugerimos um possível mecanismo para o comportamento estagnacionista.

1 — Introdução

O artigo de Amadeo traz uma bem-vinda contribuição a uma polêmica teórica de especial interesse para os dias de hoje, ao utilizar uma abordagem de inspiração steindliana para investigar a relação entre crescimento e distribuição de renda, criticando esquemas de filiação marxista e keynesiana.

O resultado mais importante desse artigo é, sem dúvida, o que reafirma a "proposta estagnacionista de que um aumento do salário real (ou, então, da parcela dos salários na renda) é *condição suficiente* para se atingir uma taxa de crescimento mais elevada" [Amadeo (1986, pp. 704-5)]. Por sua vez, esse resultado deriva diretamente da exigência de que "a função de investimento deve reagir menos a mudanças na utilização da capacidade que a função de poupança" (*idem*, p. 701, n. 18) em torno do equilíbrio, como condição de estabilidade no modelo neo-steindliano.

Neste trabalho, analisamos esta exigência e derivamos uma condição de equilíbrio, para o modelo neo-steindliano, que leva em conta o efeito dos investimentos sobre a capacidade produtiva; a partir desta condição, reexaminamos as conclusões de Amadeo.

* Da AIE/COPPE-UFRJ.

Na próxima seção resumimos o modelo de Amadeo e discutimos algumas implicações de sua exigência; a Seção 3 deriva condições de equilíbrio dinâmico levando em conta o papel dos investimentos na formação de capacidade; finalmente, a Seção 4 discute as conclusões de Amadeo à luz das condições de equilíbrio derivadas na Seção 3.

2 — O modelo neo-steindliano de Amadeo

Sem pretender repetir o desenvolvimento do modelo e toda a discussão teórica (para o que remetemos ao artigo citado), cabe aqui recordar a notação utilizada e as relações fundamentais.

Tomamos inicialmente as variáveis e relações, extraídas da equação de preços (ou distribuição):

X = nível de produto;

K = capacidade produtiva;

N = nível de emprego;

ω = salário real $\equiv \alpha . a$;

r = taxa bruta de lucro;

$a \equiv X/N$ = produto por unidade de mão-de-obra;

$u \equiv X/K$ = grau de utilização da capacidade; e

$\alpha \equiv 1 - \dfrac{r}{u}$ = participação dos salários na renda.

A última identidade é utilizada também de outra forma:

$$r \equiv (1 - \alpha)\, u \tag{1}$$

A esta identidade junta-se, a partir da equação do gasto agregado, a equação de Cambridge:

$$g^s = (1 - c_k)\, r$$

onde c_k é a propensão a consumir dos capitalistas (supõe-se em primeira aproximação que assalariados só consomem) e g^s a relação poupança/capacidade.

O artigo de Amadeo usa uma versão modificada, em que $c_k = 0$ (capitalistas só poupam), mas desenvolve em apêndice o caso geral. Seguindo Amadeo, tomaremos também a equação modificada:

$$g^s = r \tag{2}$$

Das mesmas relações, tiramos $c = \alpha . \left[1 - \frac{g}{u} \right]$, onde c é o consumo real por unidade de mão-de-obra, suposto igual a ω.

A estas equações Amadeo acrescenta outras para mostrar os fechos neo-keynesiano e neomarxista, assim como o neo-steindliano; no que se segue limitar-nos-emos a este último.

O fecho neo-steindliano é obtido, resumidamente, através de duas equações:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \pi} \tag{3}$$

onde π é a margem de lucro sobre os custos primos, fixada oligopolicamente pelas empresas, e:

$$g^I = f(r,u)$$

onde g^I é a razão investimentos/capital; os investimentos são, assim, induzidos pela taxa de lucro e pela utilização da capacidade.

A introdução desta função de investimento tem por objetivo colocar a utilização da capacidade como variável endógena ao modelo, e não fixada exogenamente como no caso dos dois outros fechos utilizados. Levando em conta, por outro lado, que a margem de lucro (fixada exogenamente) e o grau de utilização da capacidade determinam a taxa de lucro, $f(r,u)$ pode ser simplificada para $f(u)$; para maior facilidade analítica, Amadeo toma uma função linear:

$$g^I = v + z \ (u - k) \tag{4}$$

onde: k é o grau planejado (*ex ante*) de utilização da capacidade; k tem um papel de meta das empresas quanto a "suas decisões de investir: para $u > k$, elas têm mais incentivo para investir e, para $u < k$, ocorre o contrário" [Amadeo (1986, p. 701)]; v é o nível planejado de investimentos se $u = k$; e z é o coeficiente de variação de g^I com relação a u (> 0 por hipótese).

As equações (1) a (4) dão o seguinte equilíbrio:

$$u^* = \frac{v - z.k}{\sigma} \tag{5}$$

$$g^* = v + z \left[\frac{v - z.k}{\sigma} - k \right] \tag{6}$$

$$c^* = \omega^* = \frac{\alpha}{1 + \pi} \tag{7}$$

onde:

$$\sigma = \frac{\pi}{1+\pi} - z \; (= 1 - \alpha - z)$$

Notemos, a propósito, que ω^* e c^* não são afetados pela função de investimento.

O equilíbrio do sistema (1) - (4) é estável sob a condição de que $\sigma > 0$, ou seja, $z < 1 - \alpha$. Esta condição "significa que a função de investimento deve reagir menos a mudanças na utilização da capacidade que a função de poupança" [Amadeo (1986, p. 701, n. 18)].

O gráfico a seguir reproduz essa configuração de equilíbrio (extraímo-lo do Gráfico 5 de Amadeo, adicionando uma função de investimento alternativa com $z > 1 - \alpha$), e podemos observar nele uma implicação curiosa da condição $z < 1 - \alpha$: como, no equilíbrio, toda a poupança é investida, uma eventual redução no grau de utilização levará a que os investimentos ultrapassem a poupança, e isto em grau tanto mais elevado quanto maior for a capacidade ociosa; o contrário ocorre se conjunturalmente aumentar o grau de utilização da capacidade — neste caso, parte da poupança deixa de ser investida. Tudo se passa como se os investidores tivessem como preocupação fundamental manter o nível de investimentos constante, a despeito das variações no grau de utilização da capacidade. Este comportamento parece pelo menos contra-intuitivo, para não dizer paradoxal, a menos que consideremos que os investidores estão julgando as eventuais variações de utilização puramente conjunturais; tal hipótese, no entanto, já levaria a outro modelo. [1] Como, entretanto, a hipótese $z < 1 - \alpha$ é condição de estabilidade do modelo, este deve ser analisado à parte (mas antes disso cabe expor as principais conclusões de Amadeo sobre choques na distribuição de renda).

Derivando os resultados de um choque em α (alteração de π), temos:

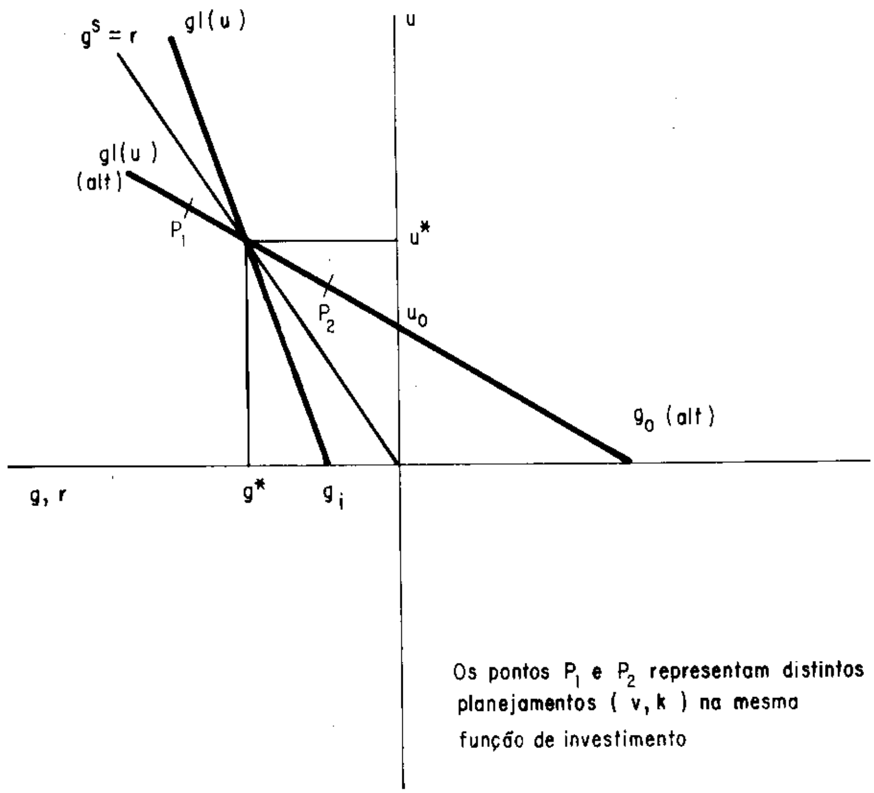
$$\frac{\partial u^*}{\partial \alpha} = \frac{v - z.k}{\sigma^2}$$

$$\frac{\partial g^*}{\partial \alpha} = \frac{\partial r^*}{\partial \alpha} = \frac{z.(v - z.k)}{\sigma^2}$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial \alpha} = \frac{\partial \omega^*}{\partial \alpha} = a > 0 \quad \text{sempre}$$

[1] Ver no fim deste texto discussão de um possível modelo para ter $z < 1 - \alpha$.

FUNÇÕES DE INVESTIMENTO



Sob a condição de que $z < 1 - \alpha$ os demais são também positivos, o que implica que uma queda na margem de lucros (π) leva por si só a maior crescimento, e vice-versa.

Observemos, por outro lado, que, se $z > 1 - \alpha$, teremos $\dfrac{\partial u^*}{\partial \alpha} < 0$ e $\dfrac{\partial g^*}{\partial \alpha} = \dfrac{\partial r^*}{\partial \alpha} < 0$; neste caso, um aumento dos salários reais levaria necessariamente a menor crescimento (supondo sempre que todo o lucro das empresas é reinvestido).

3 — Crítica do modelo de Amadeo e construção de um novo modelo

Ao analisarmos detidamente o gráfico anterior, chama a atenção não apenas o comportamento dos investidores que seguem a condição $z < 1 - \alpha$, como também o fato de que a função de investimento com parâmetros "instáveis" tem um comportamento razoável, pelo menos à primeira vista: se cai o grau de utilização, há menos estímulo a investir e nem toda a poupança é convertida em investimento produtivo; ao contrário, se aumenta o grau de utilização com crescente saturação da capacidade, há tendência a investir mais do que se poupa.

Se a condição de estabilidade parece contradizer o bom senso, não estaria este incidindo em erro? A resposta está numa análise detida do modelo de Amadeo: na verdade, este busca deduzir o grau de utilização no equilíbrio como variável endógena e para tanto introduz a demanda de investimentos como função do grau de utilização. No entanto, omite o efeito dos investimentos sobre o grau de utilização através da geração de capacidade; em conseqüência, o único efeito dos investimentos medido por Amadeo é seu papel no gasto agregado. Em outras palavras, para a ação dos investimentos sobre a taxa de utilização seu modelo admite unicamente a seguinte cadeia causal:

maiores investimentos → maior utilização da capacidade

No curtíssimo prazo, e admitindo fixados os demais itens do gasto agregado, isto é verdade; mas esquecer os efeitos específicos do investimento sobre a capacidade equivale a equipará-lo ao consumo. Ora, é precisamente em seus efeitos sobre a taxa de utilização da capacidade que estes dois itens do gasto agregado se diferenciam entre si. É necessário, assim, derivar uma equação do grau de utilização em função do investimento; faremos isto como se segue:

Mantendo a notação de Amadeo, observamos que necessitamos de equações dinâmicas; utilizando subscritos para indicar o período, temos: [2]

$$K_t = K_{t-1} \ (1 - d) + \mu . I_{t-1} \tag{8}$$

onde d é a taxa de desgaste (ou depreciação) do capital e μ a relação marginal capacidade/investimento.

Antes de prosseguir, convém fixar algumas convenções contábeis: normalmente K é tomado como o valor do estoque de capital, e neste caso a relação marginal é idêntica a 1; no entanto, posto que estamos interes-

[2] Na equação (8) estamos admitindo uma defasagem de um período entre investimento e acréscimo de capacidade; pode-se argumentar que deveria ser tomada uma defasagem mais geral, e desenvolvemos em apêndice o caso da defasagem de dois períodos e o de maturação geométrica, além de investigar esquemas mais gerais.

sados no grau de utilização, o qual é vantajosamente visto como uma fração própria da capacidade produtiva, ou seja, o limite superior do produto num dado período, definimos K como este. Podemos notar [Kalecki (1971 e 1977)] que esta quantidade, para uma técnica dada, é proporcional ao volume de capital. Isto tem a vantagem adicional de separar o investimento, visto como parcela do produto, da capacidade produtiva gerada por ele, seguindo uma preocupação expressa por Steindl (1980). Na verdade, Steindl exprime tanto o capital como o investimento em termos de capacidade produtiva; para a presente discussão, no entanto, parece apropriado distinguir estas duas unidades de medida e nada é perdido em generalidade ou rigor.

Podemos agora escrever uma equação ligando utilização e investimento:

$$u_t \equiv \frac{X_t}{K_t} = \frac{X_t}{K_{t-1}.(1-d)+\mu.I_{t-1}} \tag{9}$$

$$= \frac{K_t}{K_{t-1}} \cdot \frac{1}{1-d+\mu.g_{t-1}} = u_{t-1} \cdot \frac{[X_t/X_{t-1}]}{1-d+\mu.g_{t-1}}$$

ou:

$$u_t = u_{t-1} \cdot \frac{1+\rho}{1-d+\mu.g_{t-1}} \tag{10}$$

onde ρ é a taxa de crescimento do produto. [3]

Acrescentemos a equação (4), ligeiramente modificada e defasada:

$$g_{t-1} = g_0 + z.u_{t-1} \tag{4'}$$

onde $g_0 \equiv v - z.k$.

Alternativamente, podemos escrever $g = z.(u - u_0)$, onde $u_0 = \frac{-g_0}{z}$ (ver gráfico anterior).

Das equações (4') e (10), obtemos:

$$u_t = u_{t-1} \cdot \frac{1+\rho}{1-d+\mu.g_0+\mu.z.k_{t-1}} \tag{11}$$

[3] Observemos que, como admitimos variação no grau de utilização da capacidade, não podemos tomar $\rho = \mu.g - d$.

Esta recorrência tem o ponto fixo (para ρ dado):

$$u^*(\rho) = \frac{\rho + d}{\mu . z} - \frac{g_0}{z} = \frac{1}{z} \cdot [g^{I*}(\rho) - g_0] \qquad (11')$$

$$g^{I*}(\rho) = \frac{\rho + d}{\mu} \qquad (11'')$$

Assim, o sistema (1), (2), (3), mais (4) e (11) – ou (11') e (11'') –, tem o ponto de equilíbrio:

$$u^* = \frac{\rho^* + d}{\mu . z} - \frac{g_0}{z} = \frac{g_0}{1 - \alpha - z} \qquad (12)$$

$$g^* = g_0 + z . u^* = (1 - \alpha) . u^* \qquad (13)$$

$$c^* = \omega^* = \frac{a}{1 + \pi} \qquad (14)$$

$$r^* = \frac{\pi}{1 + \pi} \cdot u^* = \frac{\pi}{1 + \pi} \cdot \frac{\rho + d - \mu . g_0}{\mu . z} = \frac{(1 - \alpha) . g_0}{1 - \alpha - z} \qquad (15)$$

$$\rho^* = \mu . r^* - d = \mu . g^* - d = \frac{(1 - \alpha) . \mu . g_0}{1 - \alpha - z} - d \qquad (16)$$

Notemos que a equação (16) – e antes dela a equação (11'') – enuncia o fato já conhecido de que, em equilíbrio dinâmico, a produtividade do investimento deve equivaler ao crescimento do produto mais o desgaste do capital.

Investiguemos agora a estabilidade deste equilíbrio: a equação (11) é da forma $u_t = F[u_{t-1}]$; [4] sabemos que esta recorrência tem equilíbrio estável se:

$$\left| \frac{d}{du} F(u^*(\rho)) \right| < 1$$

Derivando e substituindo em u^*, obtemos:

$$\frac{d}{du} F(u^*(\rho)) = \frac{1 - d + \mu . g_0}{1 + \rho} \qquad (17)$$

[4] Observemos que nesta equação ρ é um parâmetro; as equações (11'') e (16) só são válidas no equilíbrio.

A condição de estabilidade exprime-se, portanto:

$$\rho > -d + \mu \cdot g_0 \quad \text{e} \; \rho > -2 + d - \mu \cdot g_0 \tag{18}$$

Para todas as situações realizáveis, o primeiro limite inferior domina o segundo: com efeito, $d - \mu \cdot g_0 - 2 > -d + \mu \cdot g_0 \longleftrightarrow \mu \cdot g_0 - d < -1$.

Substituindo (16) em (18), e tendo em conta que apenas o primeiro limite tem sentido econômico ou físico, obtemos:

$$\frac{(1 - \alpha) \cdot \mu \cdot g_0}{1 - \alpha - z} - d > -d + \mu \cdot g_0$$

ou:

$$\begin{aligned} z &< 1 - \alpha \text{ se } g_0 > 0 \\ z &> 1 - \alpha \text{ se } g_0 < 0 \end{aligned} \tag{19}$$

Como essas duas possibilidades esgotam os equilíbrios economicamente realizáveis com g^* e u^* positivos,[5] obtemos como condição necessária e suficiente do equilíbrio estável qualquer dos dois comportamentos em (19), ou seja, os dois comportamentos do gráfico anterior levam a equilíbrio estável. No entanto, isto não significa que o valor de z não influa sobre o equilíbrio: com efeito, para $z = 1 - \alpha$ não existe equilíbrio, e na verdade a condição de viabilidade pode ser estreitada mais: levando em conta as restrições de viabilidade física (isto é, $u^* \leqslant 1$ sempre), podemos deduzir condições mais estritas para z:

$$z \leqslant 1 - \alpha - g_0 \quad \text{para} \quad g_0 > 0$$

$$z \geqslant 1 - \alpha - g_0 \quad \text{para} \quad g_0 < 0$$

Por outro lado, derivando em relação a z temos (lembrando que $g^* = (1 - \alpha) \cdot u^*$ sempre):

$$\frac{\partial u^*}{\partial z} = \frac{v - (1 - \alpha) \cdot k}{(1 - \alpha - z)^2} \tag{20}$$

O que nos diz que o efeito de z sobre o equilíbrio é proporcional à diferença entre o nível planejado dos investimentos e aquele que seria consistente com o grau de utilização planejado *ex ante*; em outras palavras, o

5 Se $g_0 > 0$, $z > 1 - \alpha$ implica que as retas $g^I(u)$ e $g^s(u)$ não se encontram num ponto de coordenadas positivas, o mesmo ocorre se $g_0 < 0$ e $z \leqslant 1 - \alpha$, e desconsideramos o caso $z < 0$ (para $g_0 > 0$, $z < 0$ satisfaz (19), mas não tem justificativa econômica).

efeito de variar z é tanto maior quanto menos consistente seja o planejamento dos investidores. Inversamente, se o planejamento é consistente, ou seja, $v = (1 - \alpha) . k$, teremos $u^* = k$ e $\frac{\partial u^*}{\partial z} = 0$.

Finalmente, os níveis planejados de investimentos e do grau de utilização não apenas têm efeitos opostos, como estes dependem do sinal de $1 - \alpha - z$:

$$\frac{\partial u^*}{\partial v} = \frac{1}{1 - \alpha - z} \tag{21}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial k} = \frac{-z}{1 - \alpha - z} \tag{22}$$

4 — Discussão dos resultados

Dos resultados acima podemos concluir que a tese estagnacionista é válida se o comportamento dos investidores é aquele postulado por Amadeo ($g_0 > 0$, $z < 1 - \alpha$), mas outro comportamento é também viável ($g_0 < 0$, $z > 1 - \alpha$), para o qual não são válidas as conclusões de Amadeo. O debate sobre a tese estagnacionista não pode basear-se, assim, somente nas hipóteses sobre a oligopolização (α fixado exogenamente pelas empresas) e da indução do investimento pela utilização da capacidade ($g^I = f(u)$), mas deve buscar razões externas para supor que o investimento reage menos que a poupança a variações do grau de utilização da capacidade. Isto, no entanto, é outro debate; sem tomar partido nele, observemos apenas que podemos caracterizar o comportamento estagnacionista como relativamente insensível ao grau de utilização, em contraste com o comportamento alternativo que tem alta sensibilidade ao mesmo. No limite, teríamos, para o primeiro comportamento, $g^I = v$ $(z = 0)$ e, para o segundo, $u \equiv k$ $(z = +\infty)$.

De qualquer maneira, fica posta a questão da existência ou não de um mecanismo que induza um comportamento estagnacionista, visto que as duas hipóteses de Amadeo não bastam para tal; parece-nos que este mecanismo poderia ser definido a partir de outras características dos oligopólios, em particular se supomos que eles agem numa perspectiva de longo prazo. Neste caso, a função de investimento reage não ao grau de utilização ocorrido no período t, mas à percepção que os investidores têm do seu comportamento de longo prazo; isto dá como efeito uma baixa reação de g^I a variações de u. Por exemplo, seja o seguinte modelo:

$$g^I_t = g_0 + z . \overline{u}_t, \quad \overline{u}_t = (1 - \lambda) . u^* + \lambda . u_t \tag{23}$$

onde $\lambda \varepsilon [0, 1]$ e u^* é o grau de utilização no equilíbrio. Neste modelo, teremos, com efeito:

$$g_t' = g_0' + \lambda . z . u_t \qquad (24)$$

onde $g_0' = g_0 + (1 - \lambda) . z . u^*$. Portanto, para o modelo (23), se $\lambda < (1 - \alpha) / z$, teremos efetivamente um comportamento estagnacionista. Seria interessante investigar outros possíveis mecanismos.

Antes de terminar, vale a pena discutir brevemente a crítica de Amadeo ao modelo neokeynesiano: em sua discussão, ele toma os *animal spirits* dos investidores como "sintetizados" em v, o nível de investimento planejado; se aceitamos isto, vimos na equação (21) que o efeito de variar v depende do comportamento básico dos investidores – estagnacionista ou não. Por outro lado, poderíamos argüir que z é igualmente expressão do "entusiasmo" dos investidores; neste caso, pudemos ver em (20) que um fator dominante é a qualidade do planejamento. Suponhamos (embora concordemos com Amadeo que os investidores podem planejar manter capacidade ociosa, isto não implica manter k constante: é necessário apenas que k e u^* permaneçam inferiores a um nível de utilização θ, julgado satisfatório pelas empresas) que, permanecendo estáveis as condições de contorno,[6] as expectativas dos investidores tendam a convergir para o equilíbrio; neste caso, o comportamento do equilíbrio tenderá a ficar mais robusto com respeito a z. Finalmente, permanecem válidas as conclusões com respeito a efeitos de z, v e k sobre salários e distribuição de renda (conforme observamos acima, em comentário à configuração de equilíbrio (5) a (7), ω^* e c^* não são afetados pela função de investimento dada a hipótese de fixação exógena da margem de lucro).

Apêndice — Condições de estabilidade para prazos de maturação superiores a um período

A equação (8) supõe um prazo de maturação dos investimentos igual a um período; pode-se objetar que isto não é realista e que melhor seria tomar um prazo maior ou um perfil de maturação distribuído no tempo. No que se segue, procuramos analisar as conseqüências sobre a estabilidade do equilíbrio de alterar a equação (8).

O caso mais geral é, sem dúvida, supor que o efeito de um investimento em t sobre a capacidade produtiva se distribui no tempo segundo um perfil

[6] Notemos que a mesma função $g^I(u)$ admite um número infinito de combinações de v e k, ligados pela equação $g_0 = v - z . k$.

de maturação $\varphi(\tau)$, isto é, um investimento unitário no ano t terá os seguintes efeitos sobre a capacidade produtiva:

no período $t+1$, $\mu . \varphi(1)$

no período $t+2$, $\mu . (\varphi(1) + \varphi(2))$

...

no período $t+\tau$, $\mu . (\varphi(1) + \ldots + \varphi(\tau))$

...

com $\sum_{\tau=1}^{\infty} \varphi(\tau) = 1$.

Neste caso, a equação (8) ficaria:

$$K_t = (1 - \mathrm{d}) . K_{t-1} + \mu . \{\varphi(1) . I_{t-1} + \varphi(2) . I_{t-2} + \ldots\} \tag{A1}$$

Infelizmente, esta forma é intratável; mas podemos analisar dois casos mais simples: a maturação em exatamente ω períodos ($\varphi(\omega) = 1$, $\varphi(\tau) = 0$ para $\tau \neq \omega$) e a maturação geométrica ($\varphi(\tau) = (1-\theta) . \theta^{\tau-1}$).

A.1 — Maturação em ω períodos

Neste caso:

$$K_t = (1 - d) . K_{t-1} + \mu . I_{t-w}$$

Podemos escrever:

$$u_t^{-1} = \frac{K_t}{X_t} = \frac{(1-d) . K_{t-1} + \mu . I_{1-\omega}}{X_t}$$

Substituindo $\dfrac{K_t}{X_{t-\tau}} = 1 + \rho(\tau)$ nesta equação, teremos:

$$u_t^{-1} - \frac{1-d}{1+\rho(1)} . u_{t-1}^{-1} - \frac{\mu . g_0 . u_{t-\omega}^{-1}}{1+\rho(\omega)} = \frac{\mu . z}{1+\rho(\omega)} \tag{A2}$$

Esta equação de diferenças finitas tem como solução:

$$u_t^{-1} = u_*^{-1} + \sum_{i=1}^{\omega} A_i . \lambda_i^t$$

onde: [7]

$$u^* = \frac{\rho(1) + d}{\mu . z} \cdot \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)} - \frac{g_0}{z}$$

e λ_i é solução de:

$$\lambda^{\omega} - \frac{1 - d}{1 + \rho(1)} \cdot \lambda^{\omega - 1} - \frac{\mu . g_0}{1 + \rho(\omega)} = f(\lambda) = 0 \qquad \text{(A3)}$$

A condição da estabilidade é que todas as ω raízes de (A3), reais ou complexas, tenham módulo inferior a 1. Embora para $\omega > 2$ seja difícil estabelecer estas raízes, podemos obter alguns resultados suficientes para instabilidade; assim, uma condição suficiente para instabilidade é que a função $f(\lambda)$ troque de sinal em um dos dois intervalos $(-\infty, -1]$ ou $[1, \infty)$, satisfeitas condições de consistência.

Para o intervalo $[1, \infty)$, a exigência de troca de sinal nos dá $f(1) < 0$, donde:

$$g_0 > \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)} \cdot \frac{\rho(1) + d}{\mu} = g_* = g_0 + z . u_*$$

Por outro lado, no intervalo $(-\infty, -1]$ a condição depende de ω ser par ou ímpar; para ω ímpar, uma condição de instabilidade é $f(-1) > 0$:

$$g_0 < - \frac{2 + \rho(1) - d}{\mu} \cdot \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)} = - g_* - 2 \cdot \frac{1 - d}{\mu} \cdot \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)}$$

e, para ω par, a condição é $f(-1) < 0$:

$$g_0 > \frac{2 + \rho(1) - d}{\mu} \cdot \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)} = g_* + 2 \cdot \frac{1 - d}{\mu} \cdot \frac{1 + \rho(\omega)}{1 + \rho(1)}$$

Para aplicar estas condições, entretanto, devemos assegurar-nos de que são consistentes com as relações entre raízes:

$$\Sigma_{i=1}^{\omega} \lambda_i = \frac{1 - d}{1 + \rho(1)}, \ \ldots, \ R_{i=1}^{\omega} \lambda_i = (-1)^{\omega} \cdot \frac{\mu . g_0}{1 + \rho(\omega)}$$

[7] Neste apêndice anotamos o equilíbrio com o asterisco em subscrito para distingui-lo do anterior, já que não estamos com o sistema completo de equações. Por outro lado, vale recordar que u_* é a "solução particular" da equação de diferenças finitas, o restante sendo a solução da "homogênea", isto é, com o segundo membro $= 0$ [ver Hildebrand (1968)].

Entretanto, é para $\omega = 2$ que podemos ter melhores resultados; aqui teremos os seguintes casos, resolvendo a equação de segundo grau $\lambda^2 - \frac{1-d}{1+\rho(1)} \cdot \lambda - \frac{\mu . g_0}{1+\rho(2)} = 0$:

a) se $g_0 > 0$, a condição de estabilidade é simplesmente $g_0 < g_*$, o que é sempre verdade para $z > 0$; e

b) se $g_0 < 0$, temos como condição de estabilidade:

$$g_0 > \frac{-(1+\rho(2))}{\mu}$$

que dá, lembrando que $g_0 = -z . u_0 = u^* \cdot (1 - \alpha - z)$:

$$z < \frac{1+\rho(2)}{\mu . u_0} = 1 - \alpha + \frac{1+\rho(2)}{\mu . u^*} \tag{A4}$$

Em vista do item *a*, a inequação (A4) é condição necessária e suficiente para a estabilidade no caso de $\omega = 2$.

A.2 — Maturação distribuída geometricamente

Neste caso, teremos, anotando $\varphi = \mu \cdot (1 - \theta)$ e rearranjando a equação (A1):

$$K_t = (1 - d + \theta) \cdot K_{t-1} - \theta \cdot (1 - d) \cdot K_{t-2} + \varphi \cdot I_{t-1}$$

o que nos dá:

$$u_t^{-1} - \frac{1 - d + \theta + \varphi \cdot g_0}{1+\rho(1)} \cdot u_{t-1}^{-1} + \frac{\theta \cdot (1-d)}{1+\rho(2)} \, u_{t-2}^{-1} = \frac{\varphi \cdot z}{1+\rho(1)} \tag{A5}$$

Resolvendo analogamente ao caso anterior, encontramos como solução particular da equação (A5) o ponto (tomamos para simplificar $1 + \rho(2) = (1+\rho)^2$ e $\rho(1) = \rho$):

$$u_* = \frac{\rho + d - \theta}{\mu . z . (1-\theta)} - \frac{g_0}{z} + \frac{\theta . (1-d)}{\mu . z . (1-\theta) \cdot (1+\rho)} \tag{A6}$$

$$g_* = \frac{\rho + d - \theta}{\mu . (1-\theta)} + \frac{\theta . (1-d)}{(1-\theta) . \mu . (1+\rho)} \tag{A7}$$

A homogênea tem duas raízes reais de mesmo sinal ou raízes complexas conjugadas, conforme os valores dos parâmetros. No caso de ambas serem complexas conjugadas, a estabilidade é assegurada, já que temos $|\lambda| = \dfrac{\sqrt{\theta \cdot (1-d)}}{1+\rho}$; isto se dá para:

$$-1-\theta+d-2 \cdot \sqrt{\theta\,(1-d)} < \mu \cdot (1-\theta) \cdot$$
$$\cdot\, g_0 < -1-\theta+d+2 \cdot \sqrt{\theta\,(1-d)}$$

Por outro lado, temos estabilidade com duas raízes reais positivas para:

$$-1+d-\theta+2 \cdot \sqrt{\theta \cdot (1-d)} \leqslant \mu \cdot (1-\theta) \cdot g_0 < \rho+d-\theta \cdot \frac{\rho+d}{1+\rho}$$

e estabilidade com duas raízes reais negativas para:

$$-\left(1+\frac{\theta}{1+\rho}\right) \cdot (2+\rho-d) < \mu \cdot (1-\theta) \cdot$$
$$\cdot\, g_0 \leqslant -1+d-\theta-2 \cdot \sqrt{\theta \cdot (1-d)}\,.$$

Portanto, a condição de estabilidade no modelo com maturação geométrica se escreve:

$$-\left[1+\frac{\theta}{1+\rho}\right] \cdot (2+\rho-d) < \mu \cdot (1-\theta) \cdot g_0 < \rho+d-\theta \cdot \frac{\rho+d}{1+\rho} \qquad \text{(A8)}$$

o que significa que $z = \dfrac{g_* - g_0}{u_*}$ entre 0 e $\dfrac{2}{\mu \cdot (1-\theta) \cdot u_*} \cdot \left[1+\rho+\theta \cdot \dfrac{1-d}{1+\rho}\right]$ é condição necessária e suficiente de estabilidade para o modelo de maturação geométrica.

Procedendo analogamente a (A4), podemos reescrever esta condição como:

$$0 < z < 1-\alpha+\frac{1}{\mu \cdot (1-\theta) \cdot u^*} \cdot \left[1+\frac{\theta}{1+\rho}\right] \cdot (2+\rho-d) \qquad \text{(A9)}$$

Podemos então afirmar, com base nestes resultados, que as conclusões deste trabalho não são significativamente alteradas pela mudança de prazo de maturação (embora diversos outros aspectos da dinâmica econômica o sejam).

Com efeito, se os modelos de maturação concentrada em dois períodos e de maturação geométrica tendem a restringir superiormente z — ver equações (A4) e (A9) —, este limite superior dá-se acima de $1 - \alpha$; em outras palavras, apenas reações *muito* violentas dos investimentos com relação a variações na taxa de utilização colocam em risco a estabilidade do equilíbrio. Novamente, devemos buscar outros argumentos para demonstrar a tese estagnacionista; e seria interessante explorar características de oligopólios que tornem plausível a hipótese de $z < 1 - \alpha$.

No mais, podemos generalizar as conclusões para o caso mais geral, em que trabalhadores poupam e capitalistas consomem, de modo idêntico a Amadeo.

Abstract

Amadeo has contributed to the theoretical discussion on growth and income distribution by using the degree of capacity utilization as an endogenous variable of the system. The present work uses the same assumption, but adds an equation expressing the effect of investments on productive capacity. Using this we reexamine Amadeo's conclusions; in particular, we notice that exogenous fixation of profit margins and endogeneity of the degree of utilization are not sufficient conditions for the stagnationist thesis, and suggest a possible mechanism for a stagnationistic behaviour.

Bibliografia

AMADEO, E. J. Crescimento, distribuição e utilização da capacidade: um modelo neo-steindliano. *Pesquisa e Planejamento Econômico,* Rio de Janeiro, *16* (3) :689-712, dez. 1986.

HILDEBRAND, F. B. *Finite-difference equations simulations.* Prentice-Hall, 1968.

KALECKI, M. *Selected essays on the dynamics of the capitalist economy (1933-1970).* Cambridge, Cambridge University Press, 1971.

——. *Crescimento e ciclo das economias capitalistas.* São Paulo, Hucitec, 1977.

STEINDL, J. Progresso técnico, distribuição e crescimento. In: GAREGNANI, P., et alii, eds. *Progresso técnico e teoria econômica.* São Paulo, Hucitec-Unicamp, 1980.