

# DETERMINANTES DA PROFICIÊNCIA DOS ESTUDANTES DAS ESCOLAS PÚBLICAS BRASILEIRAS<sup>1</sup>

Wallace Lobato Siqueira<sup>2</sup>

Kalinca Léia Becker<sup>3</sup>

Clailton Ataídes de Freitas<sup>4</sup>

Este estudo analisou os determinantes da proficiência em matemática dos estudantes do nono ano do ensino fundamental em escolas públicas brasileiras, utilizando dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Censo Escolar de 2011 a 2017, empregando metodologias de análise exploratória de dados espaciais e modelos de dados em painel espacial. A análise identificou *clusters* espaciais significativos das notas e destacou a importância das práticas, como a frequência dos alunos em realizar exercícios e a correção pelo professor, na melhoria da proficiência escolar. Também foi identificado transbordamento espacial, indicando a formação de *clusters* de qualidade educacional.

**Palavras-chave:** desempenho escolar; análise espacial; desigualdades regionais.

## DETERMINANTS OF STUDENTS' PROFICIENCY IN BRAZILIAN PUBLIC SCHOOLS

This study analyzed the determinants of mathematics proficiency among 9th-grade students in Brazilian public schools, using data from the National Assessment System for Basic Education and the School Census from 2011 to 2017, employing methodologies of exploratory spatial data analysis and spatial panel data models. The analysis identified significant spatial clusters of scores and highlighted the importance of practices such as the frequency of students doing exercises and teachers correcting them, in improving educational proficiency. Spatial spillover effect was also identified, indicating the formation of clusters of educational quality.

**Keywords:** school performance; spatial analysis; regional inequalities.

**JEL:** I21; C31; C33.

## 1 INTRODUÇÃO

O desempenho educacional em escolas públicas brasileiras é uma área de interesse crescente entre pesquisadores e formuladores de políticas públicas. Diversos estudos teóricos e empíricos têm se dedicado a identificar os fatores que determinam a qualidade da educação e a eficiência dos gastos educacionais (Biondi e Felício, 2007; Cadaval e Monteiro, 2011; Curi e Menezes-Filho, 2009). Tais investigações são fundamentais para avaliar, orientar e direcionar as políticas públicas voltadas para a melhoria do sistema educacional.

---

1. DOI: <http://dx.doi.org/10.38116/ppe55n1art1>

2. Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada da Universidade Federal de Viçosa (PPGEA/UFV). *E-mail:* wallacelobato@live.com.

3. Professora no Programa de Pós-Graduação em Economia e Desenvolvimento da Universidade Federal de Santa Maria (PPGE&D/UFSM). *E-mail:* kalinca.becker@ufsm.br.

4. Professor no PPGE&D/UFSM. *E-mail:* clailton.freitas@ufsm.br.

Para monitorar e avaliar a qualidade da educação, o governo brasileiro, por meio do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Ministério da Educação (Inep/MEC), implementou o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). O Saeb consiste em testes padronizados bienais nas disciplinas de língua portuguesa, matemática, ciências naturais e ciências humanas para alunos de escolas públicas e, opcionalmente, de escolas privadas em todo o território nacional. Além de medir a proficiência dos alunos, o exame coleta informações detalhadas sobre os professores, diretores e infraestrutura escolar, complementadas pelos dados do Censo Escolar.

Apesar dos esforços contínuos para melhorar a qualidade da educação, os resultados de avaliações internas e comparações internacionais indicam que a proficiência dos alunos brasileiros ainda é insatisfatória. No Programa Internacional de Avaliação de Alunos (*Programme for International Student Assessment – Pisa*) de 2018, o Brasil ficou entre os últimos colocados em ciências, leitura e matemática, com pontuações bem abaixo da média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) (OECD, 2020). Internamente, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), que mensura a qualidade da educação com base nos resultados do Saeb e da Prova Brasil, revela um crescimento lento e desigual entre as regiões do país, com as regiões Sul e Sudeste consistentemente apresentando melhores resultados em comparação com as demais regiões (Brasil, 2021).

As disparidades regionais no desempenho escolar podem ser atribuídas a uma série de fatores, incluindo efeitos de transbordamento, mobilidade do capital humano, determinantes históricos e culturais. Medeiros e Oliveira (2014) indicam que a composição social das populações locais e a distribuição desigual de oportunidades educacionais contribuem para essas desigualdades. Além disso, a infraestrutura física das escolas e a qualificação dos professores são frequentemente citadas na literatura como determinantes críticos da qualidade da educação (Soares Neto *et al.*, 2013; Hanushek, 2006; Hanushek e Rivkin, 2006; Bezerra e Kassouf, 2006). Acrescentem-se fatores idiossincráticos, como as condições econômicas e a educação dos pais, que também têm impacto significativo na proficiência dos alunos em testes padronizados (Albernaz, Ferreira e Franco, 2002).

Diante disso, este estudo tem como objetivo analisar os efeitos do *background* familiar, da infraestrutura física escolar e da qualificação dos professores na proficiência em matemática dos alunos do nono ano do ensino fundamental em escolas públicas brasileiras, controlando os possíveis efeitos espaciais associados aos *clusters* de qualidade da educação. Para isso, foram utilizados os dados do Inep entre 2011 e 2017.

A disciplina de matemática foi escolhida, por ser um conhecimento universal, que permite comparações entre testes, tanto nacionais quanto internacionais.

No que se refere ao período, ele foi escolhido pela disponibilidade dos dados georreferenciados acessíveis pelo *site* do Inep, ou seja, informações que permitem verificar a localização geográfica da origem do dado aferido, fato esse que passou a ser de acesso público a partir de 2011.

Os resultados deste estudo indicam que melhorias na infraestrutura escolar e uma qualificação docente mais elevada estão positivamente correlacionadas com o aumento da proficiência em matemática, enquanto o *background* familiar continua a desempenhar um papel mais significativo. As implicações desses achados sugerem que políticas públicas voltadas para a melhoria da infraestrutura escolar e para a formação contínua dos professores podem contribuir significativamente para a redução das desigualdades educacionais e para a melhoria dos resultados acadêmicos dos alunos.

## 2 FATORES QUE INFLUENCIAM O DESEMPENHO ESCOLAR

O desempenho dos estudantes é moldado por uma combinação complexa de fatores, destacando-se a infraestrutura escolar, a capacitação dos professores e o contexto familiar dos alunos. Esta seção explora como esses elementos interagem para influenciar os resultados educacionais, enfatizando a importância de cada um na contribuição para o sucesso ou dificuldades dos estudantes. A abordagem integrada desses fatores pode ser crucial para entender e melhorar a qualidade da educação oferecida nas escolas públicas.

### 2.1 Infraestrutura física do ambiente escolar e insumos escolares

A infraestrutura escolar e os insumos educacionais são fundamentais para a qualidade da educação e, conseqüentemente, para o desempenho dos alunos. Estudos indicam que um ambiente escolar adequado pode melhorar os resultados acadêmicos (Belmonte *et al.*, 2019; Scriptore, Azzoni e Menezes Filho, 2018; Hong e Zimmer, 2016). Na Itália, após um terremoto, um investimento adicional de 100 euros por aluno em infraestrutura resultou em melhorias nas pontuações em matemática e italiano, evidenciando como investimentos direcionados a infraestrutura física escolar podem trazer benefícios tangíveis ao aprendizado dos estudantes (Belmonte *et al.*, 2019).

No Brasil, a disparidade na qualidade da infraestrutura escolar é notável. Escolas com melhores instalações e recursos como laboratórios, bibliotecas e equipamentos tecnológicos tendem a ter alunos com desempenho acadêmico superior (Biondi e Felício, 2007; Amâncio-Vieira *et al.*, 2015). No entanto, as disparidades vão além do acesso; as diferenças regionais também contribuem para as desigualdades educacionais. Regiões como o Norte e o Nordeste enfrentam grandes desafios com instalações precárias e apenas uma pequena fração das escolas tem infraestrutura

adequada, afetando negativamente o desempenho dos estudantes. Investir na melhoria da infraestrutura física nessas áreas pode ser uma estratégia eficaz para reduzir as desigualdades educacionais (Soares Neto *et al.*, 2013; Tavares, Camelo e Paciência, 2018).

A capacidade de financiamento público em educação também desempenha um papel importante. Estados e municípios brasileiros variam significativamente em sua capacidade de investimento. Estados com maior capacidade financeira, como São Paulo, conseguem investir até 4,5 vezes mais por aluno em comparação com estados menos favorecidos, como o Maranhão. Isso resulta em disparidades significativas na qualidade da infraestrutura escolar, que, por sua vez, refletem nos resultados educacionais (Castro e Sadeck, 2003). Nesse cenário, a eficiência na gestão dos recursos é fundamental. Uma gestão eficiente dos recursos educacionais pode maximizar os benefícios dos investimentos em infraestrutura. Isso inclui não apenas a construção e a manutenção de instalações escolares, mas também a provisão de recursos educacionais essenciais, como materiais didáticos e tecnológicos (Klein, 2006; Hanushek, 2006).

Além da infraestrutura física do ambiente escolar, fatores como saneamento básico também influenciam o desempenho acadêmico. Melhores condições de saneamento estão associadas a aumentos na frequência escolar e a reduções nas taxas de evasão e de repetência. A disponibilidade de água potável bem como coleta e tratamento de esgoto também criam um ambiente mais saudável para os alunos, facilitando a concentração e o aprendizado (Scriptore, Azzoni e Menezes Filho, 2018; Silva, 2017).

Diante disso, pode-se entender que investimentos bem planejados e direcionados à infraestrutura física do ambiente escolar são fundamentais para a melhoria do desempenho educacional. A combinação de uma boa infraestrutura com insumos escolares adequados pode proporcionar um ambiente de aprendizagem mais eficaz, resultando em melhores resultados acadêmicos para os alunos. Além disso, fatores externos como saneamento complementam esses benefícios, reforçando a necessidade de políticas públicas integradas que abordem todos os aspectos que influenciam a qualidade da educação (Felício e Fernandes, 2005; Bezerra e Kassouf, 2006; Oliveira e Soares, 2012; Cadaval e Monteiro, 2011; Ferrão *et al.*, 2001).

## 2.2 Professores e sua qualificação

A qualificação e a eficácia dos docentes também são aspectos fundamentais que podem afetar diretamente o desempenho educacional dos alunos. Professores bem-preparados e com experiência têm a capacidade de melhorar os resultados acadêmicos, influenciando positivamente o desenvolvimento e o aprendizado dos estudantes.

Estudos indicam que a escolaridade adicional dos professores, especialmente daqueles que lecionam disciplinas como matemática e ciências, está correlacionada com melhores desempenhos dos alunos em testes padronizados. Da mesma forma, professores com nível de mestrado apresentam alunos com resultados mais altos em exames em comparação com aqueles que têm apenas a graduação (Coenen *et al.*, 2018). Isso, porque a formação contínua e especializada dos docentes é um fator essencial para a melhoria da qualidade da educação (Hanushek, 2006; Hanushek e Rivkin, 2006).

A participação dos professores em programas de desenvolvimento profissional contínuo também é fundamental. Docentes que se engajam e aplicam metodologias de ensino centradas no aluno tendem a promover um melhor desempenho acadêmico (Chevalier *et al.*, 2013), pois a capacidade dos docentes de criar um ambiente de aprendizagem positivo e inclusivo também é essencial para o sucesso educacional dos alunos (Biondi e Felício, 2007).

A experiência dos professores também pode contribuir para o aprendizado. Pesquisas indicam que docentes com mais anos de exercício tendem a ser mais eficazes em sala de aula, embora esse efeito se atenuie ao longo do tempo. Quando combinada a práticas pedagógicas atualizadas e metodologias inovadoras, essa experiência pode maximizar o aprendizado dos alunos (Coenen *et al.*, 2018; Franco e Menezes Filho, 2017).

A gestão escolar e o apoio aos docentes são igualmente importantes. Escolas que oferecem suporte adequado aos professores, como oportunidades de desenvolvimento, recursos didáticos e um ambiente de trabalho colaborativo, conseguem criar condições mais favoráveis para o ensino e a aprendizagem (Tavares, Camelo e Paciência, 2018; Hanushek e Rivkin, 2006).

A eficiência e a eficácia dos professores são influenciadas por diversos fatores, incluindo a infraestrutura escolar e os recursos disponíveis. Escolas bem equipadas e com boa infraestrutura proporcionam um ambiente mais propício para o ensino, permitindo que os professores desempenhem melhor suas funções e os alunos atinjam melhores resultados acadêmicos (Biondi e Felício, 2007; Soares Neto *et al.*, 2013).

Logo, a qualificação dos docentes é um dos pilares para a melhoria da educação. Investir na formação contínua dos professores, proporcionar experiências pedagógicas e oferecer suporte institucional adequado são estratégias essenciais para garantir um ensino de qualidade e, conseqüentemente, melhorar o desempenho dos alunos (Coenen *et al.*, 2018; Hanushek, 2006; Hanushek e Rivkin, 2006; Chevalier *et al.*, 2013; Biondi e Felício, 2007; Tavares, Camelo e Paciência, 2018; Soares Neto *et al.*, 2013).

### 2.3 Efeito do contexto e das circunstâncias familiares

Embora a infraestrutura física e a qualificação dos professores sejam essenciais para o desenvolvimento educacional dos estudantes e possam promover um desempenho acadêmico melhor, o contexto familiar emerge como um fator determinante, que exerce um efeito ainda mais direto no desempenho educacional. As condições socioeconômicas, a escolaridade dos pais e o ambiente familiar como um todo são fundamentais no desenvolvimento cognitivo e acadêmico dos alunos, influenciando seus resultados educacionais (Sampson, Raudenbush e Earls, 1997; Lefebvre e Merrigan, 1998).

A escolaridade dos pais, especialmente da mãe, é identificada como um dos principais determinantes do desempenho escolar dos alunos. Estudos indicam que crianças cujas mães têm níveis mais elevados de educação tendem a apresentar melhores resultados em testes padronizados. A educação dos pais está associada a uma maior valorização da educação, a maiores expectativas acadêmicas e a um ambiente doméstico mais favorável ao estudo (Cadaval e Monteiro, 2011). Além disso, o nível educacional tanto do pai quanto da mãe pode influenciar diretamente a capacidade de apoiar as tarefas escolares e a motivação dos filhos para o aprendizado (Chevalier *et al.*, 2013).

Famílias com maior renda têm mais recursos para investir na educação dos filhos, proporcionando acesso a materiais escolares, a tecnologia, a tutoria e a atividades extracurriculares. Essas famílias também podem oferecer um ambiente doméstico mais estável e menos estressante, o que é benéfico para o desempenho acadêmico (Felício e Fernandes, 2005). Por outro lado, a pobreza pode levar a uma série de desafios, incluindo a necessidade de trabalho infantil, falta de recursos e condições de vida precárias, que afetam negativamente o desempenho escolar (Medeiros e Oliveira, 2014).

Além desses, o capital cultural da família – que inclui práticas de leitura, acesso a livros e estímulos culturais – também tem efeito no desempenho educacional. Crianças que crescem em lares onde a leitura é incentivada e há acesso a livros e a outros materiais educativos tendem a desenvolver melhores habilidades de leitura e de escrita (Hanushek, 2006). Esse ambiente rico em estímulos culturais promove um desenvolvimento cognitivo mais robusto, que reflete em melhores desempenhos acadêmicos (Behrman e Rosenzweig, 2002).

A estrutura familiar, incluindo a presença de ambos os pais no lar e a estabilidade familiar, também influencia o desempenho dos alunos. Estudos sugerem que crianças de famílias monoparentais ou que experienciam instabilidade familiar tendem a ter mais dificuldades na escola. A presença de ambos os pais está associada a um maior suporte emocional e acadêmico, que são essenciais para o sucesso escolar (Franco *et al.*, 2007). Além disso, o envolvimento dos pais na vida escolar dos filhos é um

fator crucial. Pais que participam ativamente das atividades escolares, monitoram o progresso acadêmico e incentivam a educação dos filhos ajudam a criar um ambiente propício para o aprendizado. Esse envolvimento está correlacionado com melhores resultados acadêmicos e com maior engajamento dos alunos na escola (Barros *et al.*, 2001; Franco e Menezes Filho, 2012).

O efeito do ambiente familiar no desempenho educacional dos alunos é profundo e diversificado. Fatores como a escolaridade e a renda dos pais, o capital cultural da família, a estrutura familiar e o envolvimento parental são fundamentais para o sucesso acadêmico dos estudantes. Políticas educacionais eficazes devem promover iniciativas que atenuem as desigualdades socioeconômicas e fomentem mais ambientes que favoreçam a aprendizagem (Medeiros e Oliveira, 2014; Oliveira e Soares, 2012; Silva, 2017).

### 3 METODOLOGIA

Nesta seção, são explorados os fundamentos da análise exploratória de dados espaciais e de dados em painel espacial. O processo começa com a introdução aos métodos espaciais, incluindo a construção de matrizes de pesos espaciais e a análise da autocorrelação por meio do índice de Moran univariado, tanto em sua forma global quanto local. Posteriormente, são detalhados os procedimentos econométricos relacionados aos modelos de dados em painel e modelos que incorporam dependência espacial. Por fim, são descritas a fonte e a base de dados utilizadas neste estudo.

#### 3.1 Análise exploratória de dados espaciais

A econometria espacial expande as capacidades dos modelos clássicos de regressão linear, ao integrar elementos como autocorrelação e heterogeneidade espaciais. Essa abordagem considera como a localização geográfica e as características próprias de um município influenciam não só a si mesmas, mas também as regiões próximas. Ignorar a dependência espacial pode levar a estimativas viesadas e comprometer a validade das inferências estatísticas. A metodologia inclui o uso de matrizes de pesos espaciais, e a escolha da matriz adequada é importante para captar as dinâmicas espaciais corretamente, empregando testes como o índice de Moran, para verificar autocorrelações e identificar *clusters* espaciais (Almeida, 2012; Cliff e Ord, 1981).

A dependência espacial, que gera autocorrelação e heterogeneidade espacial, reflete a influência mútua entre localizações geográficas próximas dentro de um mesmo ambiente. Essa interação é quantificada por meio de matrizes de contiguidade, distância inversa ou por  $k$  vizinhos, em que  $k$  representa o número de áreas adjacentes consideradas ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ). No entanto, conforme a primeira lei da geografia, regiões mais próximas têm maior interdependência do que aquelas

mais distantes. Assim, as matrizes contêm informações sobre como cada unidade espacial está conectada às outras, podendo ser estruturadas com base em conceitos como rainha e torre, similares aos usados no xadrez (Almeida, 2012; Tobler, 1970).

Neste estudo, a seleção da matriz de ponderação espacial seguiu um método similar ao proposto por Baumont (2004), que envolve regressir o modelo pelos mínimos quadrados ordinários para diversas configurações de matriz, avaliar os resíduos e aplicar o teste do índice de Moran global univariado. A escolha recaí sobre a configuração com o maior valor estatisticamente significativo. Para isso, foram consideradas as matrizes do tipo rainha, torre, distância inversa e de  $k$  vizinhos.

Uma vez definida a matriz de pesos espaciais, o próximo passo é verificar a distribuição espacial dos dados. Caso não haja autocorrelação espacial, procede-se à análise, utilizando-se a metodologia econométrica linear clássica. No entanto, se autocorrelação espacial for detectada, recorre-se à econometria espacial. A análise exploratória de dados espaciais (Aede) é então iniciada, verificando-se a existência de autocorrelação espacial e a formação de *clusters* espaciais, com o auxílio das estatísticas do índice de Moran global e local univariado (Almeida, 2012; Stakhovych e Bijmolt, 2009).

O índice de Moran global univariado é empregado, para determinar a dependência espacial linear entre os municípios. Essa estatística quantifica a proporção de desvios em relação à média da autocorrelação espacial, variando de -1 a 1, em que valores próximos a 0 indicam ausência de dependência linear e valores próximos a 1 sugerem forte autocorrelação espacial (Almeida, 2012). O índice é dado por:

$$I = \left( \frac{n}{\sum_{i=1}^n W_{ij}} \right) \left( \frac{(\text{Matemática})' W (\text{Matemática})}{(\text{Matemática})' (\text{Matemática})} \right) \quad (1)$$

Na equação (1),  $I$  representa o índice de Moran global univariado;  $n$  é o número de unidades espaciais analisadas;  $\sum_{i=1}^n W_{ij}$  indica o somatório dos elementos da matriz de contiguidade  $W$ , pelo qual  $j$  denota os vizinhos próximos da região  $i$ ; e Matemática é o vetor da variável de observações de interesse – neste estudo, a média da proficiência municipal em matemática no exame do Saeb.

Embora a autocorrelação global seja útil, ela pode negligenciar padrões locais de autocorrelação espacial. Por isso, o índice de Moran local univariado é utilizado para analisar a autocorrelação de cada unidade específica. Esse índice divide-se em quatro quadrantes: alto-alto (AA), baixo-baixo (BB), alto-baixo (AB) e baixo-alto (BA), permitindo identificar como cada município interage com seus vizinhos. Um valor maior que 0 indica autocorrelação positiva, enquanto um valor menor que 0 indica negativa; e 0 indica a ausência de *clusters* (Almeida, 2012). A estatística é dada por:

$$I_i = (\text{Matemática})_i \sum_{j=1}^J W_{ij} (\text{Matemática})_j \quad (2)$$

Na equação (2),  $I_i$  indica o índice de Moran local univariado;  $\text{Matemática}_i$ , o valor da observação na cidade  $i$ ;  $\text{Matemática}_j$  representa o vetor da variável observada na região próxima a  $i$ ; e  $\sum_{j=1}^J W_{ij} (\text{Matemática})_j$ , o somatório dos elementos da matriz de contiguidade  $W$ .

### 3.2 Especificação dos modelos econométricos

Após identificar a autocorrelação espacial, a análise prossegue com a modelagem de dados em painel espacial, que engloba séries temporais longitudinais e incorpora a dependência espacial. Os modelos de painel são divididos em efeitos fixos (FE) e efeitos aleatórios (RE). O modelo de efeitos fixos trata as heterogeneidades não observadas que estão correlacionadas com os regressores, capturando-as através de interceptos específicos para cada unidade. Por outro lado, o modelo de efeitos aleatórios pressupõe que os efeitos não observados são estocásticos e invariantes ao longo do tempo, e assume que esses efeitos não estão correlacionados com os regressores. Essa diferenciação é essencial para a escolha do modelo adequado à estrutura dos dados e à natureza das variáveis (Greene, 2012).

O modelo geral de dados em painel com FE pode ser expresso por:

$$\text{Matemática}_{it} = \alpha_i + \beta X'_{it} + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Na fórmula (3),  $\text{Matemática}_{it}$  representa a variável dependente: a proficiência média municipal de matemática no exame do Saeb para o município  $i$  no ano  $t$ ;  $\alpha_i$  são os FE, que são específicos de cada cidade  $i$ , capturando características individuais não observadas que são constantes ao longo do tempo;  $X'_{it}$  indica o vetor transposto das variáveis independentes; enquanto  $\beta$  é o vetor de parâmetros das variáveis explicativas; e  $\varepsilon_{it}$  é o termo de erro aleatório do modelo (Greene, 2012).

O modelo de RE é estruturado da seguinte maneira:

$$\text{Matemática}_{it} = \alpha + \beta X'_{it} + \xi_{it} \quad (4)$$

$$\xi_{it} = u_i + \varepsilon_{it} \quad (5)$$

Nas equações (4) e (5),  $\alpha$  representa o intercepto comum a todas as unidades e  $\xi_{it}$  reporta o termo de erro composto, que inclui  $u_i$ , o efeito aleatório específico do município  $i$ , que é constante ao longo do tempo e reflete a heterogeneidade não observada entre as unidades, e  $\varepsilon_{it}$ , que é o termo de erro aleatório do modelo (Greene, 2012).

Ao incorporar defasagens espaciais, o modelo geral autorregressivo (*spatial autoregressive combined* – SAC) é formulado como segue:

$$\text{Matemática}_{it} = \rho W_i \text{Matemática}_{it} + \beta X'_{it} + \xi_{it} \quad (6)$$

$$\xi_{it} = \lambda W_j \xi_{it} + \varepsilon_{it} \quad (7)$$

Nas equações (6) e (7),  $\rho$  e  $\lambda$  são parâmetros espaciais relacionados, respectivamente, à variável dependente e ao erro espacialmente correlacionado;  $W_i \text{Matemática}_{it}$  representa a defasagem espacial da variável explicada; e  $W_j \xi_{it}$ , a defasagem espacial dos erros não modelados, sendo  $W_i$  e  $W_j$  as matrizes de ponderação espacial, que podem ser distintas entre si (Elhorst, 2014; Almeida, 2012; Stakhovych e Bijmolt, 2009).

Para obter o modelo autorregressivo espacial (*spatial autoregressive model* – SAR) e o modelo com erro autorregressivo (*spatial error model* – SEM), restrições são aplicadas aos parâmetros  $\rho$  e  $\lambda$  do modelo SAC. O modelo SAR é obtido, ao impor  $\rho \neq 0$  e  $\lambda = 0$ , resultando na seguinte formulação:

$$\text{Matemática}_{it} = \rho W_i \text{Matemática}_{it} + \beta X'_{it} + \varepsilon_{it} \quad (8)$$

Na equação (8),  $\rho$  captura o efeito de interação espacial, demonstrando como uma variação na média do exame do Saeb de uma cidade pode influenciar as regiões vizinhas, o que pode evidenciar o efeito de transbordamento da qualidade da educação (Elhorst, 2014; Almeida, 2012).

O modelo SEM é definido, ao impor  $\rho = 0$  e  $\lambda \neq 0$ , sendo especificado por:

$$\text{Matemática}_{it} = \beta X'_{it} + \xi_{it} \quad (9)$$

$$\xi_{it} = \lambda W_j \xi_{it} + \varepsilon_{it} \quad (10)$$

Nas equações (9) e (10),  $\lambda$  permite captar a dependência espacial do erro, caracterizado por efeitos não modelados ou por ausência de medidas apropriadas (Elhorst, 2014; Almeida, 2012).

Esses modelos espaciais utilizam parâmetros defasados para captar a estrutura de correlação espacial, abordando as principais defasagens globais que se busca identificar empiricamente na política de educação básica no nível municipal.

O método de estimação empregado foi o de máxima verossimilhança,<sup>5</sup> que proporciona estimativas que maximizam a probabilidade de se observarem os dados populacionais, resultando em parâmetros consistentes, eficientes e seguindo uma distribuição normal (Lee, 2004; Elhorst, 2014).

5. Para mais informações sobre o método, ver o capítulo 3 de Elhorst (2014, p. 37-93) e Almeida (2012).

### 3.3 Testes econométricos

Para garantir a adequação dos modelos econométricos utilizados, é essencial a implementação de uma série de testes estatísticos. Os testes de White e Wooldridge são aplicados para identificar heterocedasticidade e autocorrelação nos resíduos, respectivamente. Os testes de Chow e Breusch-Pagan são empregados para comparar os modelos *pooled* com os modelos de FE e RE, ajudando a determinar qual estrutura melhor se ajusta às características não observadas dos dados. Os testes de Hausman, incluindo sua versão robusta, são utilizados para escolher entre modelos de RE e FE, levando em conta potenciais violações da homoscedasticidade e autocorrelação. Adicionalmente, os testes CD de Pesaran (2004; 2015) examinam a presença de dependência e fraca dependência transversal nos modelos de painel, enquanto o critério de informação de Akaike (AIC) é empregado e orienta a escolha do modelo que melhor se ajusta aos dados, considerando a qualidade do ajuste e a complexidade do modelo (Bozdogan, 1987). O quadro 1 apresenta um resumo das hipóteses associadas a cada teste implementado.

QUADRO 1  
Hipóteses dos testes

Teste	Hipóteses
Chow	$H_0$ : Modelagem <i>pooled</i> $H_A$ : Modelagem de efeitos fixos
Breusch-Pagan	$H_0$ : Modelagem <i>pooled</i> $H_A$ : Modelagem de efeitos aleatórios
White	$H_0$ : Homoscedasticidade $H_A$ : Heterocedasticidade
Wooldridge	$H_0$ : Ausência de autocorrelação $H_A$ : Autocorrelação
Hausman e Hausman robusto	$H_0$ : Efeitos aleatórios $H_A$ : Efeitos fixos
CD de Pesaran (2004)	$H_0$ : Independência dos <i>cross sections</i> $H_A$ : Dependência entre os <i>cross sections</i>
CD de Pesaran (2015)	$H_0$ : Fraca dependência entre os <i>cross sections</i> $H_A$ : Dependência entre os <i>cross sections</i>

Elaboração dos autores.

### 3.4 Fonte e base de dados

Este estudo investiga os efeitos de fatores como características familiares, infraestrutura física escolar e qualificação dos professores sobre a proficiência em matemática de alunos do nono ano do ensino fundamental em escolas públicas brasileiras e realiza um teste empírico para identificar a formação de *clusters* de qualidade da educação. Utilizando microdados bianuais do Saeb de 2011 a 2017 (Brasil, 2020a), juntamente com informações do Censo Escolar (Brasil, 2020b),

foram selecionadas 32 variáveis independentes. Essas variáveis cobrem aspectos que foram identificados, com base na revisão da literatura e na disponibilidade dos dados, como potencialmente influentes no desempenho acadêmico dos estudantes. A descrição dessas variáveis é apresentada no quadro 2.

Para enfrentar o desafio de painéis desbalanceados, típico em análises de dados em painel espacial, os dados faltantes foram substituídos pela média da microrregião correspondente. Essa abordagem visa minimizar possíveis vieses introduzidos pela ausência de dados, assegurando a integridade da análise.

A próxima seção apresentará as estatísticas descritivas e os resultados das análises, explorando as relações entre as variáveis e o desempenho dos estudantes em matemática, proporcionando *insights* sobre as dinâmicas que influenciam a aprendizagem dos alunos.

**QUADRO 2**  
**Descrição das variáveis**

Variável	Descrição
Variável dependente	
Matemática	Proficiência média municipal de matemática no exame do Saeb para o nono ano
Variáveis independentes	
Condições e características do contexto familiar dos estudantes	
Sexo	Proporção de estudantes do sexo masculino
Etnia	Proporção de estudantes autodeclarados brancos
DIS	Proporção de estudantes que têm um ou mais anos de distorção idade-série
Mora.Mãe	Proporção de estudantes que moram com a mãe
Mãe.EM	Proporção de mães que têm o ensino médio completo
Mãe.ES	Proporção de mães que têm o ensino superior completo
Mora.Pai	Proporção de estudantes que moram com o pai
Pai.EM	Proporção de pais que têm o ensino médio completo
Pai.ES	Proporção de pais que têm o ensino superior completo
Reunião	Proporção de responsáveis que frequentam reuniões de pais e mestres
Leitura	Proporção de estudantes que praticam leitura de livros, jornais, quadrinhos e revistas <sup>1</sup>
HTD	Proporção de estudantes que dedicam uma hora ou mais aos afazeres domésticos
Trabalha	Proporção de estudantes que trabalham (formal ou informalmente)
Pré.Escola	Proporção de estudantes que ingressaram na pré-escola
Reprovação	Proporção de estudantes que foram reprovados uma ou mais vezes
Faz.Exer	Proporção de estudantes que fazem o dever de casa de matemática com frequência
Corrige.Exer	Proporção de estudantes que reportaram a correção frequente do dever de casa de matemática pelo professor

(Continua)

(Continuação)

Variável	Descrição
Características dos docentes	
Prof.Atualiz	Proporção de professores com atualização em matemática
Prof.Esp	Proporção de professores com especialização em matemática
Prof.Me	Proporção de professores com mestrado
Prof.Dr	Proporção de professores com doutorado
Características de infraestrutura física escolar	
Água.Filtra	Proporção de escolas que têm água filtrada
Água.RP	Proporção de escolas que dispõem de abastecimento de água da rede pública
Eletricidade	Proporção de escolas que dispõem de abastecimento de energia elétrica da rede pública
Esgoto	Proporção de escolas que dispõem de coleta de esgoto da rede pública
C.Lixo	Proporção de escolas que dispõem de coleta periódica de lixo
Lab.Info	Proporção de escolas que têm laboratório de informática
Lab.Ciências	Proporção de escolas que têm laboratório de ciências
Quadra	Proporção de escolas que têm quadra de esportes (coberta ou descoberta)
Biblioteca	Proporção de escolas que têm biblioteca
Internet	Proporção de escolas que dispõem de acesso à internet
Ativ.Compl	Proporção de escolas que oferecem alguma atividade complementar

Elaboração dos autores.

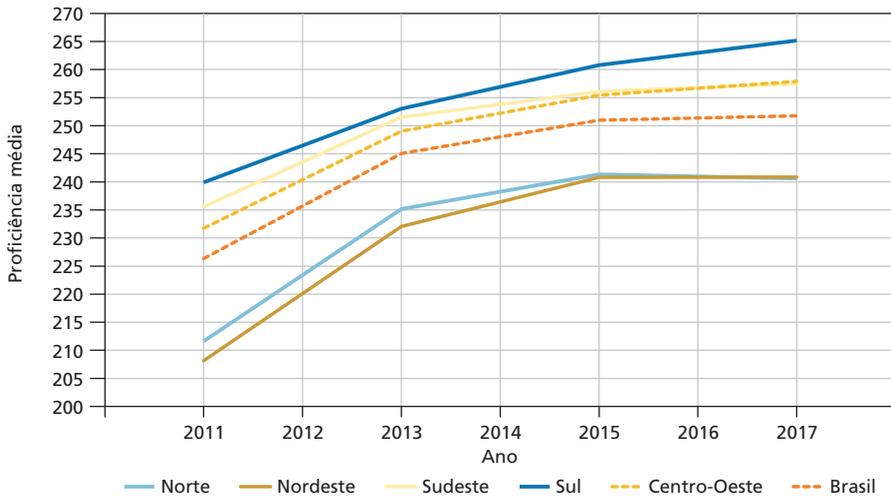
Nota: <sup>1</sup> Exceto revistas de comportamento, celebridades, esportes ou TV.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 4.1 Estatísticas descritivas

Os dados analisados neste estudo compreendem as características médias dos alunos do nono ano do ensino fundamental de escolas públicas brasileiras, formando um painel que abrange 5.570 municípios com informações bianuais coletadas entre 2011 e 2017. As estatísticas descritivas das variáveis empregadas são detalhadas no apêndice A. O gráfico 1 ilustra as diferenças regionais no desempenho das notas médias do Saeb ao longo desse período.

GRÁFICO 1  
Proficiência em matemática no Saeb por regiões (2011-2017)



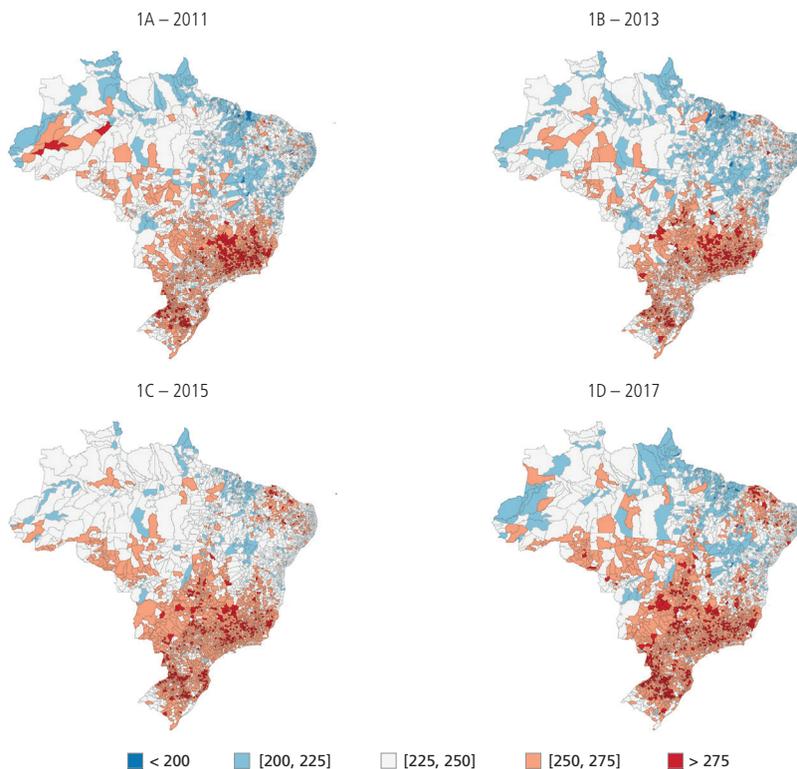
Fonte: Saeb. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/ acesso-a-informacao/dados-abertos/microdados/saeb>. Acesso em: 19 maio 2025.

Elaboração dos autores.

Observa-se uma tendência geral de melhoria nas notas de matemática do Saeb nesse período, embora as disparidades regionais sejam marcantes. As regiões Norte e Nordeste apresentam um aumento na proficiência, porém suas médias permanecem entre 5%-8% abaixo da média nacional e 7%-13% inferiores às das regiões com melhor desempenho (Sul e Sudeste). Em contraste, as regiões Sul e Sudeste mantêm-se com as maiores médias ao longo dos anos, enquanto o Centro-Oeste segue uma trajetória próxima à média nacional, também com crescimento ao longo do período analisado.

A partir dessa análise, verificam-se disparidades na distribuição das notas. No Sul e Sudeste, as notas médio-altas são mais concentradas, enquanto as médio-baixas se espalham por todo o território, com maior concentração no Norte e Nordeste. Esta observação é corroborada pelos dados de 2011, quando as notas médio-altas predominavam no Sul, Sudeste e Centro-Oeste, e as médio-baixas se concentravam principalmente na costa oceânica do Nordeste e Norte. Em 2013 e 2015, a concentração de notas médio-baixas tornou-se mais acentuada no Norte e Nordeste, sem grandes alterações nas outras regiões. Em 2017, formou-se um grande conglomerado de notas médio-altas no Sul, Sudeste e Centro-Oeste, enquanto no Norte e Nordeste, os resultados foram mais dispersos, com exceção do Ceará e Rondônia, que emergiram com médias mais elevadas. A figura 1 e a tabela 1 ilustram essas tendências, apresentando a quantidade de cidades em cada intervalo de desempenho.

**FIGURA 1**  
**Distribuição da proficiência em matemática no Saeb por intervalos**



Fonte: Saeb. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/saeb>. Acesso em: 19 maio 2025.

Elaboração dos autores

Obs.: 1. Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

2. A ilustração não pôde ser padronizada nem revisada em virtude das condições técnicas dos originais (nota do Editorial).

**TABELA 1**  
**Quantidade de municípios por intervalo de proficiência do Saeb**

Ano	< 200	[200, 225]	[225, 250]	[250, 275]	> 275
2011	29	918	2.328	1.853	442
2013	31	926	2.352	1.892	369
2015	0	332	2.386	2.396	456
2017	15	535	1.974	2.417	629

Elaboração dos autores.

Obs.: Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

Após constatar observacionalmente o potencial comportamento espacial das proficiências de matemática no Saeb em cada ano, procede-se para a Aede. Essa etapa é importante para determinar a significância estatística desses comportamentos e verificar a existência de uma distribuição espacial que possa indicar a formação de *clusters*. Essa análise nos permitirá entender melhor como as notas estão distribuídas

geograficamente e se há padrões locais ou regionais significativos que devam ser considerados em análises mais profundas.

#### 4.2 Análise espacial

A etapa inicial desta análise envolve a escolha adequada de uma matriz de pesos espaciais, para verificar a dependência espacial. Foram testadas várias configurações de matrizes, incluindo as do tipo rainha, torre, distância inversa e  $k$  vizinhos, para identificar a mais apropriada para este contexto. A tabela 2 apresenta um resumo dessas estatísticas, facilitando a compreensão das diferenças entre as matrizes e sua aplicabilidade.

TABELA 2  
Índice de Moran global univariado para a proficiência em matemática no Saeb

	2011	2013	2015	2017
Rainha	0,672	0,652	0,632	0,624
Torre	0,673	0,653	0,632	0,625
Distância inversa	0,518	0,494	0,453	0,453
k vizinhos (k = 1)	0,698	0,692	0,656	0,651
k vizinhos (k = 2)	0,696	0,686	0,656	0,652
k vizinhos (k = 3)	0,685	0,671	0,644	0,644
k vizinhos (k = 4)	0,682	0,665	0,641	0,637
k vizinhos (k = 5)	0,681	0,660	0,638	0,634
k vizinhos (k = 6)	0,677	0,657	0,634	0,631
k vizinhos (k = 7)	0,674	0,655	0,633	0,624
k vizinhos (k = 8)	0,671	0,653	0,630	0,621
k vizinhos (k = 9)	0,668	0,652	0,628	0,620
k vizinhos (k = 10)	0,664	0,648	0,625	0,618
k vizinhos (k = 15)	0,652	0,638	0,612	0,607
k vizinhos (k = 20)	0,643	0,628	0,602	0,596
k vizinhos (k = 23)	0,639	0,623	0,598	0,591

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. O nível de significância das estatísticas calculadas é determinado por:  $-\left(\frac{1}{1-n}\right) \approx 0,0002$ , em que  $n$  representa o número de municípios analisados.

2. Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

Observa-se que as estatísticas do índice de Moran global univariado para as diferentes matrizes de pesos espaciais mostraram-se estatisticamente significativas a 1%, com valores bastante próximos entre si. Assim, a contiguidade do tipo rainha foi selecionada para a avaliação da distribuição espacial deste estudo, uma vez que esse tipo de matriz considera todas as conexões possíveis

entre os territórios. Em seguida, será apresentada a distribuição do índice de Moran local univariado para os anos de 2011, 2013, 2015 e 2017, relativos às notas médias de matemática do Saeb, utilizando a matriz de pesos escolhida. Essa análise permite uma visão detalhada das variações locais na proficiência ao longo do período estudado.

Na figura 2, as cores mais vibrantes indicam a presença de *clusters* estatisticamente significativos, enquanto a cor cinza denota a ausência de agrupamentos. Especificamente, a cor vermelha identifica *clusters* AA, representando áreas de alta proficiência em matemática; o azul-escuro indica conglomerados BB, onde a nota é baixa. As cores lilás e rosa são usadas para representar, respectivamente, os *clusters* BA e AB, refletindo áreas onde a proficiência varia significativamente entre regiões adjacentes. Durante o período analisado, observou-se que entre 43% e 47% dos municípios na amostra formaram *clusters* significativos. A tabela 3 detalha o número de cidades em cada tipo de agrupamento por ano, oferecendo uma visão quantitativa da distribuição espacial desses padrões.

TABELA 3

**Quantidade de municípios por *clusters* do índice de Moran local univariado**

Ano	AA	BB	BA	AB	Não significativo
2011	1.132	1.252	66	54	3.064
2013	1.176	1.290	75	71	2.956
2015	1.080	1.309	93	56	3.030
2017	1.039	1.199	100	61	3.169

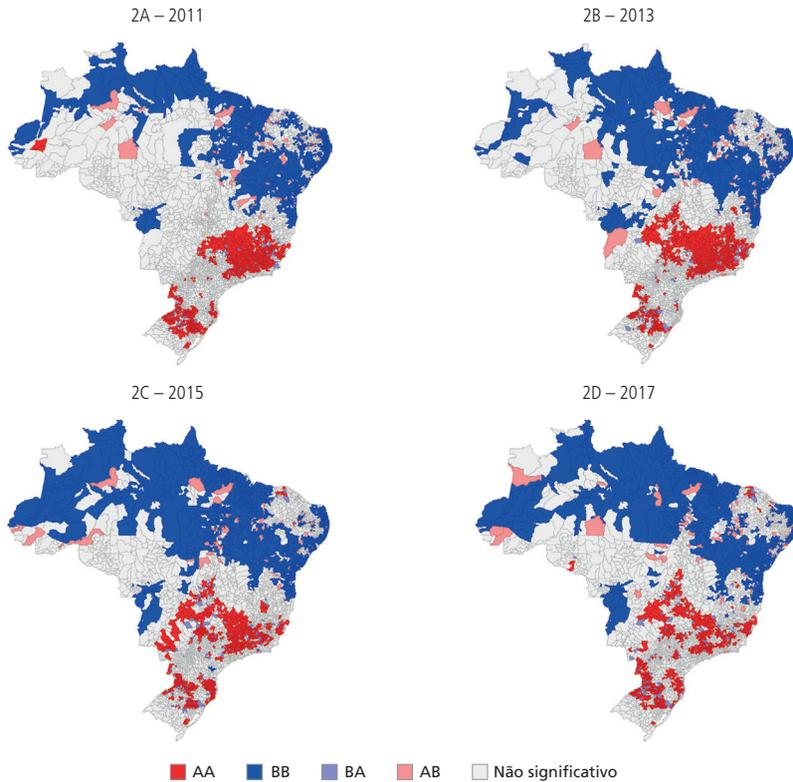
Elaboração dos autores.

Obs.: 1. O nível de significância das estatísticas calculadas é determinado por:  $-\left(\frac{1}{1-n}\right) \approx 0,0002$ , em que  $n$  representa o número de municípios analisados.

2. Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

Ao longo dos quatro anos analisados, a região Norte exibiu predominantemente *clusters* do tipo BB, com uma concentração notável nas divisas nacionais e nas fronteiras com o Nordeste. Inicialmente, em 2011, os aglomerados BB foram localizados próximos a cidades com desempenho mais alto, mas, com o passar dos anos, houve um espraiamento, abrangendo quase toda a região em 2017. Isso indica uma persistência de desafios educacionais que não foram superados ao longo desse período.

FIGURA 2  
Índice de Moran local univariado para a proficiência em matemática no Saeb



Fonte: Saeb. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/saeb>. Acesso em: 19 maio 2025.

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. O nível de significância das estatísticas calculadas é determinado por:  $-\left(\frac{1}{1-n}\right) \approx 0,0002$ , em que  $n$  representa o número de municípios analisados.

2. Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

3. A ilustração não pôde ser padronizada nem revisada em virtude das condições técnicas dos originais (nota do Editorial).

No Nordeste, os *clusters* BB predominaram, principalmente nas áreas de fronteira e ao longo da costa. No entanto, a partir de 2015, um desenvolvimento notável foi o surgimento de um *cluster* AA próximo a Sobral, no Ceará, sugerindo uma melhoria significativa na qualidade da educação nessa localidade específica. Interessantemente, durante esse mesmo período, o Ceará começou a mostrar uma mudança de *cluster* BB para AA, indicando um progresso em termos educacionais.

Na Região Centro-Oeste, as aglomerações BB iniciaram na fronteira com a Bolívia em 2011 e continuaram até 2017. A partir de 2013, observou-se um transbordamento de notas mais altas em direção ao Sudeste. Esse *spillover* sugere um aumento na qualidade da educação nas áreas próximas a centros econômicos mais dinâmicos, evidenciando um potencial efeito positivo das políticas e dos investimentos em educação na região.

Na região Sudeste, entre 2011 e 2013, houve um robusto *cluster* AA que foi observado no centro da região, demonstrando alta proficiência em matemática. No entanto, essa aglomeração começou a diminuir e a se dispersar após 2015, sugerindo uma possível mudança nas condições educacionais ou nos padrões de migração educacional. *Clusters* BB também foram notados ao longo da fronteira com o Nordeste, indicando disparidades educacionais persistentes entre as regiões.

Na região Sul, predominantemente, os *clusters* AA foram observados, concentrando-se na fronteira com o Paraguai e a Argentina, nas áreas metropolitanas e costeiras. Essa persistente alta *performance* pode ser atribuída à dinâmica econômica da região, que facilita o acesso a recursos educacionais de qualidade e influencia as aspirações educacionais das famílias, refletindo também na menor disparidade econômica da região.

De modo geral, as regiões com maior dinâmica econômica, como Sul e Sudeste, mostraram uma prevalência de *clusters* AA, indicando uma correlação entre o desenvolvimento econômico e o desempenho educacional. Em contraste, as regiões Norte, Nordeste e partes do Centro-Oeste exibiram predominantemente aglomerados BB, o que pode ser reflexo dos menores investimentos em educação e da concentração de políticas educacionais em grandes centros urbanos. Essa correlação entre variáveis econômicas e educacionais sublinha a necessidade de políticas mais inclusivas e distribuídas geograficamente, para enfrentar as disparidades regionais em educação.

### 4.3 Análise econométrica

A análise detalhada identificou a presença de características espaciais significativas no comportamento dos dados do Saeb, utilizando os índices de Moran globais e locais univariados. Essa abordagem confirmou a existência de dependência espacial, motivando uma abordagem mais aprofundada por meio de testes de especificação e a subsequente estimação de um modelo de dados em painel espacial.

Inicialmente, o teste de White foi realizado, para que fosse verificada a presença de heterocedasticidade nos dados do modelo *pooled*. A rejeição da hipótese nula com significância de 1% confirmou a sua presença. Adicionalmente, o teste de Wooldridge foi aplicado, para que se identificasse autocorrelação nos dados, resultando em uma rejeição da hipótese nula, indicando autocorrelação nos dados.

O teste de Chow foi empregado, para fossem avaliados os efeitos não observados, e indicou uma preferência significativa pela regressão de FE sobre a regressão *pooled*, com significância de 1%. Já o teste de Breusch-Pagan indicou que o modelo de RE se ajusta melhor que o modelo *pooled*. Diante desses resultados, o teste de Hausman foi realizado, para que se escolhesse entre os modelos de RE e FE. A rejeição da hipótese nula, com significância de 1%, indicou que o modelo de FE é mais adequado.

Devido à presença de heterocedasticidade, o teste de Hausman robusto foi conduzido utilizando a técnica de *bootstrap*, confirmando a superioridade do modelo de FE a 1% de significância estatística.

Para complementar, os testes CD de Pesaran (2004; 2015) foram utilizados, para que se verificasse a dependência e a fraca dependência transversal nos modelos de dados em painel. A rejeição das hipóteses nulas desses testes confirmou sua existência entre as unidades de *cross section*, reforçando a presença de autocorrelação espacial na base de dados utilizada. Esses resultados são importantes para que se afirme a influência de fatores espaciais nos desempenhos educacionais. Os resultados dos testes implementados são apresentados na tabela 4.

Essa abordagem rigorosa assegura que o modelo final seja robusto e reflita com precisão as complexidades dos dados educacionais examinados, fornecendo *insights* valiosos para o desenvolvimento de políticas educacionais baseadas em evidências.

Assim, os testes realizados indicam a adequação do modelo de efeitos fixos, evidenciando a presença de heterocedasticidade, de autocorrelação e de correlação contemporânea entre os cortes transversais. Com base nesse entendimento, o próximo passo consiste em definir a matriz de pesos espaciais para a estimação dos modelos com dados em painel espacial.

TABELA 4  
Resumo das estatísticas dos testes realizados

Teste	Estatística
White	2.588,15***
Wooldridge	176,56***
Chow	6,65***
Breusch-Pagan	8.226,33***
Hausman	931,24***
Hausman robusto	1.260,00***
CD de Pesaran (2004)	264,87***
CD de Pesaran (2015)	55,31***

Elaboração dos autores.

Obs.: \*\*\* indicam o  $p$ -valor, denotando significância estatística ao nível de 1%.

Para tal, realizou-se a regressão clássica por mínimos quadrados ordinários para obter os resíduos. Com esses resíduos, procedeu-se à análise para determinar qual matriz de ponderação espacial melhor representa a distribuição dos efeitos não observados. Diversas matrizes de contiguidade foram testadas, incluindo tipos como rainha, torre, distância inversa e  $k$  vizinhos. Embora os resultados fossem próximos e estatisticamente significativos para todas as matrizes avaliadas, a matriz de contiguidade do tipo rainha foi escolhida para modelar a dependência espacial. Os resultados desse processo são detalhados na tabela 5.

**TABELA 5**  
**Índice de Moran global univariado dos resíduos do modelo para a escolha da matriz de contiguidade segundo o critério de Baumont**

	2011	2013	2015	2017
Rainha	0,259	0,297	0,236	0,255
Torre	0,261	0,299	0,238	0,256
Distância inversa	0,108	0,128	0,050	0,065
k vizinhos (k = 1)	0,296	0,342	0,266	0,281
k vizinhos (k = 2)	0,286	0,332	0,265	0,278
k vizinhos (k = 3)	0,275	0,313	0,247	0,272
k vizinhos (k = 4)	0,270	0,302	0,240	0,264
k vizinhos (k = 5)	0,265	0,294	0,234	0,256
k vizinhos (k = 6)	0,260	0,290	0,229	0,254
k vizinhos (k = 7)	0,253	0,285	0,225	0,246
k vizinhos (k = 8)	0,249	0,283	0,222	0,242
k vizinhos (k = 9)	0,246	0,281	0,220	0,240
k vizinhos (k = 10)	0,240	0,277	0,218	0,238
k vizinhos (k = 15)	0,227	0,263	0,201	0,226
k vizinhos (k = 20)	0,215	0,253	0,190	0,213
k vizinhos (k = 23)	0,211	0,248	0,184	0,208

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. O nível de significância das estatísticas calculadas é determinado por:  $-\left(\frac{1}{1-n}\right) \approx 0,0002$ , em que  $n$  representa o número de municípios analisados.

2. Idealizado a partir do *software* GeoDa 1.18.0.10.

Com os critérios para a regressão de dados em painel espacial definidos, procedeu-se à análise dos resultados da estimação. A tabela 6 apresenta os principais resultados das estimativas do modelo de FE clássico e das modelagens de FE nas especificações SAR, SEM e SAC. O critério de AIC foi utilizado, para selecionar o modelo mais adequado, e indicou que o modelo SAC apresentou a menor estatística calculada, sendo, portanto, o modelo escolhido para interpretação neste estudo.

O modelo proposto correlaciona condições dos alunos e de suas famílias, a qualificação dos professores e as características da infraestrutura física escolar à proficiência média nas provas de matemática do Saeb em municípios brasileiros, de 2011 a 2017. Os parâmetros espaciais mostraram-se significativos em todas as estimativas. No modelo SAC, o parâmetro de defasagem espacial da variável dependente ( $\rho$ ) foi de -0,65, enquanto o parâmetro dos fatores não modelados ( $\lambda$ ) foi de 0,84, indicando a presença de transbordamentos espaciais significativos para o desempenho dos alunos das escolas públicas brasileiras.

A estimativa positiva do parâmetro ( $\lambda$ ) indica que fatores não modelados, os quais podem estar melhorando a educação em municípios vizinhos, também têm um efeito positivo sobre a educação no município em análise. Tais efeitos podem

estar relacionados com os determinantes históricos e culturais das regiões, que influenciam a valorização da educação. Por outro lado, o parâmetro espacial da variável dependente ( $\rho$ ) apresentou uma autocorrelação negativa no modelo SAC, sugerindo que, ao ajustar para efeitos como cultura e instituições que valorizam a educação,  $\rho$  pode estar indicando os efeitos de mobilidade do capital humano. Isso implica que municípios com alta qualidade educacional se tornam potencialmente atrativos para recursos humanos de áreas vizinhas.

A análise das variáveis revela que a proporção municipal de alunos do sexo masculino exerce um efeito positivo na proficiência média em matemática no exame Saeb, alinhando-se com estudos anteriores que indicam uma maior probabilidade de conclusão do ensino fundamental por meninos (Araújo, Malbouisson e Souza, 2022; Curi e Menezes-Filho, 2009). Já a proporção de indivíduos autodeclarados brancos também mostrou um efeito positivo no desempenho, evidenciando que, apesar das iniciativas para reduzir desigualdades sociais, os não brancos ainda não alcançaram os mesmos níveis de desempenho que brancos, um fenômeno também observado por Hanushek (2001) em contextos de intervenções diretas.

TABELA 6  
Resumo das estimativas dos modelos econométricos espaciais

	FE	SAR	SEM	SAC
Sexo	6,0591*** (1,4182)	6,0246*** (1,1074)	6,7667*** (1,1026)	6,5994*** (1,0083)
Etnia	6,1503*** (1,3726)	6,1273*** (1,0428)	6,4787*** (1,0678)	6,2633*** (0,9881)
DIS	7,0254*** (1,5451)	2,9099** (1,2289)	1,6293 (1,2843)	0,2788 (1,2040)
Mora.Mãe	2,7162 (2,2681)	2,5198 (1,8108)	2,2244 (1,7945)	2,0283 (1,6347)
Mãe.EM	19,8958*** (2,3243)	20,3802*** (1,8158)	19,4227*** (1,8227)	17,4980*** (1,6751)
Mãe.ES	29,2303*** (3,2066)	27,8853*** (2,5026)	27,2234*** (2,4864)	23,7161*** (2,2718)
Mora.Pai	-5,6225*** (1,5847)	-5,3470*** (1,2318)	-4,6643*** (1,2238)	-3,8324*** (1,1167)
Pai.EM	14,6344*** (2,6877)	15,5429*** (2,1888)	14,6626*** (2,1873)	12,9881*** (2,0016)
Pai.ES	5,0103 (4,4526)	5,6141 (3,4336)	5,8709* (3,3928)	5,6284* (3,0861)
Reunião	9,7827*** (1,2515)	7,3383*** (1,0023)	6,4448*** (1,0147)	4,8842*** (0,9322)
Leitura	2,7981*** (1,2111)	1,2169 (0,9816)	1,3252 (1,0241)	0,8042 (0,9581)
HTD	1,7529*** (0,4978)	0,8639* (0,4815)	2,4679*** (0,6787)	3,4935*** (0,8183)
Trabalha	-10,6456*** (1,0302)	-9,2347*** (0,8399)	-8,4955*** (0,9135)	-6,7705*** (0,8826)
Pré.Escola	8,1617*** (1,2782)	6,9319*** (1,0658)	7,7867*** (1,1204)	6,8125*** (1,0520)

(Continua)

(Continuação)

	FE	SAR	SEM	SAC
Reprovação	-26,2107*** (1,0239)	-22,4528*** (0,8550)	-23,7027*** (0,9254)	-21,2964*** (0,9061)
Faz.Exer	6,4798*** (1,1213)	7,2504*** (0,8384)	8,1330*** (0,8356)	7,8732*** (0,7630)
Corrige.Exer	18,3501*** (1,3368)	16,8150*** (1,0441)	16,0437*** (1,0491)	13,7327*** (0,9648)
Prof.Atualiz	3,0817 (0,9339)	2,6464*** (0,7453)	2,1173*** (0,7413)	1,5084** (0,6757)
Prof.Esp	1,7870*** (0,3877)	1,6317*** (0,3221)	1,3731*** (0,3329)	1,0011*** (0,3098)
Prof.Me	1,9845 (1,6385)	1,2804 (1,4271)	1,3717 (1,4229)	1,0237 (1,3010)
Prof.Dr	5,0823 (6,7233)	5,2255 (5,3149)	3,9829 (5,2782)	3,2707 (4,8026)
Água.Filtra	0,0561 (0,5170)	-0,5473 (0,4130)	-0,2421 (0,4548)	-0,2427 (0,4390)
Água.RP	-0,8820 (0,9820)	-0,8659 (0,8114)	-1,0241 (0,8137)	-0,7487 (0,7451)
Eletricidade	3,3622* (1,7357)	3,4765** (1,6012)	3,6064 (1,6946)	2,8179* (1,5965)
Esgoto.RP	0,4421 (1,1333)	-0,2137 (0,9485)	-0,3460 (0,9409)	-0,3665 (0,8560)
C.Lixo	0,5670 (1,1749)	0,4929 (0,9444)	0,3004 (0,9593)	0,0582 (0,8838)
Lab.Info	1,5621** (0,7232)	0,8022 (0,5857)	0,3298 (0,5976)	-0,1413 (0,5526)
Lab.Ciências	0,7737 (1,7385)	1,1479 (1,2667)	1,0155 (1,2660)	0,9659 (1,1574)
Quadra	0,1179 (0,9942)	0,3811 (0,7727)	0,3310 (0,7813)	0,3198 (0,7185)
Biblioteca	-5,3269*** (0,7977)	-3,8277*** (0,6264)	-3,2214*** (0,6391)	-5,3269*** (0,5906)
Internet	-0,5388 (0,4409)	-0,2616*** (0,3637)	-0,1658 (0,3794)	0,1339 (0,3542)
Ativ.Compl	2,6928*** (0,5037)	1,8452*** (0,4362)	1,3034*** (0,4481)	0,6318 (0,4155)
Tendência	1,8994*** (0,1215)	0,9203*** (0,1030)	1,9006*** (0,1231)	2,4238*** (0,1495)
Constante	204,4773*** (3,1757)	-	-	-
$\rho$	-	0,4345*** (0,0110)	-	-0,6454*** (0,0281)
$\lambda$	-	-	0,4768*** (0,0110)	0,8409*** (0,0121)
$\sigma_e$	8,2747	7,8300 (0,0431)	7,8050 (0,0432)	7,2588 (0,0488)
Pseudo-R <sup>2</sup>	0,3093	0,2137	0,3367	0,1328
Estatística AIC	151004,9	116678,2	116663,2	116394,7

Elaboração dos autores.

Obs.: 1. Significância: \*\*\* 1%; \*\* 5%; e \* 10%.

2. Os desvios-padrão robustos são apresentados entre parênteses.

A distorção idade-série teve um efeito positivo e significativo nos modelos de EF clássico e SAR, sugerindo que algumas políticas municipais podem desencorajar a reprovação, mesmo em casos de baixo desempenho estudantil, o que pode comprometer os resultados nos testes de proficiência. Entretanto, nos modelos SEM e SAC, esses efeitos não foram estatisticamente significativos, indicando que, ao controlar por efeitos espaciais não modelados, essas práticas educacionais locais podem não apresentar impacto relevante.

O arranjo familiar mostra influência significativa no desempenho educacional: morar com a mãe e o nível de escolaridade dela estão positivamente associados com melhores resultados nos testes. Por outro lado, a variável que indica morar com o pai apresentou um efeito negativo, possivelmente devido à maneira como a variável foi construída, uma vez que a literatura frequentemente considera a coabitação com ambos os pais. Além disso, a educação dos pais, tanto no nível médio quanto superior, está correlacionada com um aumento no desempenho dos alunos, reforçando a importância do ambiente educacional doméstico. A participação dos responsáveis nas reuniões escolares também elevou as notas médias do Saeb, destacando a importância do envolvimento parental na educação (Cadaval e Monteiro, 2011; Curi e Menezes-Filho, 2009).

É essencial destacar que a formação educacional dos pais (tanto do pai quanto da mãe) desempenha um papel fundamental além do simples desempenho médio dos alunos. Segundo Hanushek (2001), nos Estados Unidos, a educação dos pais tem um efeito ainda mais significativo sobre o desempenho acadêmico dos alunos negros, sugerindo que benefícios educacionais se amplificam em contextos de desigualdade racial. No Brasil, estudos de Barros *et al.* (2001) e Biondi e Felício (2007) corroboram essa visão, indicando que uma formação educacional mais sólida dos pais está fortemente associada a melhores resultados educacionais de seus filhos, evidenciando uma transmissão intergeracional de capital humano.

Quanto às atividades domésticas, observou-se que a parcela de estudantes que auxiliam nas tarefas de casa tende a apresentar melhores desempenhos acadêmicos, sugerindo que responsabilidades moderadas podem promover habilidades organizacionais e disciplinares. Por outro lado, trabalhar fora de casa mostrou-se prejudicial ao desempenho escolar, refletindo os desafios de conciliar estudos e trabalho na infância e na adolescência. A experiência na pré-escola demonstrou um efeito positivo no desempenho acadêmico, reforçando a importância do ensino precoce. Contudo, a reprovação escolar, conforme o esperado, teve um efeito negativo significativo, destacando a complexidade das políticas de retenção escolar e a necessidade de avaliar suas implicações de longo prazo na trajetória educacional.

Conforme evidenciado por Hanushek e Kimko (2000) e Klein (2006), iniciar a educação formal na pré-escola está associado a um efeito positivo e duradouro

no desempenho acadêmico dos alunos, influenciando positivamente não apenas os resultados escolares, mas também outros aspectos do desenvolvimento pessoal e social ao longo da vida. Em contraste, a reprovação escolar mostra-se prejudicial, com efeitos negativos significativos que se estendem além do ano letivo em que ocorre. Pesquisas realizadas por Scriptore, Azzoni e Menezes Filho (2018), Ortigão e Aguiar (2013) e Oliveira e Soares (2012) apontam para a controvérsia em torno das políticas de retenção. Esses estudos sugerem que, em vez de repetir o ano, estratégias que integrem alunos de diferentes habilidades podem acarretar maior aquisição de conhecimento para aqueles com desempenho inferior, indicando a necessidade de abordagens mais integrativas e menos segregacionistas no ambiente escolar.

Os efeitos relacionados à capacitação dos docentes e à infraestrutura escolar mostraram-se menos marcantes no desempenho dos estudantes em matemática no exame do Saeb. Observou-se que uma maior parcela de professores com atualizações e especializações teve um efeito positivo, ainda que moderado, no desempenho dos alunos, sugerindo que programas de desenvolvimento profissional podem contribuir positivamente para a educação. No entanto, as qualificações mais elevadas, como mestrado e doutorado, não apresentaram significância estatística, o que pode ser atribuído ao baixo número de professores com esses graus na educação básica, pois menos de 2% da população desses docentes detêm tais formações.

Quanto à infraestrutura escolar, a disponibilidade de energia elétrica foi o único fator infraestrutural com efeito positivo e significativo no desempenho, enquanto o acesso a bibliotecas teve um efeito negativo, que pode ser explicado pela crescente digitalização e pela possível subutilização desses espaços físicos, além de acervos desatualizados e/ou pouco atrativos para os estudantes. Esse achado se aproxima do encontrado por Cadaval e Monteiro (2011) e destaca a necessidade de revisitar o papel das bibliotecas escolares na era digital, embora estudos anteriores também tenham mostrado que as bibliotecas contribuem não apenas para a melhoria do desempenho em leitura, mas também para o desenvolvimento do raciocínio lógico essencial em matemática (Barros *et al.*, 2001; Bezerra e Kassouf, 2006; Biondi e Felício, 2007).

Esses resultados destacam a complexidade das variáveis que influenciam o desempenho educacional e apontam para a necessidade de políticas mais efetivas, que abordem tanto a capacitação dos professores quanto a melhora nas condições físicas das escolas. Hanushek (2006) argumenta que os efeitos da infraestrutura física escolar sobre os resultados educacionais são complexos e variam conforme as idiosincrasias dos estudantes. Além disso, sugere que esses efeitos podem se manifestar lentamente, devido ao tempo necessário para que estudantes e professores se adaptem e incorporem as novas características do ambiente às práticas escolares.

Além das características discutidas, foram analisadas as variáveis relacionadas ao envolvimento dos alunos e dos professores com as tarefas escolares. Os resultados indicam que a proporção de estudantes que realiza as tarefas de matemática para casa com frequência (Faz.Exer) está positivamente e significativamente associada a um aumento médio de 7,87 pontos na proficiência média de matemática no Saeb para o nono ano do ensino fundamental. Ainda mais significativo é o efeito observado, quando os professores corrigem esses exercícios (Corrige.Exer), o que leva a um aumento de 13,74 pontos. Esses achados destacam o papel fundamental dos professores na melhoria da qualidade educacional e enfatizam a necessidade de envolvê-los de forma mais ativa e comprometida no processo educativo. Dada a grande influência dessas variáveis, essas são candidatas ideais para intervenções por meio de políticas públicas direcionadas ao sistema educacional como um todo. De acordo com Klein (2006), é essencial desenvolver e promover práticas que motivem os professores a atribuir e revisar as tarefas de casa sistematicamente.

Os resultados deste estudo evidenciam que, em média, os fatores relacionados ao contexto familiar dos alunos exercem uma influência mais robusta sobre o desempenho nas avaliações de matemática do Saeb, enquanto as variáveis relacionadas à infraestrutura escolar e à formação dos docentes apresentaram relevância limitada. Essa constatação está alinhada com a literatura, que destaca decisivamente a importância do ambiente familiar na educação dos alunos. Em relação à infraestrutura escolar e à qualificação dos professores, os efeitos modestos observados podem ser parcialmente atribuídos às complexidades inerentes à consolidação de dados em nível municipal, que podem diluir ou obscurecer as potenciais contribuições desses fatores com o desempenho estudantil.

Diante do exposto, este estudo aprofundou-se na compreensão dos efeitos de transbordamento espacial e de suas implicações na proficiência em matemática nas escolas públicas brasileiras. O fenômeno de *spillover* é especialmente relevante no contexto educacional do Brasil, devido à mobilidade de estudantes e de professores, assim como pela influência de políticas educacionais e de práticas de ensino que transcendem as fronteiras administrativas. Considerando que o sistema de educação no Brasil é municipalizado ou de responsabilidade estadual, isso possibilita ações conjuntas e consórcios que podem promover melhorias na qualidade da educação em uma escala local e regional. Nesse contexto, a análise empregando modelos de dados em painel espacial demonstrou que esses transbordamentos são significativos e variam em intensidade em diversas regiões do país.

Adicionalmente, a modelagem espacial sugere que melhorias na qualidade da educação em um município podem elevar o desempenho dos estudantes locais, mas também gerar benefícios nos resultados educacionais das cidades vizinhas. Isso faz supor que políticas bem elaboradas podem ter um alcance mais extenso

do que o inicialmente previsto, justificando, assim, investimentos coordenados entre diferentes entidades e o desenvolvimento de estratégias educacionais integradas. Além disso, enfatiza-se a importância de considerar as dinâmicas espaciais na formulação e na avaliação do desempenho dos estudantes.

## 5 CONCLUSÃO

Este estudo analisou os determinantes da proficiência em matemática dos alunos do nono ano do ensino fundamental em escolas públicas brasileiras, utilizando dados do Saeb e do Censo Escolar entre 2011 e 2017. Os resultados reforçam a literatura existente, ao demonstrar que as condições familiares, especialmente a escolaridade da mãe, exercem uma influência significativa sobre o desempenho dos alunos. Além disso, a frequência com que os alunos realizam e têm suas tarefas corrigidas teve um efeito positivo e significativo na média municipal, destacando o papel vital dos professores e do seu envolvimento ativo no processo de aprendizado.

A análise também evidenciou uma dependência espacial, sugerindo que a qualidade da educação em um município não apenas afeta o desempenho dos estudantes locais, mas também tem o potencial de influenciar os resultados educacionais em municípios vizinhos. Isso sublinha a importância de considerar os efeitos espaciais na formulação de políticas educacionais, visto que a proximidade geográfica e as interações econômicas e culturais entre os municípios podem facilitar ou impedir o progresso educacional médio dos estudantes.

Dessa forma, este estudo destacou a necessidade de abordagens políticas que transcendam divisões territoriais e considerem a dinâmica intermunicipal no planejamento educacional. Sugere-se que pesquisas futuras explorem não apenas os efeitos espaciais, mas também os transbordamentos temporais da atividade educacional, avaliando como as práticas de gestão municipal influenciam a qualidade da educação ao longo do tempo. Essas considerações são importantes para o desenvolvimento de estratégias eficazes, que melhorem a qualidade da educação pública brasileira e reduzam as disparidades educacionais entre regiões.

## REFERÊNCIAS

- ALBERNAZ, Â.; FERREIRA, F. H. G.; FRANCO, C. Qualidade e equidade no ensino fundamental brasileiro. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 32, n. 3, p. 453-476, dez. 2002.
- ALMEIDA, E. **Econometria espacial aplicada**. Campinas: Alínea, 2012.
- AMÂNCIO-VIEIRA, S. F. *et al.* A relação entre custo direto e desempenho escolar: uma análise multivariada nas escolas de ensino fundamental de Londrina-PR. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 31, n. 1, p. 169-194, jan.-mar. 2015.

ARAÚJO, S. M. de; MALBOUISSON, C.; SOUZA, W. P. S. de F. Desigualdade de oportunidades educacionais: influência das circunstâncias da infância no desempenho escolar no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 52, n. 3, p. 161-207, dez. 2022.

BARROS, R. P. de *et al.* Determinantes do desempenho educacional no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, Rio de Janeiro, v. 31, n. 1, p. 1-42, abr. 2001.

BAUMONT, C. **Spatial effects in housing price models**: do housing prices capitalize urban development policies in the agglomeration of Dijon (1999)? Dijon: LEG/Universidade de Borgonha, maio 2004. (Document de Travail, n. 2004-04).

BEHRMAN, J. R.; ROSENZWEIG, M. R. Does increasing women's schooling raise the schooling of the next generation? **American Economic Review**, v. 92, n. 1, p. 323-334, mar. 2002.

BELMONTE, A. *et al.* School infrastructure spending and educational outcomes: evidence from the 2012 earthquake in Northern Italy. **Economics of Education Review**, v. 75, p. 1-34, nov. 2019.

BEZERRA, M. G.; KASSOUF, A. L. Análise dos fatores que afetam o desempenho escolar nas escolas das áreas urbanas e rurais do Brasil. *In*: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 44., 2006, Fortaleza, Ceará. **Anais...** Fortaleza: Sober, jul. 2006.

BIONDI, R. L.; FELÍCIO, F. de. **Atributos escolares e o desempenho dos estudantes**: uma análise em painel dos dados do Saeb. Brasília: Inep/MEC, 2007. (Texto para Discussão, n. 28).

BOZDOGAN, H. Model selection and Akaike's Information Criterion (AIC): the general theory and its analytical extensions. **Psychometrika**, v. 52, n. 3, p. 345-370, set. 1987.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: Inep/MEC, 2020a. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/saeb>. Acesso em: 19 maio 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo Escolar**. Brasília: Inep/MEC, 2020b. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/microdados/censo-escolar>. Acesso em: 19 maio 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica**. Brasília: Inep/MEC, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 19 maio 2025.

CADAVAL, A. F.; MONTEIRO, S. M. M. Determinantes da qualidade da educação fundamental no Brasil: uma análise com dados do Saeb. *In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA*, 39., 2011, Foz do Iguaçu, Paraná. **Anais...** Foz do Iguaçu: Anpec, 2011.

CASTRO, J. A. de; SADECK, F. **Financiamento do gasto em educação das três esferas de governo em 2000**. Brasília: Ipea, jun. 2003. (Texto para Discussão, n. 955).

CHEVALIER, A. *et al.* The impact of parental income and education on the schooling of their children. **IZA Journal of Labor Economics**, v. 2, n. 8, p. 1-22, 2013.

CLIFFE, A. D.; ORD, J. K. **Spatial processes: models and applications**. Londres: Pion, 1981. 266 p.

COENEN, J. *et al.* Teacher characteristics and their effects on student test scores: a systematic review. **Journal of Economic Surveys**, v. 32, n. 3, p. 848-877, 2018.

CURI, A. Z.; MENEZES-FILHO, N. A. A relação entre educação pré-primária, salários, escolaridade e proficiência escolar no Brasil. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 39, n. 4, p. 811-850, out.-dez. 2009.

ELHORST, J. P. **Spatial econometrics: from cross-sectional data to spatial panels**. Heidelberg: Springer, 2014.

FELÍCIO, F. de; FERNANDES, R. O efeito da qualidade da escola sobre o desempenho escolar: uma avaliação do ensino fundamental no estado de São Paulo. *In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA*, 33., 2005, Salvador, Bahia. **Anais...** Salvador: Anpec, 2005.

FERRÃO, M. E. *et al.* O Saeb – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica: objetivos, características e contribuições na investigação da escola eficaz. **Revista Brasileira de Estudos de População**, v. 18, n. 1/2, p. 111-130, jan.-dez. 2001.

FRANCO, A. M. P.; MENEZES FILHO, N. A. Uma análise de *rankings* de escolas brasileiras com dados do Saeb. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 42, n. 2, p. 263-283, abr.-jun. 2012.

FRANCO, A. M. de P.; MENEZES FILHO, N. A. Os determinantes do aprendizado com dados de um painel de escolas do Saeb. **Economia Aplicada**, v. 21, n. 3, p. 525-548, 2017.

FRANCO, C. *et al.* Qualidade e equidade em educação: reconsiderando o significado de “fatores intraescolares”. **Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 55, p. 277-298, abr.-jun. 2007.

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 7. ed. Harlow: Pearson Education, 2012.

HANUSHEK, E. A. Black-white achievement differences and governmental interventions. **American Economic Review**, v. 91, n. 2, p. 24-28, maio 2001.

HANUSHEK, E. A. School resources. *In*: HANUSHEK, E. A.; WELCH, F. (Ed.). **Handbook of the economics of education**. Amsterdã: Elsevier, 2006. v. 2, p. 865-908.

HANUSHEK, E. A.; KIMKO, D. D. Schooling, labor-force quality, and the growth of nations. **American Economic Review**, v. 90, n. 5, p. 1184-1208, dez. 2000.

HANUSHEK, E. A.; RIVKIN, S. G. Teacher quality. *In*: HANUSHEK, E. A.; WELCH, F. (Ed.). **Handbook of the economics of education**. Amsterdã: Elsevier, 2006. v. 2, p. 1051-1078.

HONG, K.; ZIMMER, R. Does investing in school capital infrastructure improve student achievement? **Economics of Education Review**, v. 53, p. 143-158, 2016.

KLEIN, R. Como está a educação no Brasil? O que fazer? **Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 51, p. 139-172, abr.-jun. 2006.

LEE, L. F. Asymptotic distributions of quasi-maximum likelihood estimators for spatial autoregressive models. **Econometrica**, v. 72, p. 1899-1925, 2004.

LEFEBVRE, P.; MERRIGAN, P. **Family background, family income, maternal work and child development**. Montreal: Crefe/UQAM, ago. 1998. (Working Paper, n. 78).

MEDEIROS, M.; OLIVEIRA, L. F. B. de. Desigualdades regionais em educação: potencial de convergência. **Revista Sociedade e Estado**, v. 29, n. 2, p. 561-585, maio-ago. 2014.

OECD – ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **Programme for International Student Assessment**. Paris: OECD, 2020.

OLIVEIRA, L. F. B. de; SOARES, S. S. D. **Determinantes da repetência escolar no Brasil: uma análise de painel dos censos escolares entre 2007 e 2010**. Brasília: Ipea, fev. 2012. (Texto para Discussão, n. 1706).

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. S. Repetência escolar nos anos iniciais do ensino fundamental: evidências a partir dos dados da Prova Brasil 2009. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 364-389, maio-ago. 2013.

PESARAN, M. H. **General diagnostic tests for cross-section dependence in panels**. Munique: CESifo, jul. 2004. (Working Paper, n. 1229).

PESARAN, M. H. Testing weak cross-sectional dependence in large panels. **Econometric Reviews**, v. 34, n. 6-10, p. 1089-1117, 2015.

SAMPSON, R. J.; RAUDENBUSH, S. W.; EARLS, F. Neighborhoods and violent crime: a multilevel study of collective efficacy. **Science**, v. 277, p. 918-924, 1997.

SCRIPTORE, J. S.; AZZONI, C. R.; MENEZES FILHO, N. A. Os impactos do saneamento básico sobre a educação: usando a privatização como variável instrumental. *In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA*, 46., 2018, Niterói, Rio de Janeiro. **Anais...** Niterói: Anpec, 2018.

SILVA, C. D. da. **Fatores econômicos e sociais**: impacto no resultado do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) de municípios do estado de São Paulo de 2005 a 2015. Dissertação (Mestrado) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2017.

SOARES NETO, J. J. *et al.* Uma escala para medir a infraestrutura escolar. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 24, n. 54, p. 78-99, jan.-abr. 2013.

STAKHOVYCH, S.; BIJMOLT, T. H. A. Specification of spatial models: a simulation study on weights matrices. **Papers in Regional Science**, v. 88, n. 2, p. 389-408, 2009.

TAVARES, P.; CAMELO, R.; PACIÊNCIA, L. Uma análise do papel das escolas e das redes de ensino sobre as desigualdades de oportunidades educacionais. **Economia Aplicada**, v. 22, n. 2, p. 47-80, 2018.

TOBLER, W. R. A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. **Economic Geography**, v. 46, p. 234-240, jun. 1970.

## APÊNDICE A

TABELA A.1  
Estatística descritiva

	2011					2013					2015					2017				
	Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.	
Matemática	245,55	20,56	180,47	343,86		244,93	19,83	186,59	320,72		250,65	17,28	201,2	322,9		251,62	19,83	183,68	329,05	
Sexo	0,4881	0,0475	0,1875	0,8		0,4712	0,0681	0,0588	0,8148		0,4791	0,0658	0,1923	0,875		0,4851	0,0642	0,2308	0,9333	
Etnia	0,3435	0,1805	0,0333	1		0,3339	0,196	0	1		0,3079	0,1797	0	1		0,3243	0,1975	0	1	
DIS	0,2296	0,1189	0	0,75		0,2205	0,1255	0	1		0,216	0,1157	0	0,8667		0,2155	0,1175	0	0,7222	
Mora.Mãe	0,901	0,0379	0,7	1		0,8822	0,0508	0,5	1		0,8779	0,0491	0,619	1		0,8752	0,0489	0,5294	1	
Mãe.EM	0,1066	0,0445	0	0,5		0,1465	0,0611	0	0,4737		0,1581	0,0628	0	0,5		0,1649	0,0636	0	0,5185	
Mãe.ES	0,0697	0,032	0	0,2571		0,069	0,0375	0	0,3333		0,0738	0,0393	0	0,4545		0,0814	0,043	0	0,4	
Mora.Pai	0,7152	0,0712	0,375	1		0,6694	0,0867	0,2632	1		0,6525	0,0879	0,2973	1		0,6466	0,0865	0,25	1	
Pai.EM	0,0748	0,0397	0	0,3182		0,1058	0,0556	0	0,3226		0,1102	0,0548	0	0,375		0,1155	0,0563	0	0,5517	
Pai.ES	0,0439	0,0233	0	0,1905		0,0374	0,0255	0	0,2188		0,0403	0,0269	0	0,3014		0,0432	0,0289	0	0,25	
Reunião	0,4809	0,104	0,0757	0,9565		0,452	0,1088	0,0374	0,875		0,4407	0,1128	0,04	0,8636		0,4491	0,1155	0,0526	0,9286	
Leitura	0,5639	0,0829	0,0857	1		0,4483	0,0866	0,0444	0,8636		0,4259	0,0827	0,0882	0,7857		0,3896	0,0882	0,0667	0,8125	
HTD	0,9101	0,0382	0,6	1		0,8204	0,0656	0,4762	1		0,7354	0,2374	0	1		0,8481	0,066	0,5	1	
Trabalha	0,3427	0,0963	0	0,8947		0,1996	0,0871	0	0,6563		0,181	0,0823	0	0,65		0,1654	0,0773	0	0,6875	
Pré-Escola	0,8194	0,0792	0,2276	1		0,8011	0,1157	0,0667	1		0,807	0,1144	0,0526	1		0,831	0,1033	0,2	1	
Reprovação	0,2294	0,0859	0	0,7895		0,3435	0,1301	0	0,9149		0,3178	0,1373	0	0,8636		0,2929	0,1323	0	0,95	
Faz.Exer	0,6046	0,1036	0,0667	1		0,5845	0,1068	0,1765	1		0,5806	0,1066	0	1		0,6117	0,1049	0,1667	1	

(Continua)

	2011					2013					2015					2017				
	Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.		Média	DP	Min.	Máx.	
Corrige-Exer	0,8717	0,0823	0,2619	1		0,8509	0,0893	0,2549	1		0,873	0,0789	0,2222	1		0,8758	0,0754	0,3659	1	
Prof.Atualiz	0,0612	0,1047	0	1		0,0445	0,0871	0	1		0,051	0,0973	0	1		0,0317	0,0595	0	0,7059	
Prof.Esp	0,5163	0,2681	0	1		0,5455	0,265	0	1		0,5995	0,2582	0	1		0,4656	0,2121	0	1	
Prof.Me	0,008	0,0421	0	1		0,0105	0,0399	0	1		0,0158	0,0535	0	1		0,0214	0,0521	0	0,8	
Prof.Dr	0,0024	0,0185	0	0,5		0,0006	0,0072	0	0,2727		0,0006	0,0094	0	0,5		0,0008	0,0072	0	0,1818	
Água.Filtra	0,6286	0,2729	0	1		0,631	0,251	0	1		0,8347	0,2774	0	1		0,8294	0,2776	0	1	
Água.RP	0,669	0,2911	0	1		0,6873	0,2848	0	1		0,7061	0,2778	0	1		0,7261	0,2735	0	1	
Eletricidade	0,9509	0,1344	0,0408	1		0,965	0,1164	0,0408	1		0,972	0,1076	0,03	1		0,9762	0,0994	0,04	1	
Esgoto	0,3375	0,3629	0	1		0,3497	0,3667	0	1		0,3636	0,3693	0	1		0,3762	0,3719	0	1	
C.Lixo	0,6941	0,3111	0	1		0,7236	0,2989	0	1		0,752	0,2842	0	1		0,7774	0,2715	0	1	
Lab.Info	0,3368	0,2265	0	1		0,3561	0,2235	0	1		0,4844	0,2405	0	1		0,4369	0,2323	0	1	
Lab.Ciências	0,0681	0,0999	0	1		0,0671	0,0968	0	1		0,0912	0,1183	0	1		0,0883	0,1158	0	1	
Quadra	0,2229	0,2186	0	1		0,241	0,2149	0	1		0,3383	0,2414	0	1		0,3483	0,2365	0	1	
Biblioteca	0,25	0,22	0	1		0,2508	0,2186	0	1		0,3663	0,2752	0	1		0,3641	0,2723	0	1	
Internet	0,7074	0,257	0	1		0,7263	0,258	0	1		0,6658	0,3025	0	1		0,704	0,2889	0	1	
Ativ.Compl	0,1727	0,2088	0	1		0,2569	0,2215	0	1		0,2162	0,1807	0	1		0,1907	0,1737	0	1	

Elaboração dos autores.

Obs.: DP – desvio-padrão; Min. – valores mínimos; e Máx. – valor máximo.

Originals submetidos em: nov. 2021.  
 Última versão recebida em: ago. 2024.  
 Aprovada em: ago. 2024.

