Estimação das tabelas auxiliares de impostos e margens da Matriz de Insumo-Produto com mínima perda de informação: algoritmo RAWS[1]

Resumo

O artigo desenvolve o algoritmo RAWS para estimar as tabelas auxiliares de impostos indiretos e margens das Matrizes de Insumo-Produto (MIPs) de 2000 e 2005. O RAWS é derivado a partir de um problema de minimização de perda de informação, que explora a estrutura de dados das MIPs e Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) divulgadas pelo IBGE. São incorporados avanços recentes da literatura internacional de métodos de balanceamento de matrizes, especialmente a generalização do RAS para tabelas com células negativas. Ademais, as tabelas oficiais que compõem as MIPs de 2000 e 2005, compatíveis com a revisão 2004/2005 das contas nacionais, são ajustadas para adequá-las à revisão 2005/2009 das TRUs.

Palavras-chave: insumo-produto; Contas Nacionais; RAS; balanceamento de matrizes.

Abstract

This paper develops the RAWS algorithm to estimate auxiliary tables of indirect taxes and margins related to the Brazilian Input-Output Tables (IOTs) for 2000 and 2005. We derive RAWS by an information loss minimization problem, which explores the data structure from both the IOTs and Supply and Use Tables (SUT) released by IBGE. We make use of recent advances in the international literature of matrix balancing methods, as the generalization of RAS for tables with negative cells. Finally, we also adjust the official IOTs for 2000 and 2005 to make them compatible to the 2005/2009 revision of the SUTs.

Keywords: input-output; National Accounts; RAS; matrix balancing.

JEL: D57, C67, E01

[1] O autor agradece a Umed Temurshoev e Marcel Timmer pela cessão da rotina SUT-RAS apresentada em Temurshoev e Timmer (2011), que serviu de referência para a programação das rotinas em MATLAB do presente artigo.

1. Introdução.

A Matriz de Insumo-Produto (MIP) é uma fonte de informações privilegiada para a mensuração de encadeamentos entre os setores de uma economia, pois apresenta de maneira integrada as relações de compra e venda entre setores produtivos no consumo intermediário, separando-as da destinação aos componentes da demanda final. Pode ser aplicada em diversos estudos que procuram mensurar efeitos sobre a economia como um todo de choques específicos, por exemplo sobre setores como agricultura e indústria. Como subprodutos do processo de construção de uma MIP, são geradas tabelas auxiliares de absorção de importações, impostos indiretos e margens de comercio e transporte pelos setores produtivos e da demanda final, as quais podem ser utilizadas separadamente da MIP em aplicações específicas. Por exemplo, no caso da tabela de importações para separar o efeito de um choque sobre a produção interna da variação na demanda atendida por importações (Dietzenbacher, Albino e Kuhtz, 2005) e no caso das tabelas de impostos para estudar a incidência dos diferentes impostos indiretos em cadeias produtivas (Siqueira, Nogueira e Souza, 2001). No presente artigo, é proposto um novo método para a estimação das tabelas auxiliares da MIP no Brasil, que além de terem utilidade em aplicações específicas podem ser empregadas para melhorar a estimação da MIP nos anos em que ela não é divulgada pelo IBGE.

No Brasil, para a década de 90, sob a referência 1985 do Sistema de Contas Nacionais (SCN 85), o IBGE divulgou MIPs anuais de 1990 a 1996, incluindo todas as tabelas auxiliares estimadas para cada ano. Entretanto, para a referência 2000 do SCN, foram publicadas somente as MIPs referentes aos anos de 2000 e 2005 e a única tabela auxiliar divulgada para esses dois anos foi a de importações. Assim, a defasagem na disponibilidade de dados oficiais, que já é grande no caso da MIP, ultrapassa 15 anos no caso das tabelas auxiliares de impostos e margens. Isso prejudica não só estudos que fazem uso direto dessas tabelas auxiliares, mas também a estimação de MIPs para anos mais recentes por métodos de projeção de matrizes.

O objetivo do artigo é apresentar o *método RAWS*, desenvolvido para a estimação de todas as tabelas auxiliares dos anos de 2000 e 2005. O procedimento é assim denominado em referência ao clássico método RAS da literatura de projeção de matrizes. Trata-se de um método flexível, derivado a partir de um problema de minimização de perda de informação com o propósito de empregar toda a informação disponível nas MIPs e TRUs que seja relevante para a estimação eficiente das tabelas auxiliares. A solução do problema incorpora o tratamento mais adequado a células negativas das matrizes proposto no RAS generalizado (Junius e Oosterhaven, 2003).

Secundariamente, além de derivar o RAWS e utilizá-lo para estimar as tabelas auxiliares desses dois anos, o artigo apresenta um procedimento para correção das próprias MIPs de 2000 e 2005 divulgadas pelo IBGE. Calculadas a partir das TRUs da revisão 2004/2005 das contas nacionais, as MIPs de 2000 e 2005 apresentam pequenas incompatibilidades com as TRUs da revisão 2005/2009, a mais recente disponibilizada pelo IBGE. Como as MIPs não foram recalculadas para acompanhar as novas TRUs, apresentamos um procedimento para fazer tal ajuste.

Além da introdução e da conclusão, este artigo contém mais quatro seções. Na segunda seção são discutidos aspectos conceituais da estimação das tabelas auxiliares no Brasil. Na terceira seção são apresentadas as estimativas iniciais das tabelas. Na quarta, é derivado o método RAWS como um problema de minimização de perda de informação. Na quinta seção, são apresentados os procedimentos de correção das MIPs 2000 e 2005 e as etapas do algoritmo RAWS.

2. Estimação das tabelas auxiliares da MIP no Brasil: aspectos conceituais.

Para a construção de uma MIP, que relaciona setores a setores, são empregadas informações das Tabelas de Recursos e Usos (TRUs), que relacionam produtos a setores. A tabela de recursos mostra o quanto de cada produto é gerado por cada setor de atividade, enquanto a tabela de usos mostra as compras destes produtos por cada setor de atividade e pelos componentes da demanda final. Adotando hipóteses de identificação de produtos a setores, chega-se à MIP.

Mas enquanto a tabela de recursos usa o método de valoração a preços básicos e separa oferta nacional da importada, a tabela de usos está valorada a preços ao consumidor e sem separação da demanda por produtos nacionais e importados. Para chegar-se à MIP, é necessário eliminar essa diferença de valoração, mediante a estimação da tabela de usos de produtos nacionais a preços básicos. Para tanto, da tabela de usos original devem ser retirados a demanda por produtos importados e os elementos que são somados aos preços básicos para chegar aos preços de consumidor, que são os impostos indiretos e margens. Entretanto os valores de importações, margens e impostos são fornecidos nas TRUs apenas no total por produto, sem discriminar o quanto corresponde às vendas do produto para cada setor e para a demanda final. Assim, é necessário estimar tabelas auxiliares para a distribuição dessas margens, impostos e importações, para então deduzi-las de cada célula da matriz de usos a preços ao consumidor e chegar à tabela de usos a preços básicos com oferta nacional.

No Brasil, o IBGE divulgou as TRUs em anualmente como parte do SCN 2000. Na revisão 2005/2009 das contas nacionais, a mais recente na data de conclusão desse texto, as TRUs são apresentadas em três níveis de desagregação: 12 setores x 12 produtos, 43 setores x 80 produtos e 56 setores x 110 produtos (IBGE, 2011). No SCN 2000, a MIP foi divulgada para 2000 e 2005 com base nas TRUs da revisão 2004/2005, nos níveis de desagregação 12 setores x 12 produtos e 55 setores x 110 produtos (IBGE, 2007, 2008).[2]

O procedimento empregado pelo IBGE para a construção da tabela de usos a preços básicos com oferta nacional a partir das TRUs é exposto nas notas técnicas da MIP 2000/2005 (IBGE, 2008). Os totais por produto de importações, impostos e margens estão disponíveis na tabela de recursos de bens e serviços. As tabelas auxiliares, que distribuem esses totais por produto aos setores de atividade e componentes da demanda final que demandam cada produto, são calculadas pelos métodos a seguir:

i) As importações de bens e serviços são distribuídas pelas atividades consumidoras e demanda final por meio do software ERETES, utilizado na elaboração das Contas Nacionais, que combina informações de diversas bases de dados acessíveis ao IBGE;

ii) O imposto de importação é distribuído proporcionalmente à tabela auxiliar das importações;

iii) Para a distribuição das margens de comércio e de transporte, assim como dos outros impostos menos subsídios, são calculados coeficientes pela relação entre

[2] Nas revisões das contas nacionais posteriores a 2004/2005, o setor “1106. Outros serviços” das TRUs foi desagregado nos setores “1106. Serviços prestados às famílias e associativas” e “1107. Serviços domésticos”, aumentando de 55 para 56 o número de setores. No presente estudo, esses dois setores são agregados novamente para manter a compatibilidade com as MIPs originais do IBGE.

preços básicos e preços ao consumidor observada nas margens e outros impostos totais por produto. Multiplicando a tabela de usos de bens e serviços a preço de consumidor por tais coeficientes, formam-se tabelas auxiliares correspondentes;

iv) Os critérios de distribuição dos impostos ICMS e IPI não são explicados nas notas metodológicas;

Nota-se que as tabelas auxiliares são calculadas não só com dados das TRUs, mas também de outras fontes não disponíveis ao público em geral, e parte dos procedimentos não são esclarecidos. Ademais, como a MIP é obtida a partir da tabela de usos a preços básicos com oferta nacional e esta é calculada como um resíduo da tabela de usos a preços ao consumidor menos as tabelas auxiliares, boas estimativas para as tabelas auxiliares são essenciais para a construção adequada da MIP.

Como as TRUs são disponibilizadas em periodicidade anual, métodos para a estimativa anual de MIPs são, de fato, métodos para a estimação das tabelas auxiliares. No Brasil, a metodologia para estimação anual da MIP mais empregada em estudos empíricos é a proposta por Guilhoto e Sesso-Filho (2005). Em Guilhoto e Sesso-Filho (2010), a metodologia é adaptada para o SCN 2000, uma vez que o artigo original usa dados de 1994 e 1996, enquadrados na referência 1985 do SCN. Nesse método, a MIP estimada para cada ano é independente das matrizes oficiais divulgadas para anos anteriores, pois somente informações das TRUs do respectivo ano são utilizadas. Todas as tabelas auxiliares são calculadas pelo mesmo procedimento, que consiste em distribuir os totais por produto de impostos, margens e importações conforme a mesma proporção da distribuição dos totais por linha na tabela de usos a preços de consumidor. Há somente uma pequena diferença nas tabelas de importações e imposto de importação, pois nestas os valores da coluna da demanda final "Exportação de Bens e Serviços" são desconsiderados no cálculo das proporções.

Como será observado na próxima seção, o problema com esse método está em tratar igualmente a construção de todas as tabelas auxiliares, quando na verdade a análise da estrutura dos dados disponíveis nas TRUs, nas MIPs de 2000/2005 e nas MIPs da década de 90 revela particularidades que devem ser consideradas na estimação de cada uma. Entretanto, os ganhos potenciais com o uso dessas particularidades são mais relevantes quando as MIPs são estimadas por métodos de projeção, nos quais não só informações das TRUs do ano corrente são consideradas, mas também a estrutura das MIPs de anos anteriores.

O chamado *método RAS* (Stone, 1962) é o mais popular dos algoritmos para balanceamento e projeção de matrizes. Trata-se de um método biproporcional, no qual uma matriz é estimada a partir de uma projeção inicial (matriz A) e de totais conhecidos de somas nas linhas e colunas (vetores R e S, respectivamente). No algoritmo do RAS, os totais nas linhas são distribuídos seguindo as proporções da projeção inicial, a seguir os totais nas colunas são distribuídos conforme as proporções do passo anterior, depois novamente o total da linha é redistribuído pela proporção do último passo e assim sucessivamente até que os erros nas linhas e colunas sejam inferiores a certo patamar estabelecido.

Dentre as diversas variantes do RAS original desenvolvidas na literatura (ver Miller e Blair, 2009, cap.7; Temurshoev, Webb e Yamano, 2011), destaca-se a contribuição de Junius e Oosterhaven (2003). Os autores apresentam um algoritmo RAS modificado, denominado RAS generalizado (GRAS), que aceita valores negativos no balanceamento. Aprimoramentos no GRAS são introduzidos por Lenzen, Wood e Gallego (2007) e Huang, Kobayashi e Tanji (2008), que corrigem problemas do GRAS relacionados a entradas nulas na estimativa inicial e à especificação do problema de minimização de perda de informação.

Para aplicar o RAS original na projeção de MIPs, deveríamos calcular a tabela de usos nacional a preços básicos como resíduo da tabela de usos a preços de consumidor menos a soma das estimativas tabelas auxiliares, em que cada uma destas tabelas seria estimada individualmente tomando como projeção inicial a tabela do ano conhecido, enquanto os totais de somas nas linhas e colunas deveriam ser obtidos a partir das TRUs. A dificuldade em adotar esse procedimento está no desconhecimento das somas nas colunas por tabela auxiliar no ano estimado, pois somente as somas nas linhas são conhecidas a partir das TRUs.

Para o Brasil, uma solução para esse problema foi proposta por Grijó e Berni (2006), que sugerem uma versão modificada do RAS para projetar a MIP. O aspecto inovador desse estudo é a modificação do RAS original para ajustá-lo aos dados disponíveis das MIPs do SCN 1985 na década de 90. Os autores sugerem que a restrição de soma nas colunas seja substituída por uma restrição de soma célula a célula de todas as tabelas auxiliares com a tabela de usos nacional a preços básicos, que deve ser igual à tabela de usos a preços de consumidor.

Contudo, essa metodologia não é diretamente aplicável aos dados da SCN 2000, pois ela requer o conhecimento das tabelas auxiliares para o ano de referência da projeção, mas apenas a tabela de usos a preços básicos e a tabela de importações são divulgadas pelo IBGE para 2000 e 2005. Pelo método RAWS, desenvolvido nas próximas seções, as outras tabelas auxiliares serão estimadas para 2000 e 2005 fazendo uso de toda a informação disponível. Assim, tais tabelas poderão ser empregadas em estudos posteriores para a projeção anual da MIP no SCN 2000, além de terem sua própria utilidade em aplicações específicas.

3. Definições, dados disponíveis e estimativas iniciais

3.1. Definições e dados disponíveis

Na MIP divulgada pelo IBGE (2008) para os dois anos de 2000 e 2005, a maior parte das tabelas auxiliares não foi apresentada, diferentemente do que ocorreu nas MIPs da década de 90, em que todas as tabelas auxiliares foram apresentadas, inclusive com separação da distribuição de margens e impostos entre produtos nacionais e importados. Do conjunto de dados relevante para os propósitos do presente artigo, as seguintes tabelas são divulgadas junto às MIPs do SCN 2000:

- Recursos de bens e serviços, a preços básicos, na qual constam os vetores com os totais por produto de impostos e margens ($\boldsymbol{q_K} = [q_i^k]$, onde $\boldsymbol{K}$ é o indexador do tipo de margem ou imposto);

- Usos de bens e serviços a preço de consumidor ($\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$);

- Oferta e demanda de produtos importados, que é a tabela auxiliar das importações ($\boldsymbol{X_{IM}} = [x_{ij}^{IM}]$);

- Oferta e demanda da produção a preço básico, que é a tabela de usos a preços básicos ($\boldsymbol{X_U} = [x_{ij}^U]$);

A partir dessas tabelas disponíveis, pode-se calcular a matriz $\boldsymbol{H}^* = [h_{ij}^*]$:

$$\boldsymbol{H}^* = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{X_U} - \boldsymbol{X_{IM}} \tag{1}$$

Para os anos de referência, o problema consiste em estimar seis tabelas de passagem, referentes à distribuição do:

- Imposto de importação ($\boldsymbol{X_{TM}} = [x_{ij}^{TM}]$);

- ICMS ($\boldsymbol{X_{TC}} = [x_{ij}^{TC}]$);

- IPI ($\boldsymbol{X_{TP}} = [x_{ij}^{TP}]$);

- Outros impostos líquidos de subsídios ($\boldsymbol{X_{TS}} = [x_{ij}^{TS}]$);

- Margens de comércio ($\boldsymbol{X_{MC}} = [x_{ij}^{MC}]$);

- Margens de transporte ($\boldsymbol{X_{MT}} = [x_{ij}^{MT}]$).

As matrizes $\boldsymbol{H}^*$, $\boldsymbol{V}$ e $\boldsymbol{X_K}$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{U, IM, TM, TC, TP, TS, MC, MT\}$, têm dimensão $n \times m$, com os produtos indexados por $i = \{1, \dots, n\}$ nas linhas e os setores de atividade e demanda final indexados por $j = \{1, \dots, m\}$ nas colunas. Os vetores $\boldsymbol{q_K}$ têm dimensão $n \times 1$. Ao longo deste artigo, $n = 110$ e $m = 61$, os 55 setores de atividade mais 6 setores de demanda final. Mas no texto as equações são mantidas com n e m para expressar o método de forma mais geral.

Como a tabela de usos a preços ao consumidor é igual à soma da tabela de usos a preços básicos com as tabelas de passagem, tem-se que a matriz $\boldsymbol{H}^*$ é igual à soma das seis tabelas de passagem desconhecidas:

$$\boldsymbol{X_{TM}} + \boldsymbol{X_{TC}} + \boldsymbol{X_{TP}} + \boldsymbol{X_{TS}} + \boldsymbol{X_{MC}} + \boldsymbol{X_{MT}} = \boldsymbol{H}^* \tag{1*}$$

A tabela referente ao imposto de importação $\boldsymbol{X_{TM}}$ é estimada separadamente das outras a partir da tabela de importações $\boldsymbol{X_{IM}}$. Na sequência, pode-se definir a matriz $\boldsymbol{H}$:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^* - \boldsymbol{X_{TM}} = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{X_U} - \boldsymbol{X_{IM}} - \boldsymbol{X_{TM}} \tag{2}$$

Concluindo-se que:

$$\boldsymbol{X_{TC}} + \boldsymbol{X_{TP}} + \boldsymbol{X_{TS}} + \boldsymbol{X_{MC}} + \boldsymbol{X_{MT}} = \boldsymbol{H} \tag{3}$$

Em outros termos, se $\boldsymbol{H} = [h_{ij}]$ e $\boldsymbol{X_K} = [x_{ij}^k]$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$:

$$\sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^k = h_{ij} \tag{4}$$

No restante dessa seção, serão apresentados os procedimentos para as estimativas iniciais das seis tabelas auxiliares. É apresentada também a estimativa final da tabela de imposto de importações, para a qual serão empregadas as matrizes $\boldsymbol{X_{IM}}, \boldsymbol{H}^*$ e o vetor $\boldsymbol{q_{TM}}$.

As estimativas finais das demais cinco tabelas auxiliares serão obtidas conjuntamente por meio do método RAWS, derivado na próxima seção. As matrizes $\boldsymbol{R}$ do balanceamento resultarão das restrições na soma das linhas das tabelas auxiliares, determinadas pelos vetores $\boldsymbol{q_K}$, com $\boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$. A matriz $\boldsymbol{W}$ representa no algoritmo a restrição de que a soma célula a célula dessas cinco tabelas auxiliares deve ser igual à matriz $\boldsymbol{H}$, conforme as equações (3) e (4). Esta restrição de soma das tabelas foi inspirada em Grijó e Berni (2006). Já as matrizes $\boldsymbol{S}$, que derivam de restrições de soma nas colunas, são menos óbvias. Para as tabelas de margem de comércio $\boldsymbol{X_{MC}}$ e margem de transporte $\boldsymbol{X_{MT}}$, a soma será nula em cada coluna.

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{MC} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{MT} = 0 \tag{5}$$

Isso ocorre porque, para cada setor de atividade ou demanda final, a soma das margens de comércio pagas nas compras do setor é lançada com sinal negativo no produto "060101. Comércio", enquanto a soma das margens de transporte é lançada com sinal negativo no produto "070101. Transporte de carga". O balanceamento nas colunas dessas duas matrizes pode, portanto, ser feito isoladamente. Entretanto, as somas nas colunas não são conhecidas para cada uma das três matrizes de impostos. Mas pelas equações (3) e (4), sabe-se que as somas nas colunas das cinco tabelas auxiliares devem ser iguais às somas nas respectivas colunas da matriz $\boldsymbol{H}$. Como as somas nas colunas das matrizes de margens de comércio e de transporte são nulas por definição (equação 5), conclui-se que a soma na coluna dos três tipos de tabelas de impostos $\boldsymbol{X_{TC}}, \boldsymbol{X_{TP}}$ e $\boldsymbol{X_{TS}}$ para cada setor demandante deve ser igual à soma na coluna da matriz $\boldsymbol{H}$ referente ao mesmo setor, designada por $h_j = \sum_{i=1}^{n} h_{ij}$:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^{k} = \sum_{i=1}^{n} \left(x_{ij}^{TC} + x_{ij}^{TP} + x_{ij}^{TS} \right) = h_j \tag{6}$$

Por fim, observa-se ainda uma particularidade nos dados das MIPs, da qual resultam informações adicionais ao balanceamento da tabela $\boldsymbol{X_{MC}}$ de margens de comércio. Conforme as tabelas de recursos dos anos de referência, o produto "060101. Comércio", para o qual é alocada a soma das margens de comércio, não sofre incidência de imposto de importação, nem de qualquer dos outros três tipos de impostos, nem de margens de transporte. Ou seja, para a linha referente a esse produto a diferença entre a tabela de usos a preços ao consumidor e a tabela de usos a preços básicos é dada apenas pelas margens de comércio mais as importações. Como as tabelas de usos a preços básicos, usos a preços ao consumidor e importações são conhecidas para os anos de 2000 e 2005, deduz-se que o total de margens de comércio pagas por cada setor demandante é conhecido. Ele é igual à linha do produto "060101. Comércio" na matriz $\boldsymbol{H}$. Essa linha será utilizada como restrição de soma nas colunas da matriz de margem de comércio, resultando na matriz $\boldsymbol{S}$ relacionada. Cabe apontar que o mesmo não é válido para a matriz de margens de transporte porque sobre o produto "070101. Transporte de carga" incidem ICMS e outros impostos menos subsídios.

3.2. Imposto de importações ($\boldsymbol{A_{TM}}$, $\boldsymbol{X_{TM}}$).

Para a estimação da tabela referente ao imposto de importações, a estimativa inicial de $\boldsymbol{X_{TM}}$ será designada por $\boldsymbol{A_{TM}}$. Seja $\boldsymbol{A_{TM}} = [a_{ij}^{TM}]$, define-se:

$$a_{ij}^{TM} = \begin{cases} 0 \quad , para\ h_{ij}^{*} = 0 \\ 0 \quad , para\ j = \text{exportações} \\ x_{ij}^{IM}, para\ os\ demais\ casos \end{cases} \tag{7}$$

A terceira parte da definição acima corresponde ao método de cálculo da tabela do imposto de importações descrito nas notas metodológicas da MIP (IBGE, 2008), que consiste em distribuir o imposto de importação sobre cada produto ($\boldsymbol{q_{TM}}$) conforme as proporções da distribuição da importação de cada produto na tabela $\boldsymbol{X_{IM}}$. As duas partes anteriores da definição se mostraram necessárias para a estimação consistente da tabela.

A primeira condição é necessária porque, quando $h_{ij}^{*} = 0$, se $a_{ij}^{TM} > 0$ teremos obrigatoriamente $h_{ij} = h_{ij}^{*} - a_{ij}^{TM} < 0$. Neste caso, $\sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^{k} = h_{ij} < 0$, mas como a grande maioria das células das tabelas auxiliares são não negativas, frequentemente chega-se a restrições que não podem ser atendidas, quando a soma de termos não negativos x_{ij}^k deve resultar em um valor negativo h_{ij}. Cabe dizer que as inconsistências que tornam necessária a imposição dessa condição decorrem em geral de erros de arredondamento, pois valores no intervalo $-0{,}5 < y < 0{,}5$, com $y \in \{v_{ij}, x_{ij}^U, x_{ij}^{IM}\}$, são arredondados para $y = 0$ pelo IGBE.

A segunda condição teve de ser imposta porque, para os dados do ano 2000, a soma na coluna referente ao setor da demanda final "Exportação de bens e serviços" na tabela $\boldsymbol{H}^*$ é muito pequena, menor que a soma na mesma coluna da tabela $\boldsymbol{A_{TM}}$ quando tal condição não é imposta, de maneira que a soma nesta coluna para a tabela $\boldsymbol{H}$ se torna negativa. Como nas outras tabelas auxiliares a soma na coluna "Exportação de bens e serviços" é sempre não negativa, sem tal condição o balanceamento se torna impossível. Tal problema não ocorre para os dados de 2005, mas essa condição foi mantida para manter a metodologia homogênea.

A estimativa final da tabela de importações, $\boldsymbol{X_{TM}} = [x_{ij}^{TM}]$, será calculada por:

$$x_{ij}^{TM} = \begin{cases} \frac{a_{ij}^{TM}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TM}} \cdot q_i^{TM}, se \ \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TM} \neq 0 \\ 0 \qquad\qquad\quad , se \ \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TM} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

3.3. ICMS e IPI ($\boldsymbol{A_{TC}}$, $\boldsymbol{A_{TP}}$).

Para o caso das tabelas de ICMS e IPI, não há qualquer indicação de procedimento de cômputo nas notas metodológicas da MIP do SCN 2000. Nas estimativas preliminares do presente estudo, estas tabelas receberam o mesmo tratamento das tabelas de margens e outros impostos menos subsídios, que é também o adotado por Guilhoto e Sesso-Filho (2005), com a distribuição dos totais de ICMS e IPI nas linhas proporcional às células da tabela de usos a preços ao consumidor. Para testar essa estimativa preliminar, as somas nas colunas da tabela de impostos totais – formada pela junção das tabelas $\boldsymbol{A_{TC}}$, $\boldsymbol{A_{TP}}$ e $\boldsymbol{A_{TS}}$ – foram comparadas com as somas nas respectivas colunas da matriz $\boldsymbol{H}$ de 2000 e 2005. Tal comparação é útil porque, como exposto na subseção 3.1, o vetor de soma nas colunas dos impostos totais deve ser igual ao vetor de soma nas colunas da matriz $\boldsymbol{H}$. Ocorreu um padrão sistemático nos erros, com superestimação da distribuição de impostos em quase todos os setores da indústria e subestimação na maioria dos demais setores. Destacou-se também o setor “exportações” da demanda final, que nos dois anos recebeu uma alocação de impostos muito superior à correta.

Pela análise da estrutura das tabelas auxiliares disponibilizadas pelo IBGE para a década de 90 (IBGE, 1999), notou-se que as tabelas de ICMS e IPI/ISS – o ISS era lançado na mesma tabela do IPI – recebiam um tratamento diferenciado das demais com relação à distribuição dos impostos para a indústria e as exportações que explicava o padrão de erros observado na estimativa preliminar.

Para corrigir o problema, tentou-se projetar para 2000 as respectivas tabelas da MIP de 1996, a última disponível. Para tanto, como as MIPs do SCN 1985 têm 43 setores e 80 produtos enquanto no SCN 2000 são 55 setores e 110 produtos, foi empreendido um esforço de compatibilização das classificações. No SCN 2000, as TRUs também são apresentadas no nível 43x80 e a série nesse nível foi retropolada até 1995 para garantir a comparabilidade. Entretanto, os dados dessa série retropolada não são compatíveis com a TRU original de 1996, à qual a MIP deste ano está associada. Assim, não foi concluir este procedimento.

A solução adotada consistiu em reproduzir nas estimativas iniciais o padrão verificado nas tabelas da década de 90. Ao analisar as estruturas das tabelas auxiliares de ICMS e IPI/ISS em 1996, observa-se que tais impostos não são lançados a compras de setores da indústria e do componente “Exportação de bens e serviços” da demanda final. Entende-se que esse procedimento foi adotado porque estabelecimentos industriais têm direito a receber créditos de ICMS e IPI sobre as aquisições de insumos e as exportações são isentas da incidência de ambos os tributos. A exceção é a distribuição de ICMS e IPI sobre a produção nacional do produto “1501. Papel, celulose, papelão e artefatos”, pois nessa linha apenas às aquisições das exportações e do setor “15. Papel e gráfica” não são alocados tais impostos. Pode-se interpretar que esse procedimento vincula-se à proibição de instituir tributos sobre o papel destinado à impressão de livros, jornais e periódicos, estabelecida na Constituição Federal (art. 150, inciso VI, alínea “d”).

Essas características das tabelas auxiliares de ICMS e IPI das MIPs da década de 90 foram incorporadas na estimativa inicial dessas tabelas para as MIPs de 2000 e 2005, acrescidas de algumas restrições adicionais necessárias ao balanceamento dos dados.

Seja $\dot{\boldsymbol{V}} = [\dot{v}_{ij}]$ uma matriz com tais restrições, que servirá de base para as estimativas iniciais, e é definida por:

$$\dot{v}_{ij} = \begin{cases} 0\ , para: \begin{cases} j = \text{exportações} \\ j = setores\ da\ indústria, exceto\ para: \\ \quad \begin{cases} i = 030702.\ \text{Papel e papelão (...)} \\ j = 0301.\ \text{Alimentos e bebidas} \end{cases} \\ i = 030702.\ \text{Papel (...)}\ e\ j = 0308.\ \text{Jornais (...)} \\ h_{ij} = 0 \end{cases} \\ v_{ij}, para\ demais\ casos \end{cases} \tag{9}$$

As aquisições das exportações, setores da indústria e as vendas do produto “030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos” recebem tratamento conforme as MIPs da década de 90.[3] Cabe apontar que o produto “1501. Papel, celulose, papelão e artefatos” e o setor “15. Papel e gráfica” do nível de agregação 43x80 equivalem respectivamente a três produtos (“030701. Celulose e outras pastas para fabricação de papel”, “030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos” e “030801. Jornais, revistas, discos e outros produtos gravados”) e dois setores (“0307. Celulose e produtos de papel” e “0308. Jornais, revistas, discos”) no nível de agregação 55x110 (CONCLA, 2011). Mas, com base na justificativa apresentada no art. 150 da Constituição Federal, esse tratamento diferenciado na distribuição de ICMS e IPI foi aplicado apenas ao produto “030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos” e ao setor “0308. Jornais, revistas, discos”.[4]

Quanto ao setor industrial “0301. Alimentos e Bebidas”, na primeira tentativa o algoritmo RAWS não convergia porque a zeragem na distribuição de ICMS e IPI às compras do setor impediu que fossem respeitadas algumas restrições de somas nas colunas, linhas e entre tabelas auxiliares envolvendo células das compras desse setor. Era necessário alocar uma quantia mínima desses impostos ao setor para que o

[3] Note-se que o setor “0401. Eletricidade e gás, água, esgoto e limpeza urbana”, considerado uma atividade industrial no SCN 2000, não recebia esse tratamento conferido aos setores da indústria nas MIPs da década de 90. Nas estimativas preliminares do presente estudo, este setor foi tratado como uma atividade não industrial na alocação de impostos. Entretanto, nesta circunstância verificou-se que a soma total dos tributos nas colunas correspondentes ao setor nas três matrizes A_{TC}, A_{TP} e A_{TS} foi muito superior ao montante correto de impostos que deveria ter sido alocado, tendo em vista a restrição manifesta na equação (6).

[4] Foi testada a alternativa de aplicar também ao setor “0307. Celulose e produtos de papel” o tratamento conferido ao setor “0308. Jornais, revistas, discos” quanto às compras do produto “030702. Papel e papelão, embalagens e artefatos”. Os resultados na projeção da tabela de 2000 para 2005 foram ligeiramente inferiores nesta versão, então foi mantida a original, que ainda é mais aderente à justificativa pelo art. 150 da Constituição Federal.

balanceamento tivesse êxito. Assim, optou-se por simplesmente dar às colunas do setor nas tabelas $\boldsymbol{A_{TC}}$ e $\boldsymbol{A_{TP}}$ o mesmo tratamento dos setores não industriais.

Também não foram alocados impostos nas células correspondentes a $h_{ij} = 0$ na matriz $\boldsymbol{H}$, restrição que será imposta a todas as cinco tabelas auxiliares submetidas a balanceamento conjunto pelo algoritmo RAWS. Isso é necessário porque se ocorre $h_{ij} = 0$, mas $a_{ij}^{TC} > 0$ ou $a_{ij}^{TP} > 0$, como são escassas as células negativas nas tabelas auxiliares não é possível respeitar a restrição $\sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^{k} = h_{ij} = 0$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$, de maneira que o algoritmo não converge.

Por fim, nas demais células é atribuído o valor da célula correspondente na matriz $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$, cujas proporções na linha serão utilizadas para a distribuição das margens totais em $\boldsymbol{q_{TC}} = [q_i^{TC}]$ e $\boldsymbol{q_{TP}} = [q_i^{TP}]$.

Calculada a matriz $\dot{\boldsymbol{V}} = [\dot{v}_{ij}]$ pela equação (9), as estimativas iniciais das tabelas de distribuição do ICMS ($\boldsymbol{A_{TC}} = [a_{ij}^{TC}]$) e do IPI ($\boldsymbol{A_{TP}} = [a_{ij}^{TP}]$) serão dadas respectivamente por:

$$a_{ij}^{TC} = \begin{cases} \frac{\dot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TC}, se \ \sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0 \qquad\qquad\quad , se \ \sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$a_{ij}^{TP} = \begin{cases} \frac{\dot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TP}, se \ \sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0 \qquad\qquad\quad , se \ \sum_{j=1}^{m} \dot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \tag{11}$$

3.4. Outros impostos líquidos de subsídios, margem de comércio e margem de transporte ($\boldsymbol{A_{TS}}$, $\boldsymbol{A_{MC}}$, $\boldsymbol{A_{MT}}$).

Para essas tabelas, há a descrição do procedimento de cálculo nas notas metodológicas da MIP (IBGE, 2008), já apresentado na seção 2. No presente artigo, foram conduzidos alguns testes para verificação de consistência do método. O procedimento aplicado é a distribuição dos totais de impostos ou margens por produto, contidos nos vetores $\boldsymbol{q_{TS}} = [q_i^{TC}]$, $\boldsymbol{q_{MC}} = [q_i^{MC}]$ e $\boldsymbol{q_{MT}} = [q_i^{MT}]$, conforme as proporções em relação ao total na linha da tabela de usos a preços ao consumidor.

No primeiro teste o procedimento foi aplicado aos dados do ano 1996, o último para o qual todas as tabelas de passagem da MIP foram divulgadas (IBGE, 1999). Para as tabelas de outros impostos - que em 1996 não incluía os subsídios - e margem de transporte, a aderência do método foi muito elevada, com erros em poucas células e pequenos. Na tabela de margens de comércio, houve mais erros.

O segundo teste consistiu em comparar a soma nas colunas da matriz margem de comércio estimada por esse procedimento em 2000 com a linha referente ao produto "060101. Comércio" na matriz $\boldsymbol{H}$, que como apresentado no início da seção é igual aos valores corretos de totais por coluna de margem de comércio. O erro absoluto médio, em termos percentuais, foi de 20%, indicando que é necessário balancear a tabela.

Assim, o referido procedimento de cálculo, com poucos ajustes, foi empregado para calcular as estimativas iniciais dessas três tabelas, que em seguida serão submetidas a um balanceamento conjunto com as outras. A matriz que será empregada na distribuição dos totais nas linhas, $\ddot{\boldsymbol{V}} = [\ddot{v}_{ij}]$, é a própria tabela de usos a preços ao consumidor $\boldsymbol{V} = [v_{ij}]$, acrescida da restrição de não distribuir margens e impostos nas células em que $h_{ij} = 0$, por motivos iguais aos já expostos na subseção 3.3.

$$\ddot{v}_{ij} = \begin{cases} 0\,, para\ h_{ij} = 0 \\ v_{ij}, para\ demais\ casos \end{cases} \tag{12}$$

Assim, as estimativas iniciais das tabelas de outros impostos menos subsídios ($\boldsymbol{A_{TS}} = [a_{ij}^{TS}]$), margens de comércio ($\boldsymbol{A_{MC}} = [a_{ij}^{MC}]$) e margens de transporte ($\boldsymbol{A_{MT}} = [a_{ij}^{MT}]$) serão dadas respectivamente por:

$$a_{ij}^{TS} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{TS} & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0 & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \tag{13}$$

$$a_{ij}^{MC} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{MC} & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0 & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \tag{14}$$

$$a_{ij}^{MT} = \begin{cases} \frac{\ddot{v}_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij}} \cdot q_i^{MT} & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} \neq 0 \\ 0 & , se\ \sum_{j=1}^{m} \ddot{v}_{ij} = 0 \end{cases} \tag{15}$$

4. Método RAWS

4.1. Problema de minimização de perda de informação

As estimativas iniciais das tabelas auxiliares são agrupadas na matriz $\boldsymbol{A}$, que será balanceada por um algoritmo derivado de um problema de minimização de perda de informação, resultando em uma matriz $\boldsymbol{X}$ que agrega as estimativas finais das tabelas auxiliares. Também são agrupados os vetores de margens e impostos $\boldsymbol{q_K}$. Assim, dadas as definições na seção anterior das tabelas e vetores $\boldsymbol{A_K}$, $\boldsymbol{X_K}$ e $\boldsymbol{q_K}$, define-se:

$$\boldsymbol{A} = \left[a_{ij}^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{TC}} \\ \boldsymbol{A_{TP}} \\ \boldsymbol{A_{TS}} \\ \boldsymbol{A_{MC}} \\ \boldsymbol{A_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \left[x_{ij}^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_{TC}} \\ \boldsymbol{X_{TP}} \\ \boldsymbol{X_{TS}} \\ \boldsymbol{X_{MC}} \\ \boldsymbol{X_{MT}} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{q_n} = \left[q_i^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{TC}} \\ \boldsymbol{q_{TP}} \\ \boldsymbol{q_{TS}} \\ \boldsymbol{q_{MC}} \\ \boldsymbol{q_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{q_m} = \left[q_j\right] = \boldsymbol{H'} \cdot \boldsymbol{\iota_n} \qquad (16)$$

Onde:

- $i = \{1, \dots, 5n\}$ é o indexador das linhas;

- $j = \{1, \dots, m\}$ é o indexador das colunas;

- $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$ indica a respectiva submatriz de $\boldsymbol{A}$ ou $\boldsymbol{X}$, ou subvetor de $\boldsymbol{q_n}$;

- $\boldsymbol{q_n} = \left[q_i^k\right]$ é o vetor de dimensão $5n \times 1$ que reúne os vetores $\boldsymbol{q_K}$ de impostos e margens por produto;

- $\boldsymbol{q_m} = \left[q_j\right]$ é o vetor de dimensão $m \times 1$ correspondente às somas nas colunas da matriz $\boldsymbol{H}$, definida na equação (2), cuja transposta é designada por $\boldsymbol{H'}$;

- $\boldsymbol{\iota_n}$ é um vetor unitário de dimensão $n \times 1$.

Em algumas equações, as três matrizes de impostos serão tratadas como partições de uma submatriz com *3n* linhas, indexada pelo índice *T*. Definem-se então as seguintes matrizes e vetores:

$$\boldsymbol{A_T} = \left[a_{ij}^T\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{TC}} \\ \boldsymbol{A_{TP}} \\ \boldsymbol{A_{TS}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X_T} = \left[x_{ij}^T\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_{TC}} \\ \boldsymbol{X_{TP}} \\ \boldsymbol{X_{TS}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{q_T} = \left[q_i^T\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{TC}} \\ \boldsymbol{q_{TP}} \\ \boldsymbol{q_{TS}} \end{bmatrix} \qquad (17)$$

$$\boldsymbol{A} = \left[a_{ij}^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_T} \\ \boldsymbol{A_{MC}} \\ \boldsymbol{A_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \left[x_{ij}^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X_T} \\ \boldsymbol{X_{MC}} \\ \boldsymbol{X_{MT}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{q_n} = \left[q_i^k\right] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_T} \\ \boldsymbol{q_{MC}} \\ \boldsymbol{q_{MT}} \end{bmatrix} \qquad (18)$$

Nessa situação, as células da matriz $\boldsymbol{A}$ não sofrem alterações, mas como os elementos que compõem as três submatrizes de impostos são tratados como componentes de uma única matriz, $k \in \boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$ indica a respectiva submatriz de $\boldsymbol{A}$ ou $\boldsymbol{X}$, ou subvetor de $\boldsymbol{q_n}$.

A função perda adotada será a mesma de Huang, Kobayashi e Tanji (2008) e Temurshoev e Timmer (2011), sujeita a restrições definidas a partir da disponibilidade de dados das MIPs brasileiras. Seja:

$$z_{ij}^k = \begin{cases} \dfrac{x_{ij}^k}{a_{ij}^k}, & se\ a_{ij}^k \neq 0 \\ 1, & se\ a_{ij}^k = 0 \end{cases} \tag{19}$$

Para $a_{ij}^k \neq 0$, escolhe-se o valor de z_{ij}^k que minimiza o seguinte critério de informação:

$$z_{ij}^k = argmin \sum_{i=1}^{5n} \sum_{j=1}^{m} \left|a_{ij}^k\right| \cdot \left(z_{ij}^k \cdot \left(\ln z_{ij}^k - 1\right) + 1\right) \tag{20}$$

Ao minimizar essa função, os valores escolhidos para x_{ij}^k são os mais próximos possíveis dos respectivos a_{ij}^k, respeitadas as restrições que serão introduzidas a seguir. Os temos a_{ij}^k entram em valor absoluto, o que confere um tratamento adequado às células negativas. Essa versão da função objetivo do GRAS, proposta por Huang, Kobayashi e Tanji (2008) como aprimoramento das funções em Lenzen, Wood e Gallego (2007) e Junius e Oosterhaven (2003), admite entradas nulas na projeção inicial, não assume valores negativos e seu menor valor possível é zero, alcançado quando $x_{ij}^k = a_{ij}^k$.

Os termos da matriz $\boldsymbol{A}$ são separados em duas matrizes a depender do sinal, conforme a equação (2). As células da matriz $\boldsymbol{A}_+$ são iguais a a_{ij}^k quando $a_{ij}^k > 0$ e suas demais células são iguais a zero, quando $a_{ij}^k \leq 0$. A matriz $\boldsymbol{A}_-$ carrega os elementos $a_{ij}^k < 0$ e é definida por $\boldsymbol{A}_- = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}_+$. A notação a_{ij}^{kl}, com $l = \{+, -\}$, será empregada para designar os termos das duas matrizes, com $a_{ij}^{k-} \in \boldsymbol{A}_-$ e $a_{ij}^{k+} \in \boldsymbol{A}_+$. A mesma notação será empregada para os valores x_{ij}^{kl} e z_{ij}^{kl} correspondentes.[5] As células referentes aos termos $a_{ij}^{k} = 0$ permanecerão nulas em $\boldsymbol{A}_{+}$ e $\boldsymbol{A}_{-}$.

Cada uma das submatrizes de $\boldsymbol{A}$, portanto, teoricamente poderia ser decomposta em uma matriz de termos positivos e outra de termos negativos. Entretanto, as submatrizes têm particularidades quanto à decomposição dos sinais. As matrizes $\boldsymbol{A_{TC}}$ e $\boldsymbol{A_{TP}}$, de destinação do ICMS e do IPI, respectivamente, apenas possuem elementos positivos. A matriz $\boldsymbol{A_{TS}}$ tem a maior parte de seus elementos positivos e algumas linhas com todos os elementos negativos, para produtos em que os subsídios superam o pagamento de outros impostos. As matrizes de margens de comércio e transporte, $\boldsymbol{A_{MC}}$ e $\boldsymbol{A_{MT}}$, têm apenas uma linha cada com todos os elementos negativos, aquelas em que as margens são alocadas, enquanto as demais células são todas positivas. Essas particularidades serão consideradas na derivação das condições de primeira ordem.

A função expressa na equação (20) será minimizada sujeita às seguintes restrições de (I) a (V):

$$\text{(I)} \quad \sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{k} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{k} \cdot z_{ij}^{k} = q_{i}^{k} \tag{21}$$

com $i = \{1, \dots, 5n\}$, $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

$$\text{(II)} \quad \sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^{T} = \sum_{i=1}^{3n} a_{ij}^{T} \cdot z_{ij}^{T} = q_{j} \tag{22}$$

$$\text{(III)} \quad \sum_{i=3n+1}^{4n} x_{ij}^{MC+} = \sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} \cdot z_{ij}^{MC+} = -h_{MCj} \tag{23}$$

$$\text{(IV)} \quad \sum_{i=4n+1}^{5n} x_{ij}^{MT} = \sum_{i=4n+1}^{5n} a_{ij}^{MT} \cdot z_{ij}^{MT} = 0 \tag{24}$$

$$\text{(V)} \quad \sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^{k} = \sum_{k \in \boldsymbol{K}} a_{ij}^{k} \cdot z_{ij}^{k} = h_{ij} \tag{25}$$

[5] Note-se, porém, que todos os valores de z_{ij}^{k} são positivos, logo a notação z_{ij}^{k-} apenas indica o valor correspondente à relação $x_{ij}^{k} \big/ a_{ij}^{k}$ para $a_{ij}^{k} < 0$ e $x_{ij}^{k} < 0$.

A restrição (I) impõe a cada uma das submatrizes de $\boldsymbol{X}$ que as somas nas linhas devem igualar os respectivos valores de impostos e margens.

As restrições (II), (III) e (IV) aplicam-se às somas nas colunas. Como já foi exposto na seção 3.1, as somas nas colunas das tabelas de margens de comércio e transporte são nulas. Assim, a soma do valor total dos três tipos de impostos pagos nas compras de cada setor da demanda ou atividade final é igual à soma na respectiva coluna da matriz $\boldsymbol{H}$, fato expresso na restrição (II). A restrição (IV) representa a soma nula nas colunas da tabela de margens de transporte.

Na restrição (III), considera-se uma característica peculiar dos dados de margem de comércio, já exposta na seção 3.1. As margens de comércio incidentes nas compras de cada setor são alocadas com sinal negativo na linha do produto "060101. Comércio" da tabela de margens de comércio. Entretanto, sobre esse produto não incidem impostos e margens de transporte em nenhum dos anos considerados, de maneira que a linha do produto nas tabelas $\boldsymbol{H}$ ou $\boldsymbol{H}^*$ corresponde ao valor correto do total de margens de comércio, com o sinal invertido. Assim, essa linha pode ser extraída porque ela não precisa sofrer balanceamento. Uma vez que apenas essa linha da tabela $\boldsymbol{A_{MC}}$ tem valores negativos, ao retirá-la restará a matriz $\boldsymbol{A_{MC+}}$ para ser balanceada, cujas somas nas colunas devem ser iguais aos valores do produto "060101. Comércio" na matriz $\boldsymbol{H}$ com sinal invertido, representados pela notação $-h_{MCj}$.

4.2. Solução do problema de minimização

A função Lagrangeana será:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{5n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{k+} \cdot \left(z_{ij}^{k+} \cdot \left(\ln z_{ij}^{k+} - 1\right) + 1\right) - \sum_{i=1}^{5n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{k-} \cdot \left(z_{ij}^{k-} \cdot \left(\ln z_{ij}^{k-} - 1\right) + 1\right)$$
$$- \sum_{i=1}^{5n} \lambda_i^k \cdot \left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k - q_i^k\right) - \sum_{j=1}^{m} \gamma_j^T \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} a_{ij}^T \cdot z_{ij}^T - q_j\right)$$
$$- \sum_{j=1}^{m} \gamma_j^{MC} \cdot \left(\sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} \cdot z_{ij}^{MC+} + h_{MCj}\right) - \sum_{j=1}^{m} \gamma_j^{MT} \cdot \left(\sum_{i=4n+1}^{5n} a_{ij}^{MT} \cdot z_{ij}^{MT}\right)$$
$$- \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} \cdot \left(\sum_{k \in \boldsymbol{K}} a_{ij}^k \cdot z_{ij}^k - h_{ij}\right) \qquad (26)$$

As condições de primeira ordem obtidas pela derivação em relação aos multiplicadores de Lagrange λ_i^k, γ_j^k e δ_{ij} são as próprias restrições de (I) a (V). As condições provenientes da derivação em relação a z_{ij}^{kl} dependerão da respectiva submatriz:

i) $a_{ij}^k \in \boldsymbol{A_{TC}} = \boldsymbol{A_{TC+}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TC}} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TC} \cdot \left(\ln z_{ij}^{TC} - 1\right) + a_{ij}^{TC} - \lambda_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TC} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TC} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TC} \cdot \left(\ln z_{ij}^{TC} - \lambda_i^{TC} - \gamma_j^T - \delta_{ij}\right) = 0$$

Como $a_{ij}^{TC} \neq 0$ por hipótese, caso contrário $z_{ij}^{TC} = 1$, a expressão entre parênteses é igualada a zero e o termo z_{ij}^{TC} isolado, levando a:

$$z_{ij}^{TC} = e^{\lambda_i^{TC}} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T}$$

Como $z_{ij}^{TC} = \frac{x_{ij}^{TC}}{a_{ij}^{TC}}$, para $a_{ij}^{TC} \neq 0$ temos:

$$x_{ij}^{TC} = e^{\lambda_i^{TC}} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \qquad (27)$$

ii) $a_{ij}^k \in \boldsymbol{A_{TP}} = \boldsymbol{A_{TP+}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TP}} = 0$$

O procedimento é o mesmo da derivação para o ICMS, o que resulta em:

$$x_{ij}^{TP} = e^{\lambda_i^{TP}} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \tag{28}$$

iii) $a_{ij}^k \in \boldsymbol{A_{TS+}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TS+}} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS+} \cdot \left(\ln z_{ij}^{TS+} - 1\right) + a_{ij}^{TS+} - \lambda_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TS+} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TS+} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS+} \cdot \left(\ln z_{ij}^{TS+} - \lambda_i^{TS} - \gamma_j^T - \delta_{ij}\right) = 0$$

Quando $a_{ij}^{TS} = 0$, definimos $z_{ij}^{TS} = 1$. Para $a_{ij}^{TS} \neq 0$, se $a_{ij}^{TS+} = 0$ necessariamente $a_{ij}^{TS-} \neq 0$, o que será coberto no próximo caso. Com $a_{ij}^{TS+} \neq 0$, obtém-se então:

$$z_{ij}^{TS+} = e^{\lambda_i^{TS}} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T}$$

$$x_{ij}^{TS+} = e^{\lambda_i^{TS}} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^T} \tag{29}$$

iv) $a_{ij}^k \in \boldsymbol{A_{TS-}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{TS-}} = 0$$

$$\Rightarrow -a_{ij}^{TS-} \cdot \left(\ln z_{ij}^{TS-} - 1\right) - a_{ij}^{TS-} - \lambda_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS-} - \gamma_j^T \cdot a_{ij}^{TS-} - \delta_{ij} \cdot a_{ij}^{TS-} = 0$$

$$\Rightarrow a_{ij}^{TS-} \cdot \left(-\ln z_{ij}^{TS-} - \lambda_i^{TS} - \gamma_j^T - \delta_{ij}\right) = 0$$

Com $a_{ij}^{TC-} < 0$,

$$z_{ij}^{TS-} = e^{-\lambda_i^{TS}} \cdot e^{-\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^T}$$

$$x_{ij}^{TS-} = e^{-\lambda_i^{TS}} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot e^{-\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^T} \tag{30}$$

De maneira similar, deriva-se para as margens de comércio e transporte:

v) $a_{ij}^{k} \in \boldsymbol{A_{MC+}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{MC+}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MC+} = e^{\lambda_i^{MC}} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^{MC}} \tag{31}$$

vi) $a_{ij}^{k} \in \boldsymbol{A_{MT+}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{MT+}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MT+} = e^{\lambda_i^{MT}} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{\gamma_j^{MT}} \tag{32}$$

vii) $a_{ij}^{k} \in \boldsymbol{A_{MT-}}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_{ij}^{MT-}} = 0$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{MT-} = e^{-\lambda_i^{MT}} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot e^{\delta_{ij}} \cdot e^{-\gamma_j^{MT}} \tag{33}$$

Podemos redefinir os termos exponenciais:

$r_i^k = e^{\lambda_i^k}$, com $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$, $i = \{1, \dots, 5n\}$ (34)

$w_{ij} = e^{\delta_{ij}}$, com $i = \{1, \dots, n\}$, $j = \{1, \dots, m\}$ (35)

$s_j^k = e^{\gamma_j^k}$, com $k \in \boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$, $j = \{1, \dots, m\}$ (36)

Substituindo as equações de (39) a (41) nas equações de (32) a (38), chega-se a:

$$x_{ij}^{TC} = r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{T} \tag{37}$$

$$x_{ij}^{TP} = r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{T} \tag{38}$$

$$x_{ij}^{TS+} = r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T \tag{39}$$

$$x_{ij}^{TS-} = \left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} \cdot \left(s_j^T\right)^{-1} \tag{40}$$

$$x_{ij}^{MC+} = r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC} \tag{41}$$

$$x_{ij}^{MT+} = r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT} \tag{42}$$

$$x_{ij}^{MT-} = \left(r_i^{MT}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} \cdot \left(s_j^{MT}\right)^{-1} \tag{43}$$

A função objetivo em (20) é estritamente convexa e as restrições (21) a (25) são todas igualdades e lineares, portanto simultaneamente convexas e côncavas. Assim, a função lagrangeana em (26) é estritamente convexa. Isso garante que a solução existe, é única e é o ponto de mínimo da função.

4.3. Cômputo dos multiplicadores r_i^k, w_{ij} e s_j^k

Os multiplicadores são encontrados ao substituir as equações de (37) a (43) nas restrições de (21) a (25).

i) Multiplicadores das linhas: r_i^k, com $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

Para a restrição r_i^{TC} referente ao ICMS, substitui-se (37) em (21):

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{TC} = q_i^{TC} \Rightarrow r_i^{TC} \cdot \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T = q_i^{TC}$$

Se $q_i^{TC} = 0$, $\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TC} = 0$, pois todos os multiplicadores r_i^{TC}, w_{ij} e s_j^T são positivos por definição. Nesse caso, como os valores de ICMS são não negativos, $a_{ij}^{TC} = 0$ para todo *j* = {1, ..., m}. Assim, $z_{ij}^{TC} = 1$ e $x_{ij}^{TC} = a_{ij}^{TC} = 0$ em toda a linha. Define-se então $r_i^{TC} = 1$, uma vez que nenhuma célula da linha precisa sofrer ajuste. Para $q_i^{TC} \neq 0$, temos $\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TC} \neq 0$. Assim:

$$r_i^{TC} = \begin{cases} 1 & , para\ q_i^{TC} = 0 \\ \dfrac{q_i^{TC}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T} & , para\ q_i^{TC} \neq 0 \end{cases} \tag{44}$$

Quanto a r_i^{TP}, será substituído (38) em (21). A solução para o IPI é similar à do ICMS:

$$r_i^{TP} = \begin{cases} 1 & , para\ q_i^{TP} = 0 \\ \dfrac{q_i^{TP}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T} & , para\ q_i^{TP} \neq 0 \end{cases} \tag{45}$$

Para as equações (39) e (40), referentes à matriz de outros impostos menos subsídios, como não há separação entre impostos e subsídios, foi necessário supor que todas as células são não-negativas nos produtos em que o total é positivo e todas são não-positivas nas linhas com totais negativos. Portanto, não haverá soma de elementos positivos e negativos nas linhas. A definição de r_i^{TS} depende do sinal de q_i^{TS}:

$$r_i^{TS} = \begin{cases} 1 & , para\ q_i^{TS} = 0 \\ \dfrac{q_i^{TS}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^T} & , para\ q_i^{TS} > 0 \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{m} \dfrac{a_{ij}^{TS-}}{w_{ij} \cdot s_j^T}}{q_i^{TS}} & , para\ q_i^{TS} < 0 \end{cases} \tag{46}$$

Para $q_i^{TS} = 0$, como não há elementos positivos e negativos na mesma linha, $x_{ij}^{TS} = a_{ij}^{TS} = 0$, define-se então $r_i^{TS} = 1$. Para $q_i^{TS} > 0$, combinam-se as equações (39) e (21), caso similar ao das matrizes de ICMS e IPI, o que resulta na segunda parte da definição em (46). Para $q_i^{TS} < 0$, são combinadas as equações (40) e (21), logo $\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{TS-} = q_i^{TS} \Rightarrow \left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{TS-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} \cdot \left(s_j^T\right)^{-1} = q_i^{TS}$, isolando r_i^{TS} chega-se à terceira parte da definição (46).

Para a margem de comércio, o balanceamento na linha é similar ao ICMS e IPI. A expressão para r_i^{MC} com $q_i^{MC} > 0$ é obtida substituindo (41) em (21). Cabe lembrar que a linha do produto "060101. Comércio", a única com total negativo, não será balanceada, uma vez que os valores corretos de suas células são conhecidos, tal que $r_i^{MC} = 1$ para $q_i^{MC} < 0$. Por fim, se $q_i^{MC} = 0$, $r_i^{MC} = 1$. Tem-se então:

$$r_i^{MC} = \begin{cases} 1 & , para\ q_i^{MC} \leq 0 \\ \dfrac{q_i^{MC}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC}} & , para\ q_i^{MC} > 0 \end{cases} \tag{47}$$

O ajuste na linha da matriz de margens de transporte é semelhante ao dos outros impostos menos subsídios. Tem linhas apenas com elementos não-negativos e uma linha apenas com células não-positivas, a do produto "070101. Transporte de carga".

Novamente, são três casos. Para $q_i^{MT} = 0$, não há elementos positivos e negativos na mesma linha, logo $x_{ij}^{MT} = a_{ij}^{MT} = 0$, com $r_i^{MT} = 1$. Para $q_i^{MT} > 0$, combina-se (42) com (21), enquanto para $q_i^{MT} < 0$, (43) com (21), do que se obtém:

$$r_i^{MT} = \begin{cases} 1 & , para\ q_i^{MT} = 0 \\ \dfrac{q_i^{MT}}{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT}} & , para\ q_i^{MT} > 0 \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{m} \dfrac{a_{ij}^{MT-}}{w_{ij} \cdot s_j^{MT}}}{q_i^{MT}} & , para\ q_i^{MT} < 0 \end{cases} \tag{48}$$

ii) Multiplicadores das colunas: s_j^k, com $k \in \boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$.

O balanceamento nas colunas, referente às equações (22), (23) e (24), é dado pelos multiplicadores s_j^k. As três matrizes de impostos são empilhadas e balanceadas conjuntamente nas colunas, assim elas compartilharão o mesmo multiplicador s_j^T. Como a soma das margens é nula na coluna, a soma dos impostos iguala a soma na coluna da matriz $\boldsymbol{H}$. Nessa situação, pode ocorrer soma de elementos positivos e negativos. Para $q_j = 0$, a soma dos impostos é nula na coluna. Isso ocorre apenas nos setores "Consumo da administração pública" e "Consumo das ISFLSF", mas são casos em que o valor de todas as entradas é zero na própria matriz $\boldsymbol{H}$, então se define $s_j^T = 1$.

Nas outras colunas, observa-se que há aquelas com elementos não positivos e não negativos, há colunas apenas com elementos não negativos, mas não existem colunas apenas com elementos não positivos. Assim, consideramos como caso geral que a coluna pode ter tanto elementos não negativos quanto não positivos, pois a situação de colunas sem elementos negativos pode ser obtida como um caso especial. Combinando as equações (22), (37), (38), (39) e (40):

$$\sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^T = \sum_{i=1}^{3n} \left(x_{ij}^{T+} + x_{ij}^{T-}\right) = q_j$$

$$\Rightarrow s_j^T \cdot \sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} + \left(s_j^T\right)^{-1} \cdot \sum_{i=2n+1}^{3n} \left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} = q_j$$

Com $\sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^{T+} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{TC} + \sum_{i=n+1}^{2n} x_{ij}^{TP} + \sum_{i=2n+1}^{3n} x_{ij}^{TS+}$, $\sum_{i=1}^{3n} x_{ij}^{T-} = \sum_{i=2n+1}^{3n} x_{ij}^{TS-}$, $\boldsymbol{r^T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r^{TC}} \\ \boldsymbol{r^{TP}} \\ \boldsymbol{r^{TS}} \end{bmatrix} = [r_i^T]$.

Multiplicando a expressão acima por s_j^T:

$$\Rightarrow \left(s_j^T\right)^2 \cdot \sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij} - s_j^T \cdot q_j + \sum_{i=2n+1}^{3n} \left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} = 0$$

Na resolução da equação, apresentada na segunda parte da definição em (49), a raiz negativa é descartada porque os multiplicadores são sempre positivos:

$$s_j^T = \begin{cases} 1 & , para\ q_j = 0 \\ \dfrac{q_j + \sqrt{{q_j}^2 - 4 \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij}\right) \cdot \left(\sum_{i=2n+1}^{3n} \dfrac{a_{ij}^{TS-}}{r_i^{TS} \cdot w_{ij}}\right)}}{2 \cdot \left(\sum_{i=1}^{3n} r_i^T \cdot a_{ij}^{T+} \cdot w_{ij}\right)} & , para\ q_j \neq 0 \end{cases} \tag{49}$$

Para a margem de comércio, a soma na coluna das células não negativas é conhecida, igual à linha do produto “060101. Comércio” na matriz $\boldsymbol{H}$. Unindo as equações (23) e (41):

$$\sum_{i=3n+1}^{4n} x_{ij}^{MC+} = -h_{MCj}$$

$$\Rightarrow s_j^{MC} \cdot \sum_{i=3n+1}^{4n} r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} = -h_{MCj}$$

Temos $h_{MCj} = 0$ nos setores “Consumo da administração pública”, “Consumo das ISFLSF” e “Variação de estoque”. Para estes setores, as células das colunas são todas nulas, então por definição $s_j^{MC} = 1$. Nos demais setores, $h_{MCj} < 0$ e $\sum_{i=3n+1}^{4n} a_{ij}^{MC+} > 0$, então:

$$s_j^{MC} = \begin{cases} 1 & , para\ h_{MCj} = 0 \\ \dfrac{-h_{MCj}}{\sum_{i=3n+1}^{4n} r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij}} & , para\ h_{MCj} < 0 \end{cases} \tag{50}$$

As colunas da margem de transporte têm soma nula e os valores das células na única linha não positiva são desconhecidos. Porém, a linha do produto “070101. Transporte de carga” na matriz $\boldsymbol{H}$, designada por $\boldsymbol{h_{MT}} = [h_{MTj}]$, é igual à soma nas colunas da matriz só com as entradas positivas de margem de transporte $\boldsymbol{X_{MT+}}$ com o sinal inverso, mais o ICMS e outros impostos líquidos de subsídios incidentes sobre as compras do produto “transporte de carga”. Para os anos de 2000 e 2005 observa-se $h_{MTj} = 0$ apenas nos mesmos setores em que $h_{MCj} = 0$, “Consumo da administração pública”, “Consumo das ISFLSF” e “Variação de estoque”. Assim, de maneira similar ao adotado na tabela de margens de comércio será considerado que não há incidência de margens de transporte nas compras destes setores, portanto define-se $s_j^{MT} = 1$ para essas colunas. Para as outras colunas, a combinação de (24), (42) e (43) resulta em:

$$\sum_{i=4n+1}^{5n} x_{ij}^{MT} = \sum_{i=4n+1}^{5n} \left(x_{ij}^{MT+} + x_{ij}^{MT-}\right) = 0$$

$$\Rightarrow s_j^{MT} \cdot \sum_{i=4n+1}^{5n} r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} + \left(s_j^{MT}\right)^{-1} \cdot \sum_{i=4n+1}^{5n} \left(r_i^{MT}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} = 0$$

Isolando s_j^{MT}, apenas a raiz positiva é considerada. Assim, pode-se definir:

$$s_j^{MT} = \begin{cases} 1 & , para\ h_{MTj} = 0 \\ \sqrt{\dfrac{\sum_{i=4n+1}^{5n} \dfrac{-a_{ij}^{MT-}}{r_i^{MT} \cdot w_{ij}}}{\sum_{i=4n+1}^{5n} r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij}}} & , para\ h_{MTj} \neq 0 \end{cases} \tag{51}$$

iii) Multiplicadores das células nas somas das tabelas de passagem: w_{ij}.

Para o cálculo dos multiplicadores w_{ij}, por fim, a equação (30) será utilizada:

$$\sum_{k \in \boldsymbol{K}} x_{ij}^k = h_{ij}$$

$$\Rightarrow x_{ij}^{TC} + x_{ij}^{TP} + x_{ij}^{TS} + x_{ij}^{MC} + x_{ij}^{MT} = h_{ij}$$

Para $h_{ij} = 0$, as respectivas células nas tabelas de passagem também são zeradas e definiremos $w_{ij} = 1$. Para $h_{ij} \neq 0$, as equações de (37) a (43) serão substituídas. Para as tabelas de passagem com valores positivos e negativos, as duas expressões serão somadas, uma vez que quando $x_{ij}^{k+} \neq 0$, $x_{ij}^{k-} = 0$ e quando $x_{ij}^{k-} \neq 0$, $x_{ij}^{k+} = 0$. Cabe notar que, como o total da margem de comércio já é conhecido, os multiplicadores de

$\boldsymbol{A_{MC-}}$ serão todos unitários, mas para que não seja necessário o tratamento como caso especial, definimos $x_{ij}^{MC-} = a_{ij}^{MC-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1}$. Essa definição resultará em $w_{ij} = 1$ nas células da linha do produto “060101. Comércio”, uma vez que todos os outros termos a_{ij}^{kl} serão nulos e o valor da margem é igual ao da respectiva célula na matriz $\boldsymbol{H}$. Assim:

$$\Rightarrow r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{T} + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{T} + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{T} + \left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} \cdot \left(s_j^{T}\right)^{-1} + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MC} + a_{ij}^{MC-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot w_{ij} \cdot s_j^{MT} + \left(r_i^{MT}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot \left(w_{ij}\right)^{-1} \cdot \left(s_j^{MT}\right)^{-1} = h_{ij}$$

Multiplicando por w_{ij}:

$$\Rightarrow {w_{ij}}^2 \cdot \left(\left(r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+}\right) \cdot s_j^{T} + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot s_j^{MC} + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot s_j^{MT}\right) - w_{ij} \cdot h_{ij} + \left(\left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(s_j^{T}\right)^{-1} + a_{ij}^{MC-} + \left(r_i^{MT}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot \left(s_j^{MT}\right)^{-1}\right) = 0$$

Agrupando em ${C_1}_{ij}$ e ${C_2}_{ij}$ os termos entre parênteses e resolvendo a equação resultante, ${w_{ij}}^2 \cdot {C_1}_{ij} - w_{ij} \cdot h_{ij} + {C_2}_{ij} = 0$, obtém-se a seguinte definição:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 & , para\ h_{ij} = 0 \\ \dfrac{{C_2}_{ij}}{h_{ij}} & , para\ h_{ij} \neq 0\ e\ {C_1}_{ij} = 0 \\ \dfrac{h_{ij} + \sqrt{{h_{ij}}^2 - 4 \cdot {C_1}_{ij} \cdot {C_2}_{ij}}}{2 \cdot {C_1}_{ij}} & , para\ h_{ij} \neq 0\ e\ {C_1}_{ij} \neq 0 \end{cases} \tag{52}$$

Onde:

$${C_1}_{ij} = \left(\left(r_i^{TC} \cdot a_{ij}^{TC} + r_i^{TP} \cdot a_{ij}^{TP} + r_i^{TS} \cdot a_{ij}^{TS+}\right) \cdot s_j^{T} + r_i^{MC} \cdot a_{ij}^{MC+} \cdot s_j^{MC} + r_i^{MT} \cdot a_{ij}^{MT+} \cdot s_j^{MT}\right)$$

$${C_2}_{ij} = \left(\left(r_i^{TS}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{TS-} \cdot \left(s_j^{T}\right)^{-1} + a_{ij}^{MC-} + \left(r_i^{MT}\right)^{-1} \cdot a_{ij}^{MT-} \cdot \left(s_j^{MT}\right)^{-1}\right)$$

Para ${C_1}_{ij} = 0$, caso em que só termos negativos são balanceados, tem-se a segunda parte da definição (52). Para ${C_1}_{ij} \neq 0$, resolve-se a equação, a raiz negativa é desconsiderada e chega-se à terceira parte de (52).

4.4. Forma matricial das soluções

i) Definições

Para expressar em forma matricial as equações de determinação dos multiplicadores, (44) a (52), mais definições são necessárias em relação àquelas apresentadas nas seções anteriores.

- Matrizes são designadas por letras maiúsculas em negrito (como $\boldsymbol{Y}$), vetores-coluna por letras minúsculas em negrito ($\boldsymbol{y}$), vetores-linha por letras minúsculas em negrito com apóstrofo ($\boldsymbol{y}'$) e escalares por letras sem negrito (y).

- Com $k \in \boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$ ou $k \in \boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$, conforme o caso, os vetores e matrizes de multiplicadores são definidos por:

$\boldsymbol{r_K} = [r_i^k]$, $\boldsymbol{s_{K^*}} = [s_j^{k^*}]$, $\boldsymbol{W} = [w_{ij}]$

$$\boldsymbol{r_T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r_{TC}} \\ \boldsymbol{r_{TP}} \\ \boldsymbol{r_{TS}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{W_T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{W} \end{bmatrix}$$

- Serão empregados vetores unitários de diferentes tamanhos, dados por $\boldsymbol{\iota_n}$, $\boldsymbol{\iota_m}$ e $\boldsymbol{\iota_{3n}}$, cujas dimensões são de uma coluna por *n*, *m* ou *3n* linhas, respectivamente.

- Sejam duas matrizes quaisquer $\boldsymbol{Y_A} = [y_{ij}^A]$ e $\boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^B]$ de mesma dimensão, as operações elemento a elemento de matrizes e vetores serão designadas pelas notações:

$\boldsymbol{Y_A} \odot \boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^B]$ é o produto elemento a elemento, ou produto de Hadamard, de $\boldsymbol{Y_A}$ e $\boldsymbol{Y_B}$.

$\boldsymbol{Y_A} \oslash \boldsymbol{Y_B} = [y_{ij}^A / y_{ij}^B]$ é a divisão elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$ e $\boldsymbol{Y_B}$, onde $y_{ij}^B \neq 0$, para todo *i* e *j*.

$(\boldsymbol{Y_A})^{\circ \boldsymbol{2}} = \left[{y_{ij}^A}^2\right] = [y_{ij}^A \cdot y_{ij}^A]$ é o produto elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$ pelo próprio $\boldsymbol{Y_A}$.

$(\boldsymbol{Y_A})^{\circ \boldsymbol{1/2}} = \left[\sqrt{y_{ij}^A}\right]$ é a raiz quadrada elemento a elemento de $\boldsymbol{Y_A}$.

- Para a diagonalização de vetores, se $\boldsymbol{y}$ é um vetor qualquer de dimensão $1\ x\ n$, $\boldsymbol{\hat{y}}$ é o vetor diagonalizado correspondente, uma matriz de dimensão $n\ x\ n$ em que a diagonal principal é formada pelos elementos de $\boldsymbol{y}$ e os demais termos são nulos.

- Por fim, como usual a transposta e a inversa de uma matriz quadrada $\boldsymbol{Y}$ serão designadas por $\boldsymbol{Y}'$e $\boldsymbol{Y}^{-1}$, respectivamente.

ii) Multiplicadores das linhas: $\boldsymbol{r_K}$, *com* $\boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

- ICMS:

$$\boldsymbol{r_{TC}} = \begin{cases} 1 & , \; para\; q_i^{TC} = 0 \\ \boldsymbol{q_{TC}} \oslash \left((\boldsymbol{A_{TC}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right), & para\; q_i^{TC} \neq 0 \end{cases} \tag{53}$$

- IPI:

$$\boldsymbol{r_{TP}} = \begin{cases} 1 & , \; para\; q_i^{TP} = 0 \\ \boldsymbol{q_{TP}} \oslash \left((\boldsymbol{A_{TP}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right), & para\; q_i^{TP} \neq 0 \end{cases} \tag{54}$$

- Outros impostos menos subsídios:

$$\boldsymbol{r_{TS}} = \begin{cases} 1 & , \; para\; q_i^{TS} = 0 \\ \boldsymbol{q_{TS}} \oslash \left((\boldsymbol{A_{TP+}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right), & para\; q_i^{TS} > 0 \\ \left((\boldsymbol{A_{TS-}} \oslash \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{T}}{}^{-1} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right) \oslash \boldsymbol{q_{TS}}, & para\; q_i^{TS} < 0 \end{cases} \tag{55}$$

- Margem de comércio:

$$\boldsymbol{r_{MC}} = \begin{cases} 1 & , \; para\; q_i^{MC} \leq 0 \\ \boldsymbol{q_{MC}} \oslash \left((\boldsymbol{A_{MC+}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{MC}} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right), & \text{para}\; q_i^{MC} > 0 \end{cases} \tag{56}$$

- Margem de transporte:

$$\boldsymbol{r_{MT}} = \begin{cases} 1 & , \; \text{para}\; q_i^{MT} = 0 \\ \boldsymbol{q_{MT}} \oslash \left((\boldsymbol{A_{MT+}} \odot \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{MT}} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right), & \text{para}\; q_i^{MT} > 0 \\ \left((\boldsymbol{A_{MT-}} \oslash \boldsymbol{W}) \cdot \hat{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{MT}}{}^{-1} \cdot \boldsymbol{\iota_m} \right) \oslash \boldsymbol{q_{MT}}, & \text{para}\; q_i^{MT} < 0 \end{cases} \tag{57}$$

iii) Multiplicadores das colunas: $\boldsymbol{s_{K^*}}$, *com* $\boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$.

- Impostos totais:

$$\boldsymbol{B_1} = \boldsymbol{\iota_{3n}}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{T}} \cdot (\boldsymbol{A_{T+}} \odot \boldsymbol{W_T})$$

$$\boldsymbol{B_2} = \boldsymbol{\iota_n}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{TS}}{}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{TS-}} \oslash \boldsymbol{W})$$

$$\boldsymbol{s_T} = \begin{cases} 1 & , \; para\; q_j = 0 \\ \left(\boldsymbol{q_m}' + \left((\boldsymbol{q_m}')^{\circ\, 2} - 4 \cdot \boldsymbol{B_1} \odot \boldsymbol{B_2} \right)^{\circ 1/2} \right)' \oslash (2 \cdot \boldsymbol{B_1})', & para\; q_j \neq 0 \end{cases} \tag{58}$$

- Margem de comércio:

$$\boldsymbol{s_{MC}} = \begin{cases} 1 & , \; para\; h_{MCj} = 0 \\ -\boldsymbol{h_{MC}} \oslash \left(\boldsymbol{\iota_n}' \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{MC}} \cdot (\boldsymbol{A_{MC+}} \odot \boldsymbol{W}) \right)', & para\; h_{MCj} < 0 \end{cases} \tag{59}$$

- Margem de transporte:

$$\boldsymbol{B_3} = \boldsymbol{\iota_n}' \cdot \boldsymbol{\hat{r}_{MT}}^{-1} \cdot (-\boldsymbol{A_{MT-}} \oslash \boldsymbol{W})$$

$$\boldsymbol{B_4} = \boldsymbol{\iota_n}' \cdot \boldsymbol{\hat{r}_{MT}} \cdot (\boldsymbol{A_{MT+}} \odot \boldsymbol{W})$$

$$\boldsymbol{s_{MT}} = \begin{cases} 1 & , \ para\ h_{MTj} = 0 \\ (\boldsymbol{B_3}' \oslash \boldsymbol{B_4}')^{\circ 1/2}, & para\ h_{MTj} \neq 0 \end{cases} \tag{60}$$

iv) Multiplicadores das células nas somas das tabelas de passagem: $\boldsymbol{W}$.

$$\boldsymbol{C_1} = \left((\boldsymbol{\hat{r}_{TC}} \cdot \boldsymbol{A_{TC}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TP}} \cdot \boldsymbol{A_{TP}} + \boldsymbol{\hat{r}_{TS}} \cdot \boldsymbol{A_{TS+}}) \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T} + \boldsymbol{\hat{r}_{MC}} \cdot \boldsymbol{A_{MC+}} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MC}} + \boldsymbol{\hat{r}_{MT}} \cdot \boldsymbol{A_{MT+}} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MT}}\right)$$

$$\boldsymbol{C_2} = \left(\boldsymbol{\hat{r}_{TS}}^{-1} \cdot \boldsymbol{A_{TS-}} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T}^{-1} + \boldsymbol{A_{MC-}} + \boldsymbol{\hat{r}_{MT}}^{-1} \cdot \boldsymbol{A_{MT-}} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MT}}^{-1}\right)$$

$$\boldsymbol{W} = \begin{cases} 1 & , \ para\ h_{ij} = 0 \\ \boldsymbol{C_2} \oslash \boldsymbol{H} & , \ para\ h_{ij} \neq 0, C_{1_{ij}} = 0 \\ \left(\boldsymbol{H} + \left((\boldsymbol{H})^{\circ \boldsymbol{2}} - 4 \cdot \boldsymbol{C_1} \odot \boldsymbol{C_2}\right)^{\circ 1/2}\right) \oslash (2 \cdot \boldsymbol{C_1}), & para\ h_{ij} \neq 0, C_{1_{ij}} \neq 0 \end{cases} \tag{61}$$

v) Estimativas finais das tabelas $\boldsymbol{X_K}$.

Finalmente, os valores estimados das tabelas de passagem, conforme (37) a (43), podem ser expressos em formato matricial pelas equações a seguir, as quais remetem à sigla RAWS do método de balanceamento:

$$\boldsymbol{X_{TC}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TC}} \cdot \boldsymbol{A_{TC}} \odot \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T} \tag{62}$$

$$\boldsymbol{X_{TP}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TP}} \cdot \boldsymbol{A_{TP}} \odot \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T} \tag{63}$$

$$\boldsymbol{X_{TS}} = \boldsymbol{\hat{r}_{TS}} \cdot \boldsymbol{A_{TS+}} \odot \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T} + \boldsymbol{\hat{r}_{TS}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{TS-}} \oslash \mathbf{W}) \cdot \boldsymbol{\hat{s}_T}^{-1} \tag{64}$$

$$\boldsymbol{X_{MC}} = \boldsymbol{\hat{r}_{MC}} \cdot \boldsymbol{A_{MC+}} \odot \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MC}} + \boldsymbol{A_{MC-}} \tag{65}$$

$$\boldsymbol{X_{MT}} = \boldsymbol{\hat{r}_{MT}} \cdot \boldsymbol{A_{MT+}} \odot \boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MT}} + \boldsymbol{\hat{r}_{MT}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{A_{MT-}} \oslash \mathbf{W}) \cdot \boldsymbol{\hat{s}_{MT}}^{-1} \tag{66}$$

5. Cômputo das estimativas.

5.1. Anos de referência e revisões das contas nacionais.

Seguindo o método RAWS, foram estimadas as tabelas auxiliares para os anos de 2000 e 2005. Mas além das tabelas auxiliares, as próprias tabelas divulgadas pelo IBGE junto à MIP para estes dois anos precisaram sofrer modificações em razão das revisões posteriores na série das TRUs. As MIPs de 2000 e 2005, publicadas em 2008, foram baseadas nas TRUs da revisão 2004/2005 do sistema de contas nacionais, publicadas em 2007. Nas revisões subsequentes, ocorreram duas alterações contábeis no procedimento de cálculo das TRUs, uma na distribuição das vendas de intermediação financeira e seguros, outra na alocação das compras públicas de remédios. O novo procedimento foi aplicado pelo IBGE retroativamente a todas as TRUs da série apresentada junto à CN 2005/2009, mas as MIPs de 2000 e 2005 não foram revistas. Assim, para a estimativa completa das MIPs de 2000 a 2005 foram consideradas as TRUs divulgadas na CN 2005/2009 (IBGE, 2011) e as tabelas auxiliares e MIPs de 2000 e 2005 foram corrigidas para se tornarem compatíveis com as TRUs revistas.

Uma alteração de procedimento foi na alocação das vendas do produto "090101. Intermediação financeira e seguros" entre as compras dos setores de atividades. O total da produção não foi modificado, de maneira que a tabela de recursos permaneceu a mesma, mas na tabela de usos a preços ao consumidor ocorreram realocações entre as aquisições para consumo intermediário de diversos setores demandantes. Para a correção, todas as alterações observadas entre as TRUs da CN 2004/2005 e da CN 2005/2009 nas tabelas de usos a preços ao consumidor foram aplicadas às tabelas de usos a preços básicos divulgadas originalmente pelo IBGE junto às MIPs. A produção total da economia não é afetada, mas as ligações entre setores associadas à produção e venda deste produto são. Cabe apontar que as mudanças na distribuição desse produto ocorreram entre as duas versões da TRU de 2005, mas não da TRU de 2000.

A outra mudança de procedimento foi na alocação de compras públicas de produtos farmacêuticos. Na CN 2004/2005, todas as compras governamentais do produto "031301. Produtos farmacêuticos" eram alocadas como demanda intermediária do setor de atividade "1202. Saúde pública", sendo que o componente da demanda final "Consumo da administração pública" compra todo o produto "120201. Saúde pública", único produto do setor "1202. Saúde pública". Entretanto, na CN 2005/2009 a grande maioria das compras governamentais de produtos farmacêuticos nacionais é alocada diretamente ao setor da demanda final "Consumo da administração pública" e se reduz no mesmo valor a produção do setor "1202. Saúde pública", assim como a compra do produto "120201. Saúde pública" pelo consumo da administração pública. Como no caso anterior, essas mudanças foram replicadas sobre a tabela de usos a preços básicos, mas também foi necessário ajustar a tabela de recursos. Note-se que a demanda total do setor "Consumo da administração pública" e a produção de "031301. Produtos farmacêuticos" não são alterados, mas a renda nacional e o PIB foram reduzidos, assim como as ligações entre os setores produtores de fármacos e o setor saúde pública na MIP. Tais modificações ocorreram tanto na TRU de 2000 quanto na de 2005. Por fim, as MIPs para 2000 e 2005 foram recalculadas pelas tabelas de usos a preços básicos com essas adaptações.

5.2. Algoritmo para os multiplicadores.

Os valores dos multiplicadores contidos em $\boldsymbol{r_K}$, $\boldsymbol{s_{K^*}}$ e $\boldsymbol{W}$ são interdependentes, então serão calculados por um método numérico iterativo. Como a solução do RAWS existe e é única, a iteração converge. O algoritmo adotado, programado em MATLAB, consiste das seguintes etapas:

- *Passo 0:* obtenção das estimativas iniciais $\boldsymbol{A_K}$ das tabelas de auxiliares, conforme o exposto na seção 3.1;

- *Passo 1:* como o processo de obtenção das estimativas iniciais já impõe a zeragem dos erros nas linhas, $\boldsymbol{r_K} = \boldsymbol{\iota_n}$ na primeira etapa, para todo $\boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$. O balanceamento será iniciado pelas colunas, então $w_{ij} = 1$, para todas as células de $\boldsymbol{W} = [w_{ij}]$. Os multiplicadores $\boldsymbol{s_{K^*}}$, para $\boldsymbol{K}^* = \{T, MC, MT\}$, serão calculados seguindo as equações (58) a (60);

- *Passo 2:* tomando $\boldsymbol{r_K} = \boldsymbol{\iota_n}$ e os $\boldsymbol{s_{K^*}}$ calculados no passo anterior, $\boldsymbol{W}$ é computado pela equação (61);

- *Passo 3:* é feito o primeiro balanceamento completo, em que primeiro os multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$ são obtidos pelas equações (53) a (57) com $\boldsymbol{s_{K^*}}$ e $\boldsymbol{W}$ do passo anterior, depois os multiplicadores $\boldsymbol{s_{K^*}}$ são atualizados pelas equações de (58) a (60) com os $\boldsymbol{r_K}$ e $\boldsymbol{W}$ mais recentes e, por fim, $\boldsymbol{W}$ é novamente calculado por (61) com os últimos $\boldsymbol{r_K}$ e $\boldsymbol{s_{K^*}}$;

- *Passos de 4 a N:* a cada etapa, os três tipos de multiplicadores $\boldsymbol{r_K}$, $\boldsymbol{s_{K^*}}$ e $\boldsymbol{W}$ são calculados tomando como dados os multiplicadores dos passos anteriores, repetindo o *passo 3*. O processo segue até que o maior elemento da matriz $\boldsymbol{DIF} = \boldsymbol{W}_{(passo\ N)} - \boldsymbol{W}_{(passo\ N-1)}$ seja inferior a 10^{-6}, o que equivale a *R$ 1,00*, uma vez que os valores das tabelas estão designados em milhões de Reais;

- *Passo N+1:* dado o valor final de $\boldsymbol{W}$, calcula-se $\boldsymbol{r_K}$ e depois $\boldsymbol{s_{K^*}}$. As estimativas finais dos multiplicadores são substituídas nas equações (62) a (66) para a obtenção das estimativas $\boldsymbol{X_K}$ das tabelas auxiliares, com $\boldsymbol{K} = \{TC, TP, TS, MC, MT\}$.

Para a estimação das tabelas auxiliares da MIP de 2000, tanto com os dados da CN 2004/2005 quanto da CN 2005/2009, a convergência foi obtida com $N = 78$. Na MIP de 2005, com uma limitação imposta ao número de iterações do algoritmo de $N \leq 500$ não houve convergência dentro da tolerância exigida para a matriz $\boldsymbol{DIF}$. O maior elemento da matriz $\boldsymbol{DIF}$, que deveria ser inferior a 10^{-6}, chegou a 6×10^{-4} com $N = 500$ iterações. Aumentando a tolerância para que o maior elemento da matriz $\boldsymbol{DIF}$ seja inferior a 7×10^{-4}, o que equivale a *R$ 700*, o algoritmo da MIP 2005 converge com $N = 61$.

6. Conclusão

Foi desenvolvido neste artigo o método RAWS para a estimação das tabelas auxiliares não disponibilizadas pelo IBGE junto às MIPs dos anos de 2000 e 2005: imposto de importação, ICMS, IPI, outros impostos líquidos de subsídios, margens de comércio e margens de transporte. O algoritmo RAWS foi derivado como um problema de minimização de perda de informação, que otimiza o uso do conjunto de dados disponíveis. Nesta derivação, foram incorporados avanços metodológicos recentes da literatura de balanceamento de matrizes, como tratamento adequado a células com valores negativos na projeção inicial.

As estimativas obtidas para as tabelas auxiliares de impostos e margens têm utilidade própria em aplicações independentes com relação à MIP propriamente dita. Por exemplo, as tabelas de impostos podem ser empregadas para estimar o efeito encadeado de mudanças na estrutura tributária.

Ademais, as MIPs de 2000 e 2005 foram corrigidas para se adequarem à revisão 2005/2009 das TRUs. Na construção destas MIPs, o IBGE tomou por referência as TRUs 2000-2005 da revisão 2004/2005 das contas nacionais. Nas revisões posteriores, as TRUs deste período sofreram pequenas alterações, mas as MIPs não foram readequadas. Assim, outra contribuição deste artigo foi o ajuste das MIPs 2000/2005 para adequá-las à revisão mais recente.

Como extensões da pesquisa, de imediato pode-se se enfatizar sua utilidade para a estimação de MIPs nos demais anos da referência 2000 das contas nacionais. As estimativas de todas as tabelas auxiliares para 2000 e 2005, assim como a compatibilização das MIPs destes anos com as TRUs da última revisão, implicam em aumento da disponibilidade de informações para projetar as MIPs destes dois anos aos outros.

Ademais, o conjunto de avanços metodológicos apresentados também pode ser aplicado para aprimorar métodos de projeção e balanceamento de tabelas. O problema de minimização de perda de informação com permissão de sinais negativos nas células, que no presente artigo resultou no algoritmo RAWS, pode ser adaptado para diferentes restrições, conforme os dados disponíveis.

Referências

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**: promulgada em 05 de outubro de 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm>. Acesso em: 20 jun. 2011.

______. Lei Complementar nº 87, de 13 de setembro de 1996. Dispõe sobre o imposto dos Estados e do Distrito Federal sobre operações relativas à circulação de mercadorias e sobre prestações de serviços de transporte interestadual e intermunicipal e de comunicação, e dá outras providências (Lei Kandir). Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LCP/Lcp87.htm>. Acesso em: 20 jun. 2011.

______. Decreto nº 7.212, de 15 de junho de 2010. Regulamenta a cobrança, fiscalização, arrecadação e administração do Imposto sobre Produtos Industrializados - IPI. Disponível em:

<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7212.htm>. Acesso em: 20 jun. 2011.

CONCLA - Comissão Nacional de Classificações. **SCN (nível 43) X CNAE e SCN (nível 147/55) X CNAE**. Disponível em: <http://concla.ibge.gov.br/classificacoes/correspondencias/atividades-economicas>. Acesso em: 06 ago. 2011.

DIETZENBACHER, E.; ALBINO, V.; KUHTZ, S. "**The fallacy of using US-type Input-Output tables**". *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INPUT-OUTPUT TECHNIQUES, 15. Beijing: 2005.

GUILHOTO, J. J. M.; SESSO FILHO, U. A. **Estimação da matriz insumo-produto a partir de dados preliminares das contas nacionais**. Economia Aplicada, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 277-299, abr./jun. 2005.

______. **Estimação da matriz insumo-produto utilizando dados preliminares das contas nacionais: aplicação e análise de indicadores econômicos para o Brasil em 2005**. Economia & Tecnologia, ano 6, v.23, p. 53-62, out./dez. 2010.

GRIJÓ, E.; BERNI, D. A. **Metodologia completa para a estimativa de matrizes de insumo-produto**. Teoria e Evidência Econômica, Passo Fundo, v. 14, n. 26, p. 9-42, mai. 2006.

HUANG, W.; KOBAYASHI, S.; TANJI, H. **Updating an input-output matrix with sign-preservation**: some improved objective functions and their solutions. Economic Systems Research, v. 20, n. 1, p. 111–123, mar. 2008.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Matriz de Insumo-Produto**: Brasil 1996. Rio de Janeiro: IBGE, 1999.

______. **Sistema de Contas Nacionais**: Brasil 2004-2005. Rio de Janeiro: IBGE, 2007. (Contas Nacionais, n. 20).

______. **Matriz de Insumo-Produto**: Brasil 2000-2005. Rio de Janeiro: IBGE, 2008. (Contas Nacionais, n. 23).

______. **Sistema de Contas Nacionais**: Brasil 2005-2009. Rio de Janeiro: IBGE, 2011. (Contas Nacionais, n. 34).

JUNIUS, T.; OOSTERHAVEN, J. **The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries**. Economic Systems Research, v.15, n. 1, p. 87–96, mai. 2003.

LENZEN, M.; WOOD, R.; GALLEGO, B. **Some comments on the GRAS method**. Economic Systems Research, v. 19, n. 4, p. 461–465, dez. 2007.

MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. **Input-output analysis: foundations and extensions**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2. ed., 2009.

SIQUEIRA, R.; NOGUEIRA, J.; SOUZA, E. **A incidência final dos impostos indiretos no Brasil**: Efeitos da tributação de insumos. Revista Brasileira de Economia, v. 55, n. 4, p. 513–544, out./dez. 2001.

STONE, R. **Multiple classifications in social accounting**. Bulletin de l’Institut International de Statistique, v. 39, n. 3, p. 215–233, 1962.

TEMURSHOEV, U.; TIMMER, M. P. **Joint estimation of supply and use tables**. Papers in Regional Science. Oxford, v. 90, n. 4, p. 863-882, nov. 2011.

TEMURSHOEV, U.; WEBB, C.; YAMANO, N. **Projection of supply and use tables**: methods and their empirical assessment. Economic Systems Research, v. 23, n. 1, p. 91-123, mar. 2011.