Agregação monetária com o índice de Divisia: aplicação ao caso brasileiro*

José W. Rossi**

Primeiramente apresenta-se um breve resumo da metodologia do uso do índice de Divisia na agregação de ativos monetários. Os agregados monetários M2, M3 e M4 são então calculados com essa metodologia usando dados mensais no período jan. 1980/dez. 1992. Compara-se o desempenho desses agregados com o dos correspondentes agregados obtidos pela soma simples de ativos, concluindo-se serem eles superiores, de acordo com os critérios: a) relação mais próxima com a taxa de inflação; b) multiplicadores monetários mais estáveis; e c) velocidade de circulação com resposta mais adequada a mudanças na taxa de juros.

1 - Introdução

De acordo com a teoria da agregação, um índice de quantidade deveria medir o efeito renda de uma variação de preços relativos, mas não o seu efeito substituição puro (isto é, aquele que mantém o indivíduo ao longo da mesma curva de indiferença). O efeito substituição deve, na verdade, ser "internalizado" pelo índice. Um agregado econômico formado pela soma simples de seus componentes não consegue separar os efeitos renda e substituição, a menos que tais componentes sejam substitutos perfeitos. Isso é um problema particularmente sério em áreas como a monetária, por exemplo, onde não só os preços relativos dos ativos financeiros têm mudado muito, como tem aumentado o número de ativos que, apesar de possuírem elevada elasticidade de substituição entre si, são menos que substitutos perfeitos. De fato, é crescente a insatisfação com o uso dos agregados monetários tradicionais, obtidos pela soma simples de ativos. Conseqüentemente, alguns esquemas de ponderação desses ativos têm sido propostos na literatura, embora só um deles tenha base teórica firme, mais precisamente aquele que os pondera de acordo com os seus respectivos custos de oportunidade (definidos mais adiante). Para citar apenas mais um desses esquemas alternativos de ponderação, Spindt (1985) propõe que os ativos sejam

* Agradeço os comentários e sugestões de dois pareceristas desta revista. Este estudo teve apoio financeiro do CNPq.

** Da Diretoria de Pesquisa do IPEA e da UFRJ.

ponderados pelas suas respectivas taxas de giro (*turnover*).[1] Ressalte-se aqui que a ponderação por si só não altera a propriedade de substituição perfeita entre os ativos, a menos que essa ponderação seja não-linear, como ocorre, aliás, quando isso se dá pelo custo de oportunidade do ativo.[2]

A questão de como agregar adequadamente os ativos monetários é discutida mais detalhadamente nas próximas páginas. Mais especificamente, a Seção 2 trata da integração entre a teoria econômica da agregação e a teoria estatística dos números índices. A Seção 3 discute o caso específico da agregação monetária, enquanto a Seção 4 aplica a metodologia ao caso brasileiro. As considerações finais estão na Seção 5.

2 - Teoria econômica da agregação *versus* teoria estatística dos números índices

O índice de Divisia, seja ele utilizado como agregador de preços ou de quantidades, tem a importante propriedade teórica de poder ser derivado a partir de princípios microeconômicos, impondo-se poucas restrições. Mais precisamente, suponha-se que se queira agregar as quantidades de um grupo de n bens, cujos vetores dos preços e das quantidades sejam, respectivamente, $p = (p_1, p_2, ..., p_n)$ e $q = (q_1, q_2, ..., q_n)$. Na teoria econômica da agregação, impõe-se primeiramente que o índice agregador seja uma função de utilidade $g(q)$ a ser maximizada após o atendimento da seguinte restrição orçamentária:[3]

$$\sum_{i=1}^{n} p_i q_i = g(q) \cdot f(p) = E \tag{1}$$

onde $f(p)$ é a função agregadora dos preços e E o dispêndio total ou orçamento do consumidor.[4] Assim, seja a função de Lagrange:

1 Segundo Barnett (1990), o uso do *turnover* como peso é arbitrário, ao passo que o custo de oportunidade é obtido após a otimização do comportamento dos agentes econômicos.

2 Para considerações adicionais sobre esses pontos, ver Barnett, Fisher e Serletis (1992).

3 A derivação dos resultados até a equação (13) baseia-se em Yue e Fluri (1991). Uma derivação alternativa é dada na nota de rodapé nº 5, com base em Barnett, Fisher e Serletis (1992).

4 Nessa metodologia, supõe-se que o agente econômico faz a sua escolha adotando um processo de otimização em dois estágios: no primeiro, os gastos são alocados entre categorias amplas, tais como consumo, lazer e serviços dos ativos monetários; e, no segundo, os gastos são então alocados dentro de cada categoria. Diz-se, nesse caso, que a função de utilidade do agente é fracamente separável. Quando aplicado aos ativos monetários, esse pressuposto significa que a taxa marginal de substituição entre dois ativos monetários quaisquer é independente dos valores escolhidos para o consumo e o lazer, no nosso exemplo. Para detalhes adicionais, ver Barnett, Fisher e Serletis (1992).

$$L = g(q) - \lambda \left[\sum p_i q_i - E \right] \qquad (2)$$

cujas condições de primeira ordem para a sua maximização são:

$$\begin{aligned} \partial L / \partial q_i &= \partial g(q) / \partial q_i - \lambda p_i = 0 \\ \partial L / \partial \lambda &= \sum p_i q_i - E = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Impondo que a função de agregação seja linearmente homogênea, ela deve, então, satisfazer a condição de Euler, a saber:

$$\sum (\partial g / \partial q_i) q_i = g(q) \qquad (4)$$

que, em vista de (3), pode ser escrita como:

$$\lambda \sum p_i q_i = \lambda E = g(q) \qquad (5)$$

Após substituir aqui λ pela sua expressão obtida de (3), vem:

$$\partial g / \partial q_i = p_i g / E \qquad (6)$$

Como a diferenciação total de $g(q)$ é:

$$dg(q) = \sum (\partial g / \partial q_i) dq_i \qquad (7)$$

5 O pressuposto de função linearmente homogênea parece ser bastante razoável, pois, se esse não fosse o caso, então a taxa de expansão de um agregado diferiria da taxa de expansão dos seus componentes, ainda que estes estivessem crescendo à mesma taxa [ver Barnett, Fisher e Serletis (1992)].

então, substituindo (6) aqui, obtém-se:[6]

$$dg(q) = \sum (p_i g / E) \, dq_i \tag{8}$$

que pode ser alternativamente escrita como:

$$dg(q) / g(q) = \sum s_i \, dq_i / q_i \tag{9}$$

onde $s_i = p_i \, q_i / E$. Note-se que esta equação equivale a:

$$d\ln g(q) = \sum s_i \, d\ln q_i \tag{10}$$

Resolvendo para $g(q)$, primeiramente integre-se a função, isto é:

$$\int \left[d\ln g(q) \right] dt = \ln g(q) = \int \left[\sum s_i \, d\ln q_i \right] dt \tag{11}$$

o que fornece:

$$g(q) = \exp \int \left[\sum s_i \, d\ln q_i \right] dt \tag{12}$$

que é a versão contínua do índice de Divisia. Assim, o índice de Divisia é um agregador exato para uma função de utilidade qualquer.

6 Uma derivação alternativa é fornecida por Barnett, Fisher e Serletis (1992): de (3), tem-se $\lambda p_i = \partial q / \partial q_i$, que, substituído em (7), produz $dg = \Sigma \lambda \, p_i \, dq_i$. Para demonstrar-se que $\lambda = 1 / f(p)$, há que se adotar o pressuposto de função linearmente homogênea para $g(p)$. Assim, suponha-se que $q = H(E, p)$ seja a solução para o problema de maximização em (2). Dado o pressuposto de função linearmente homogênea, deve existir um vetor de funções $h(p)$ tal que $q = Eh(p)$. Desta forma, $g(q) = g(Eh(p)) = Eg(h(p))$. Conforme se sabe, a solução do problema lagrangiano implica $\lambda = \partial g / \partial E$, seguindo-se, então, da penúltima equação, que $\lambda = g(h(p))$. Como $g(q).f(p) = E$ e $g(q) = Eg(h(p))$, tem-se $g(h(p)) = 1 / f(p)$ e, portanto, $\lambda = 1 / f(p)$, que, substituído na equação dg acima, permite obter o resultado dado em (8), no texto.

Uma aproximação discreta (Törnqvist-Theil) do índice de Divisia na sua forma dada em (10) é (note-se que temos aqui apenas a taxa de variação do índice de quantidade):

$$\ln g(t) - \ln g(t-1) = \sum s_{it}^{*} \left(\ln q_i(t) - \ln q_i(t-1)\right) \tag{13}$$

onde $s^*_{it} = (s_{it} + s_{it-1})/2$ é uma média das frações de dispêndio de dois períodos adjacentes. Essa aproximação, como notado por Barnett (1990), é uma mera aplicação da regra de Simpson à equação (10) e o índice por ela obtido tem uma importante propriedade. Mais precisamente, Diewert (1976) define uma classe de números índices capazes de produzir aproximações discretas da função (de utilidade) agregadora $g(q)$, onde o índice é dito "superlativo" quando for exatamente correto para alguma aproximação quadrática da função de utilidade $g(q)$. O índice de Divisia, dado na sua forma discreta em (13), por ser exato para uma especificação translog(arítmica), linearmente homogênea, da função de utilidade $g(q)$, pertence à classe dos números índices superlativos (note-se que a translog é uma função quadrática nos logaritmos). Deste modo, se a especificação translog para a função de utilidade não for exatamente correta, então o uso do índice de Divisia dará, nesse caso, uma aproximação com erro de terceira ordem, já que as aproximações quadráticas têm essa mesma ordem de erro. Também o índice ideal de Fisher pertence à classe dos números índices superlativos, já que é exato para uma função de utilidade $g(q)$ que seja a raiz quadrada da especificação quadrática. Assim, não é de se estranhar que em trabalhos empíricos os dois índices dêem resultados virtualmente idênticos, pois tanto a raiz quadrada da especificação quadrática quanto a especificação quadrática nos logaritmos são aproximações igualmente válidas para uma função de utilidade qualquer.

De fato, a contribuição de Diewert (1976) permitiu uma "amarração" entre a teoria da agregação econômica e a teoria estatística dos números índices. Um problema persistia, porém. É que as fórmulas dos números índices requerem o uso tanto dos preços quanto das quantidades. A dificuldade aqui estaria em como se atribuir preço a um ativo monetário. A solução para esse problema, discutida em seguida, foi proposta, em contribuições aparentemente independentes, por Barnett (1978) e Donovan (1978), que demonstraram ser o custo de oportunidade do ativo monetário efetivamente o seu preço.

Em princípio, para o cálculo da taxa de variação das quantidades (e dos preços) de um conjunto de bens, poder-se-ia usar qualquer uma das usuais fórmulas dos números índices, tais como os índices de Laspeyres, de Paasche, ideal de Fisher e de Divisia. Do ponto de vista da teoria dos números índices, a escolha entre essas fórmulas tem sido feita, em geral, de acordo com o seu desempenho nos seguintes testes propostos por Fisher (1922): reversão no tempo, reversão dos fatores e

---

7 Para considerações adicionais sobre estes pontos, ver Barnett (1990).

circularidade.[8] É curioso constatar que os populares índices de Laspeyres e de Paasche, bem como o mais sofisticado índice de Divisia, não satisfazem nenhum desses testes, enquanto o índice ideal de Fisher, apesar de satisfazer os testes da reversão temporal e da reversão dos fatores, não corresponde ao teste de circularidade.[9] Em compensação, o índice de Divisia tem, além do fato já demonstrado de poder ser derivado com base em princípios microeconômicos impondo-se poucas restrições, uma interpretação mais interessante, pois por ele a taxa de variação de um agregado econômico qualquer é uma média ponderada das taxas de variação dos componentes que o formam. O índice ideal de Fisher, sendo uma média geométrica dos índices de Laspeyres e de Paasche, não permite identificar a contribuição individual dos vários componentes na formação da taxa de variação do agregado econômico.

De qualquer modo, os índices de Divisia e ideal de Fisher, quando usados por Barnett (1984) para agregar ativos monetários nos Estados Unidos, produziram resultados que foram, do ponto de vista empírico, virtualmente idênticos, com diferenças de terceira ordem. Diferenças desprezíveis entre esses índices foram também constatadas por Rossi e Silva (1991*a*) numa aplicação para o Brasil. As razões para a proximidade desses resultados já foram devidamente apreciadas acima.

O cálculo de um índice de quantidade usando essas várias fórmulas é, se m_{it} é a quantidade do bem i no período t e p_{it} é o seu preço, no caso do índice ideal de Fisher:

$$Q_t^F = Q_{t-1}^F \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} p_{it} m_{it}\right) \left(\sum_{i=1}^{n} p_{i,t-1} m_{it}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} p_{it} m_{i,t-1}\right) \left(\sum_{i=1}^{n} p_{i,t-1} m_{i,t-1}\right)} \right]^{1/2} \tag{14}$$

onde o primeiro termo entre parênteses, tanto no numerador como no denominador, forma o índice de quantidade de Paasche (os pesos das quantidades relativas são os preços do período presente) e o segundo termo entre parênteses, tanto no numerador como no denominador, constitui o índice de quantidade de Laspeyres (os pesos das quantidades relativas são os preços do período anterior). O índice de Divisia, por outro lado, com aproximação Törnqvist-Theil, é, conforme se mostrou:

8 O teste de circularidade requer a independência de trajetória do índice, isto é, se o índice aumentou 15% entre os períodos 1 e 2 e aumentou 10% entre os períodos 2 e 3, então o aumento entre os períodos 1 e 3 deve ser de 26,5% (= 1,15 x 1,10). O teste da reversão dos fatores significa que o produto entre os índices de preço e de quantidade deve resultar num índice de valor ou dispêndio total. Já o teste da reversão no tempo equivale ao atendimento da condição $P_2/P_1 = (P_1/P_2)^{-1}$, onde P_1 e P_2 são os índices nos períodos 1 e 2, respectivamente.

9 Para provas sobre essas propriedades (e outras mais) ver, por exemplo, Eichhorn (1976).

$$Q_t^D = Q_{t-1}^D \prod_i (m_{it}/m_{i,t-1})^{(s_{it} + s_{i,t-1})/2} \tag{15}$$

onde $s_{it} = p_{it} m_{it} / \sum_{k=1}^{n} p_{kt} m_{kt}$, ou, em forma logarítmica:

$$\ln Q_t^D - \ln Q_{t-1}^D = \sum_{i=1}^{n} s_{it}^* (\ln m_{it} - \ln m_{i,t-1}) \tag{16}$$

onde $s_{it}^* = (s_{it} + s_{i,t-1})/2$

Da fórmula (16) vê-se claramente que a taxa de variação (diferença logarítmica) do agregado indicado por Q é uma média ponderada (onde os pesos são as frações representadas pelos dispêndios em cada componente) da taxa de variação dos componentes que formam o agregado.

3 - A agregação monetária

Algumas das dificuldades antes apontadas com o uso da soma simples de ativos financeiros heterogêneos já haviam sido devidamente reconhecidas por Friedman e Schwartz (1970, p. 151-152) quando alertaram para a necessidade de "definir a quantidade de moeda como uma soma ponderada dos valores de todos os ativos, com a ponderação para cada ativo variando de zero a um, sendo este último peso atribuído àquele ativo ou ativos com maior quantidade de serviço monetário (*moneyness*) por dólar de valor agregado". Os autores sugeriram ainda que "tal abordagem merece e terá no futuro muito mais atenção do que tem sido dada ao tema até aqui".

Como os distintos ativos financeiros são dados em unidades monetárias, seria, à primeira vista, um procedimento inteiramente natural simplesmente somar os seus valores quando da composição do agregado monetário. Entretanto, tendo os diferentes ativos em geral liquidez distintas, a agregação econômica adequada sugere, conforme se viu acima com o uso do índice de Divisia, que os vários ativos tenham também distintos pesos. Mais precisamente, pelo índice de Divisia os pesos são dados pelas frações de dispêndio, conforme se pode ver na equação (16). Para efeito de comparação, na soma simples de ativos os pesos são as frações das quantidades de

10 Note-se que o índice de Divisia não é definido para $m_{i,t-1} = 0$, que ocorre no caso da introdução de um novo bem. O índice ideal de Fisher não tem essa limitação, devendo, pois, em tais circunstâncias, substituir o índice de Divisia sem prejuízo quanto à comparabilidade dos resultados, já que os dois são, do ponto de vista empírico, virtualmente idênticos, conforme já foi salientado no texto.

encaixe monetário de cada ativo.[11] É evidente que o comportamento desses dois conjuntos de pesos poderia ser bastante distinto ao longo do tempo. Aliás, os resultados para o Brasil, apresentados na próxima seção, mostram alguma diferença de comportamento para tais pesos.

Uma vez resolvida a questão do índice a adotar, surge, então, o problema de como definir o preço do ativo financeiro que consta da fórmula do índice. De fato, o tratamento que se deve dar ao ativo financeiro é, neste particular, semelhante ao que se aplica a um bem durável. Vale dizer, há que se imputar um preço ao fluxo dos serviços produzidos pelo bem (ou ativo) durante o período da sua utilização, ou seja, calcula-se o seu custo de oportunidade (*rental price* ou *user cost*). Damos aqui os detalhes do procedimento a adotar, que é reproduzido, com pequenas mudanças, de Rossi e Silva (1991*b*), os quais, por sua vez, baseiam-se em Donovan (1978).[12]

Note-se que o valor do estoque de um bem reflete, em última instância, os serviços esperados pela utilização desse bem durante toda a sua existência. Assim, o custo de oportunidade de um bem perecível, por exemplo, é igual ao seu preço, pois o total dos serviços que ele produz é consumido em apenas um período. Por analogia, um cruzeiro do estoque de um ativo financeiro que compõe dado agregado monetário não seria o preço indicado para o cálculo do índice de quantidade desse agregado, já que o uso do ativo não se esgota num único período.

Mais formalmente, para um bem durável o custo de oportunidade é representado pelos gastos incorridos num período, seja na aquisição desse bem, seja no seu uso, ou mesmo no processo envolvido na sua revenda. O cálculo do custo de oportunidade de um ativo monetário obedece a esse mesmo princípio básico, exceto por algumas particularidades com relação à rentabilidade do ativo e à ausência de desgaste físico que ocorre no caso dos bens de consumo duráveis, mas não para os ativos financeiros. Esses pontos são detalhados a seguir.

Tome-se inicialmente o caso de um bem de consumo durável, onde X_t é a sua quantidade no período t, a qual se deprecia a taxa δ por período, sendo $0 \leq \delta \leq 1$ ($\delta = 1$ significa que o bem é perecível). Chamem-se, ainda: p_t o preço corrente dos serviços produzidos pelo bem X_t, p_t^* o preço corrente do bem, p_{t+1}^{*e} o preço esperado na revenda do bem no final do período e R_t a taxa de juros nominal, máxima, na economia. O custo imputado pelo uso do bem durante um período (*rental price*) é dado pelo custo de aquisição do bem, no momento da compra, menos o valor esperado, descontado, na sua revenda, no final do período, ou seja:

---

11 Isso é fácil de verificar. Como o agregado monetário é dado por $M_t = \Sigma_i m_{it}$, então $dM/M = \Sigma_i (m_i/M)\, dm_i/m_i$, onde m_i é a quantidade do ativo i. Note-se que essa última equação é $\ln M_t - \ln M_{t-1} = \Sigma_i s_{it} (\ln m_{it} - \ln m_{it-1})$ onde $s_{it} = m_{it}/M_t$.

12 Uma derivação alternativa, mais formal, para o custo de oportunidade de um ativo financeiro pode ser vista em Barnett (1978 e 1980). Em essência, o custo de oportunidade é derivado a partir de princípios microeconômicos, nos quais um consumidor representativo faz a otimização intertemporal entre a sua trajetória de consumo e a alocação da sua carteira de ativos monetários (ver [illegible] 4).

$$p_t = p_t^* - \frac{(1-\delta)p_{t+1}^{*e}}{1+R_t} \qquad (17)$$

Na adaptação da fórmula (17) ao caso do ativo financeiro, há que se considerar alguns pressupostos com relação tanto à natureza desse ativo quanto ao comportamento dos preços futuros na economia. Nesse sentido, sejam as seguintes situações:

a) Ativo financeiro sem juros e com preços estáveis na economia

Suponha-se inicialmente apenas um bem de consumo, a que chamamos "alimento", e que os serviços monetários de um ativo sejam proporcionais ao seu estoque real (este último pressuposto será utilizado mais adiante). Chama-se p_{at} o preço do alimento no período t, expresso em cruzeiros por unidade de alimento. Se os preços forem estáveis, tem-se $p^e_{a,t+1} = p_{at}$, onde $p^e_{a,t+1}$ é o preço esperado para o alimento no próximo período. Se o consumidor dispõe, então, de X_{it} cruzeiros nominais em ativo monetário do tipo i, e sendo p_{at} o preço do alimento, isso equivale a deter, pois, $x_{it}(=X_{it}/p_{at})$ unidades de serviço monetário daquele ativo. Nestas circunstâncias, o primeiro termo da fórmula (17), que para o ativo financeiro seria p_x^*, torna-se igual ao preço do alimento, p_{at}, pois este é o preço de uma unidade de x_{it}. Com os preços estáveis, espera-se que o estoque X_{it} compre, no próximo período, as mesmas x_{it} unidades de alimento. Vale dizer que, no caso do ativo financeiro, diferentemente dos bens de consumo duráveis que se depreciam com o tempo, o fluxo de serviço monetário não diminui entre um período e outro se os preços são estáveis.

As colocações acima sugerem que, com os preços estáveis, o custo de oportunidade para o ativo financeiro, que não paga juros, seria:

$$p_{x_{it}} = p_{at} - \frac{p_{at}}{1+R_t} \qquad (18)$$

b) Ativo financeiro com juros e preços estáveis

Supondo agora que o ativo monetário X_{jt} pague juros nominais à taxa r_{jt} por período, o consumidor teria no final do período $X_{jt}(1+r_{jt})/p_{at}$ unidades de serviço monetário pela posse desse ativo, ou seja, mais serviço monetário, já que os preços permaneceram estáveis. Neste caso, o custo de oportunidade do ativo seria, pois:

$$p_{x_{jt}} = p_{at} - \frac{(1+r_{jt})p_{at}}{1+R_t} \qquad (19)$$

c) Ativo financeiro sem juros e com variação de preços na economia

O consumidor, agora, teria no próximo período $X_{it}/p^e_{a,t+1}$ unidades de serviço monetário pela posse do ativo. Se os preços aumentarem no período, essa quantidade é obviamente menor do que aquela que existia no período anterior, sendo a relação entre essas duas quantidades dada por:

$$X_{it} / p^e_{a,t+1} = (1 - \delta) X_{it} / p_{at} \tag{20}$$

onde:

$$\delta = (p^e_{a,t+1} - p_{at}) / p^e_{a,t+1} \tag{21}$$

é a taxa de inflação esperada no período. Adaptando, pois, a fórmula (18) para a presente situação, vem:

$$p_{x_{it}} = p_{at} - \frac{(1 - \delta) p^e_{a,t+1}}{1 + R_t} \tag{22}$$

É bom notar que, se por um lado tem-se agora, devido à inflação, menos unidades de serviço monetário, por outro, cada uma dessas unidades é, em vista da perspectiva do aumento de preços, presentemente mais valiosa para o consumidor. De fato, após substituir (21) em (22), obtém-se para o custo de oportunidade do ativo financeiro:

$$p_{x_{it}} = p_{at} - \frac{p_{at}}{1 + R_t} \tag{23}$$

que é idêntica à equação (18). Assim, se a taxa de juros nominal na economia não for afetada pela perspectiva de inflação, que é reconhecidamente uma hipótese pouco provável, então a variação de preços em nada afetaria o custo de oportunidade de um ativo que não paga juros.

d) Ativo financeiro com juros e variação de preços

A fórmula básica do custo de oportunidade é, neste caso, semelhante à da equação (22), havendo apenas a necessidade de redefinir a taxa de variação dos preços. Mais precisamente, tem-se:

$$p_{x_{jt}} = p_{at} - \frac{(1 - \delta') p^e_{a,t+1}}{1 + R_t} \tag{24}$$

onde δ' é obtido após adaptar a equação (20) para a situação do ativo com juros, que no caso seria:

$$X_{jt}(1 + r_{jt})/p^e_{a,t+1} = (1 - \delta')X_{jt}/p_{at} \tag{25}$$

O valor de δ' desta relação substituído em (24) fornece, agora, para o custo de oportunidade:

$$p_{x_{jt}} = p_{at} - \frac{(1 + r_{jt})p_{at}}{1 + R_t} \tag{26}$$

que é idêntica à equação (19), que se aplica ao caso do ativo financeiro com juros e sem variação nos preços, isto é, verifica-se uma vez mais que, caso a expectativa de inflação não afete as taxas de juros nominais na economia, então a variação de preços não interfere na fórmula básica do custo de oportunidade do serviço monetário no caso também do ativo que paga juros. Vale dizer, o custo de oportunidade dos serviços monetários só difere entre os ativos na medida em que estes ativos paguem distintas taxas de juros. É interessante observar, de qualquer modo, que, sendo as taxas de juros nominais afetadas ou não pelas expectativas inflacionárias, o custo de oportunidade dos bens duráveis baixará relativamente àquele do ativo financeiro. É fácil verificar que, se as taxas de juros nominais, por exemplo, aumentarem de acordo com as expectativas inflacionárias, então neste caso a equação (17), que é o custo de oportunidade do bem durável, permanecerá inalterada, enquanto a equação (26), que é o custo de oportunidade do ativo financeiro, aumentará. Se as taxas de juros não se alterarem, então o diferencial entre os custos de oportunidade se dá na mesma direção do caso anterior, mas agora devido apenas à redução no valor da expressão (17).

Generalizando os resultados, a equação (26) fica:

$$\begin{aligned} p_{it} &= \bar{p}_t - \frac{(1 + r_{it})\bar{p}_t}{1 + R_t} \\ &= \frac{\bar{p}_t(R_t - r_{it})}{1 + R_t} \end{aligned} \tag{27}$$

onde r_{it} é a taxa de juros nominal do ativo i (que é zero no caso desse ativo ser a moeda) e $\bar{p}_t$ é um índice geral de preços ao consumidor. De fato, no cálculo dos índices dos serviços monetários a fórmula (27), que figura como um componente dos pesos utilizados nas equações (14) e (15), simplifica-se para $(R_t\text{-}r_{it})$, pois o fator $\bar{p}_t/(1 + R_t)$ que consta tanto no numerador como no denominador das ponderações pode ser cancelado.

Note-se que a diferença $(R_t\text{-}r_{it})$ na fórmula do custo de oportunidade é a rentabilidade que se deixa de ganhar ou o custo de oportunidade que se tem por reter o ativo financeiro i durante um período. Se esse ativo não fosse retido, poder-se-ia aplicá-lo à taxa de juros R_t, disponível no mercado. É claro que só se abre mão desses juros em troca dos serviços monetários que a retenção do ativo proporciona ao seu detentor. Assim, $(R_t - r_{it})$ é o preço que se paga pelos serviços monetários do ativo.

Em essência, o custo de oportunidade é uma espécie de preço dos serviços do ativo financeiro, ao invés do preço do estoque desse ativo. Esses serviços são, entretanto, proporcionais ao estoque do ativo. Assim, as unidades das quantidades do estoque e dos preços dos serviços podem ser escolhidas de tal modo que o fator de proporcionalidade entre os serviços e o estoque seja a unidade. Quando se multiplica o custo de oportunidade pelo estoque do ativo, obtêm-se, pois, os dispêndios em serviços do estoque do ativo financeiro.[13]

4 - Aplicação[14]

A maior dificuldade no cálculo do custo de oportunidade de um ativo é a escolha da taxa de juros máxima na economia, R, que deveria refletir apenas a transferência intertemporal da riqueza, e não contemplar, pois, qualquer aspecto relativo à liquidez do ativo. Neste estudo, que usa dados mensais do período de janeiro de 1980 a dezembro de 1992, foram considerados dois critérios alternativos na escolha de R: o primeiro foi tomar o valor máximo entre as taxas dos vários ativos que compõem o agregado monetário, multiplicando-o, em seguida, pelo fator 1,05 para que o custo de oportunidade de cada ativo fosse positivo;[15] e o segundo consistiu na escolha do maior valor entre o selecionado pelo critério que acabamos de descrever e os valores relativos à taxa de variação, respectivamente, dos índices das Bolsas de Valores do Rio de Janeiro (IBVR) e de São Paulo (Ibovespa) e da taxa de câmbio (Cr$/US$) no mercado paralelo. Os resultados pelos dois critérios diferem um pouco.[16] O segundo deles produz resultados sempre melhores, o que é um aspecto positivo, já que é o mais abrangente dos dois critérios. Na análise que se segue usaremos apenas o segundo critério na escolha de R.

Os Gráficos 1.A/1.D comparam a liquidez real, nos vários conceitos de moeda, medida, respectivamente, pela soma simples de ativos e através da agregação com o índice de Divisia.[17] O caso do agregado M4 é o mais interessante para se analisar, já

---

13 Essas considerações baseiam-se em Barnett (1980); ver particularmente a sua nota de rodapé nº 18.

14 Esta seção segue, de perto, Rossi (1993).

15 No trabalho de Rossi e Silva (1991*a*), que cobre um período ligeiramente menor do que o deste estudo, constatou-se que os resultados pouco mudaram quando o fator de multiplicação foi 1,10 em vez de 1,05.

16 Isso não é conflitante com a nota anterior, que trata na verdade de um mesmo critério na escolha de R, e parece contrariar a observação de Barnett e Spindt (1982), segundo a qual experimentos por eles realizados sugerem ser o índice de Divisia robusto a variações na taxa de juros máxima da economia que estejam dentro de valores plausíveis. Ressalte-se que também Chou (1991) concluiu, numa aplicação para os Estados Unidos, ser o índice de Divisia sensível à escolha de R.

17 Os agregados monetários são assim definidos: M1 = papel-moeda em poder do público mais depósitos à vista, M2 = M1 mais títulos federais em poder do público, M3 = M2 mais depósitos em caderneta de poupança e, finalmente, M4 = M3 mais títulos privados.

Gráfico 1.A

Agregado monetário real (M2)

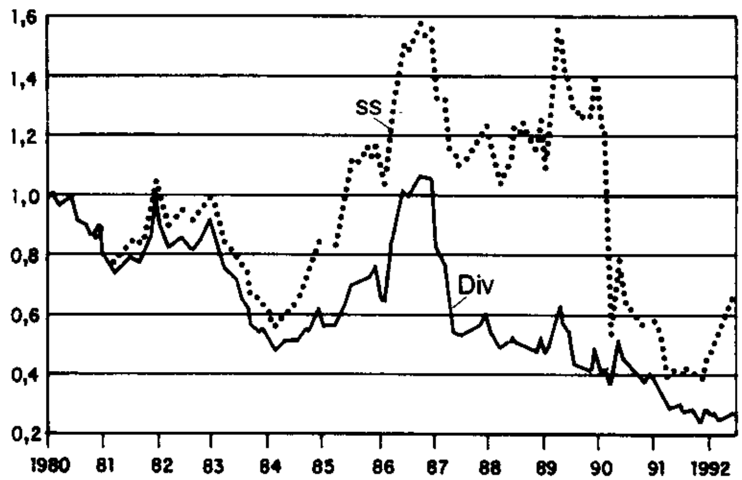


Gráfico 1.B

Agregado monetário real (M3)

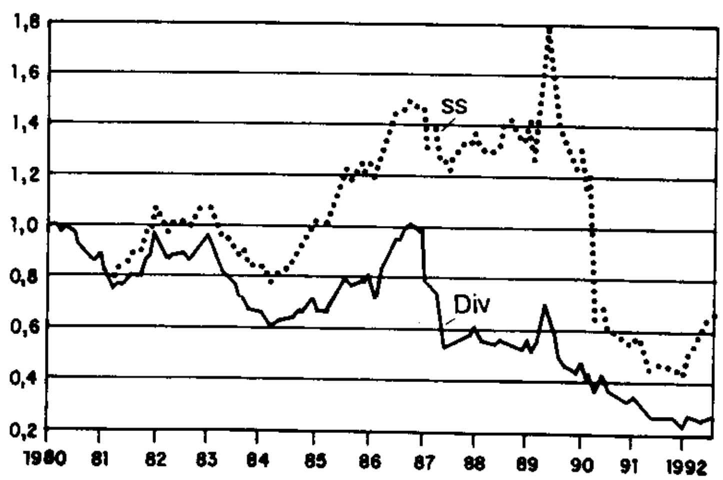


Gráfico 1.C

Agregado monetário real (M4)

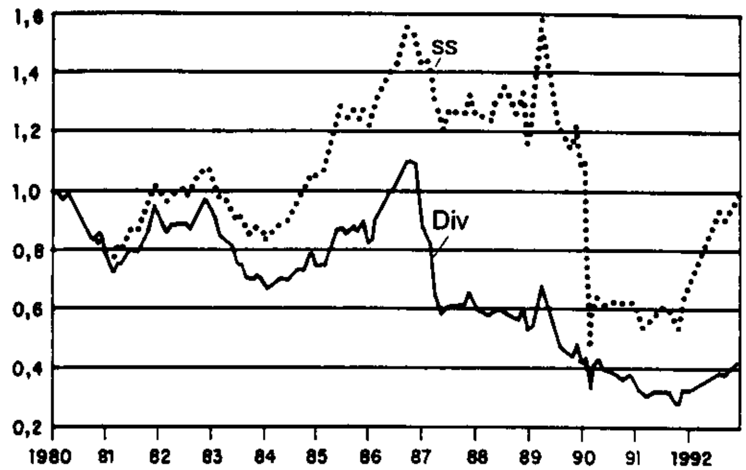
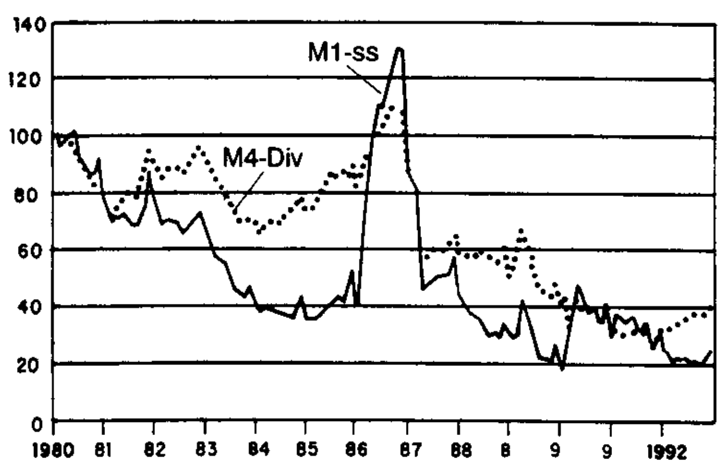


Gráfico 1.D

Agregado monetário real



que, por envolver uma ampla variedade de ativos, deixa mais evidente os méritos da agregação pelo índice de Divisia. Maior atenção será dada, pois, a esse agregado monetário.

Note-se, dos Gráficos 1.A/1.C, que, embora a liquidez tenha, em geral, caído mais acentuadamente com a ponderação dos ativos pelo índice de Divisia, situação inversa ocorrera logo após o congelamento dos ativos no Plano Collor (fevereiro de 1990), quando a liquidez caiu bem mais pela soma simples de ativos. A subseqüente recomposição da liquidez foi, por outro lado, relativamente maior com o índice de Divisia. É fácil a explicação para esses episódios. É bom lembrar que houve uma queda significativa nos estoques dos ativos, principalmente nos títulos federais, cujo estoque reduziu-se em 70% entre fins de fevereiro e fins de março, enquanto foi imediata a recomposição dos ativos que compõem o agregado M1, aumentando 194% naquele mesmo período.[18] Como no índice de Divisia, distintamente do caso da soma simples de ativos, é maior o peso (custo de oportunidade) atribuído aos ativos que compõem o agregado monetário M1 relativamente àquele dos títulos federais, que são parte dos agregados mais amplos, então o resultado sobre a liquidez que acabamos de destacar segue-se naturalmente.

Verifica-se que, embora sejam semelhantes as tendências dos agregados M1 (no conceito tradicional de soma simples de ativos) e dos agregados mais amplos medidos pelo índice de Divisia, estes últimos têm menor dispersão nas suas taxas de variação. O Gráfico 1.D mostra o caso dos agregados M1-soma simples e M4-Índice de Divisia. Da menor dispersão na taxa de variação deste último resulta que também a sua velocidade de circulação seja mais estável do que aquela para o agregado M1-soma simples, conforme se verá.

Os fatores de ponderação usados nos dois métodos (soma simples e ponderação pelo índice de Divisia) para o caso do agregado M4, e que são responsáveis pela discrepância observada no comportamento da liquidez que acabamos de mencionar, estão nos Gráficos 2.A/2.D. Observe-se que a variância dos pesos é bem maior no caso do índice de Divisia, o que sugere ter havido uma intensa recomposição nas carteiras de ativos financeiros, que, apesar de possuírem elevada elasticidade de substituição entre si, são menos que substitutos perfeitos. Já a maior ponderação do papel-moeda e dos depósitos à vista (s1) no caso do índice de Divisia relativamente àquela da soma simples de ativos reflete a condição de maior liquidez desses ativos comparativamente àquela dos demais.

A tabela a seguir relaciona essas distintas medidas de liquidez com a variável taxa de inflação. Especificamente, mostra-se o resultado da regressão entre a taxa de variação na liquidez nominal (medida pela soma simples e com a ponderação pelo índice de Divisia) e a taxa de inflação. Verifica-se que, além de ser melhor o ajustamento da regressão, é mais próximo da proporcionalidade a relação entre o

18 Para esses números, ver Rossi e Silva (1991*b*).

19 Note-se ainda que, como a ponderação usada no índice de Divisia é uma média de duas frações de dispêndio, adjacentes, dilui-se o efeito sobre a liquidez causado por mudanças bruscas na composição de ativos, as quais são logo revertidas.

Variável Dependente: Taxa de Inflação
Período: janeiro de 1980 a dezembro de 1992

(Dados mensais)

	ΔM2		ΔM3		ΔM4	
	Coef.	R^2	Coef.	R^2	Coef.	R^2
Div.crit.2	0,683	0,547	0,794	0,629	0,817	0,609
	(13,6)		(16,1)		(15,4)	
Simples soma	0,591	0,374	0,765	0,517	0,695	0,427
	(9,6)		(12,8)		(10,7)	

NOTAS: Dados entre parênteses são as estatísticas t. Critério 2 = R max (critério 1, Ibovespa, IBV-RJ, câmbio paralelo).

índice de liquidez e a taxa de inflação, quando o agregado monetário é calculado pelo índice de Divisia. A título de comparação, o uso do agregado M1 nesse mesmo exercício resultou num coeficiente de inclinação de 0,35 para a reta ajustada, com R^2 = 0,38.[20]

Um agregado monetário que, embora estreitamente relacionado com variáveis macroeconômicas importantes, não pudesse ser efetivamente controlado pelas autoridades monetárias seria de pouca utilidade para os propósitos da política monetária. Como se sabe, a base monetária (papel-moeda emitido mais reservas bancárias) é controlada com certa precisão pelas autoridades monetárias, mas não a liquidez na economia (medida pelos agregados mais amplos), já que esta depende do comportamento dos agentes econômicos (indivíduos e bancos comerciais) quanto à escolha das suas carteiras de ativos financeiros, cuja previsão não é tarefa fácil. Entretanto, a variável de maior interesse é, freqüentemente, aquela que mede a liquidez na economia, pois é a que está mais diretamente associada aos problemas de inflação, por exemplo. Assim, se o multiplicador monetário, que é a razão entre o agregado e a base monetária, for estável ou pelo menos puder ser previsto a partir do comportamento da base monetária, isso mostrará até que ponto as autoridades monetárias controlariam a liquidez na economia.

O Gráfico 3 compara os multiplicadores monetários nos conceitos da soma simples de ativos e agregação pelo índice de Divisia para o agregado M4. Vê-se que o multiplicador tem menor variância no caso do índice de Divisia. Assim, a liquidez, quando medida por esse conceito de moeda, seria melhor controlada pelas

20 É bom lembrar que o índice de Divisia para o conceito M1 de moeda produz resultado idêntico ao da soma simples de ativos, já que tais ativos, por não terem qualquer remuneração, possuem as mesmas ponderações nos dois métodos de agregação.

Gráfico 2.A

Fator de ponderação do agregado M4 (s1)

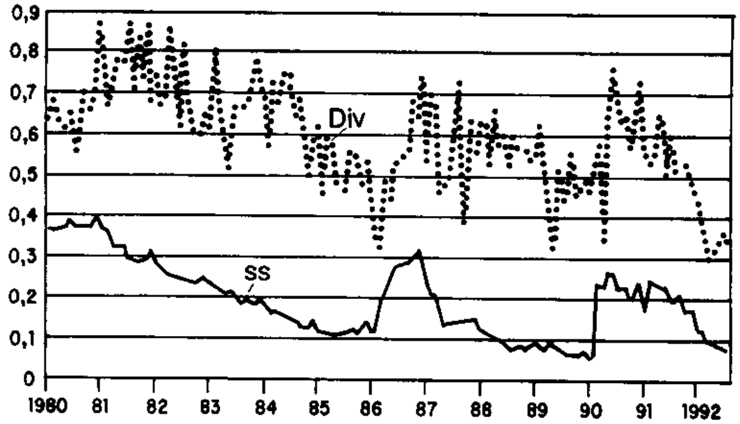


Gráfico 2.B

Fator de ponderação do agregado M4 (s2)

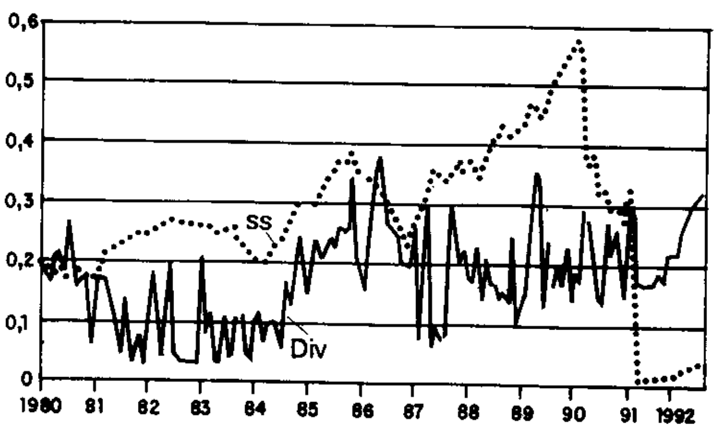


Gráfico 2.C

Fator de ponderação do agregado M4 (s3)

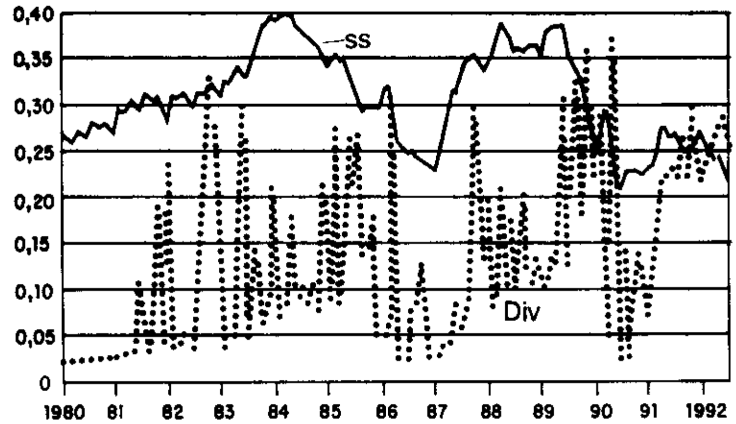
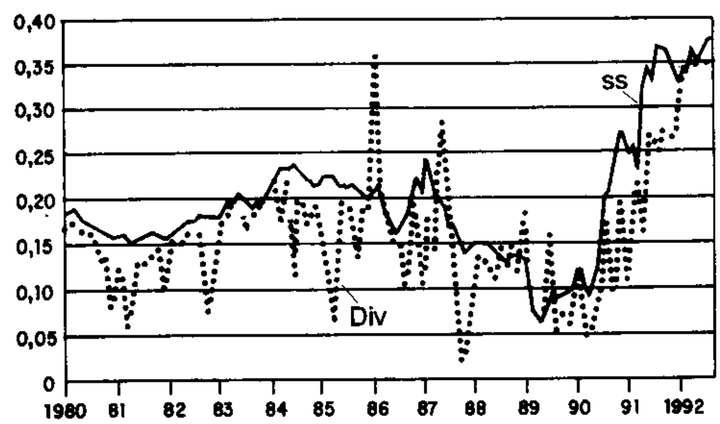


Gráfico 2.D

Fator de ponderação do agregado M4 (s4)



autoridades monetárias. Essa propriedade e sua relação mais próxima com a taxa de inflação antes discutida sugerem que a agregação de ativos pelo índice de Divisia é superior ao procedimento tradicional da soma simples desses ativos.

Os Gráficos 4.A e 4.B apresentam a velocidade de circulação, respectivamente, do agregado M4 calculado tanto pela soma simples de ativos como pela agregação usando o índice de Divisia, e deste último com o agregado M1 calculado pela soma simples de ativos.[21] Comparando-se o Gráfico 4.A com o Gráfico 5, que mostra o comportamento das taxas de juros, verifica-se que a velocidade do agregado calculado pelo índice de Divisia está mais de acordo com o que se deve esperar, vale dizer, a velocidade aumenta com a taxa de juros (essa relação é menos nítida no caso do agregado calculado pela soma simples de ativos). A razão para um aumento na velocidade de circulação decorre do fato de que com o aumento na taxa de juros haveria uma substituição de ativos mais líquidos por aqueles menos líquidos. A agregação pelo índice de Divisia trata esses ativos como sendo substitutos imperfeitos, o que não é o caso com a soma simples de ativos. Quanto ao Gráfico 4.B, ele confirma o fato de que, apesar da tendência semelhante no comportamento dos agregados M4-índice de Divisia e M1-soma simples, a dispersão menor na taxa de variação do primeiro (ver Gráfico 1.D) leva a que este apresente uma velocidade de circulação mais estável.

5 - Considerações finais

Como observações finais, reconheça-se que, por ser o período aqui analisado curto e bastante atípico (ao aliar estagnação econômica com altas taxas de inflação), não se pode pretender chegar a respostas definitivas para as questões aqui tratadas. A obtenção de resultados em bases mais sólidas requer, certamente, séries de dados bem maiores do que as utilizadas neste estudo. Outro ponto a merecer investigação é a questão da estabilidade da demanda por moeda. Se ela for instável, então não se poderá prever os efeitos da oferta monetária sobre a taxa de inflação e/ou o nível de atividade econômica, por exemplo. Em estudo anterior, que utilizou dados trimestrais no período 1966/85, constatamos [ver Rossi (1988)] que a demanda por moeda especificada na sua forma convencional — como usada em Goldfeld (1976), por exemplo, onde os encaixes reais são uma função de variáveis tais como o PIB real, a taxa nominal de juros e, no caso do Brasil, a taxa de inflação — apresentou certa instabilidade na primeira metade da década de 80 relativamente à década anterior, particularmente quando os encaixes monetários foram definidos no conceito M1 de moeda. Seria natural indagar, pois, se tal instabilidade não seria uma decorrência do uso inadequado da soma simples de ativos (ou exclusão indevida de

21 No cálculo da velocidade de circulação, usou-se o índice do Produto Industrial (estimado pelo IBGE) como *proxy* para o PIB, já que não se dispõe de estimativas mensais para este último.

Gráfico 3

Multiplicador monetário (M4)

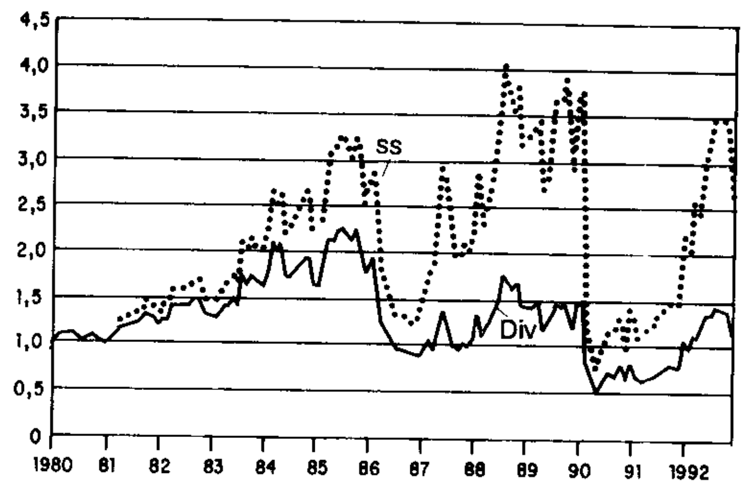


Gráfico 4.A

Velocidade de circulação (M4)

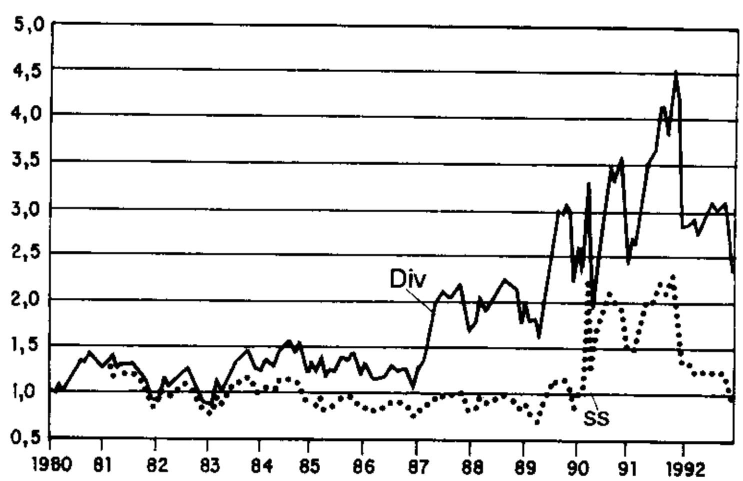


Gráfico 4.B

Velocidade de circulação

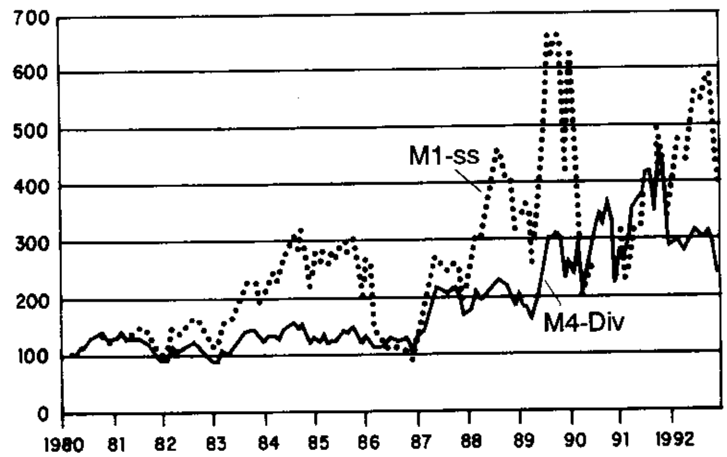
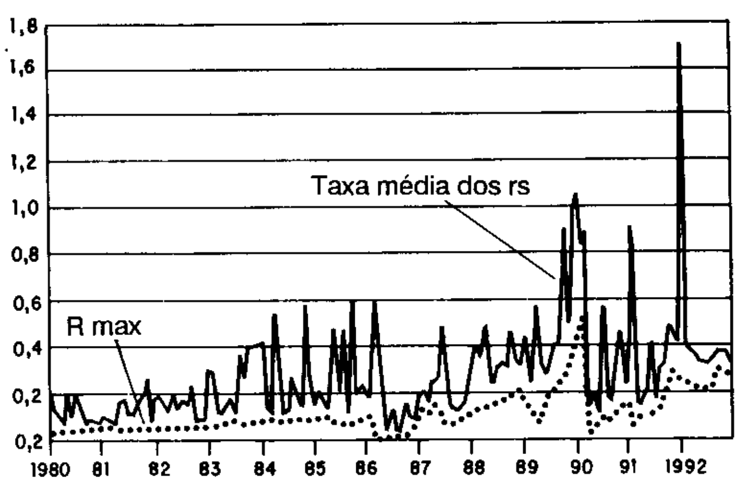


Gráfico 5

Taxas de rentabilidade dos ativos



ativos, em se tratando de M1) na composição dos agregados monetários. A investigação de tão importantes questões merece, entretanto, um outro estudo.

Abstract

First we review the methodology involved in constructing monetary aggregates using Divisia weights. Divisia monetary aggregates (M2, M3 and M4) were then calculated with monthly data in the period jan.1980-dec.1992 and were found to have a better performance than the traditional monetary aggregates constructed with simple sum weights. This was so according to the following criteria: a) a closer relationship with the inflation rate; b) more stable monetary multipliers; and c) money velocity responding more properly to the changes in the interest rate.

Bibliografia

BARNETT, W. A. The user cost of money. *Economic Letters*, n.2, p.145-149, 1978.

————. Economic monetary aggregates: an application of index number and aggregation theory. *Journal of Econometrics*, Suppl., v.14, p.11-48, Sept. 1980.

————. Recent monetary policy and the Divisia monetary aggregates. *The American Statistician*, v.38, n.3, p.165-172, Aug. 1984.

————. Developments in monetary aggregation theory. *Journal of Policy Modeling*, v.12, n.2, p.205-257, Summer 1990.

BARNETT, W. A., FISHER, D., SERLETIS, A. Consumer theory and the demand for money. *Journal of Economic Literature*, v.30, n.4, p.2.086-2.119, Dec. 1992.

BARNETT, W. A., SPINDT, P.A. *Divisia monetary aggregates: compilation, data, and historical behavior.* Washington, D.C., Board of Governors of the Federal Reserve System, May 1982.

CHOU, Nan-Ting. An alternative monetary policy target: the new benchmark Divisia monetary index. *Applied Economics*, v.23, p.1.699-1.705, 1991.

DIEWERT, W. E. Exact and superlative index numbers. *Journal of Econometrics*, v.4, n.2, p.115-145, May 1976.

DONOVAN, D. J. Modeling the demand for liquid assets: an application to Canada. *IMF Staff Papers*, v.25, n.3-4, p.676-704, 1978.

EICHHORN, W. Fisher's tests revisited. *Econometrica*, v.44, n.2, p.247-256, Mar. 1976.

FISHER, I. *The making of index numbers*. New York, Houghton Mifflin, 1922.

FRIEDMAN, M., SCHWARTZ, A.J. *Monetary statistics of the United States: estimates, sources, methods*. New York, Columbia University Press, 1970.

GOLDFELD, S. M. The case of the missing money. *Brookings Papers on Economic Activity*, n.3, p.683-739, 1976.

ROSSI, J. W. A demanda por moeda no Brasil: o que ocorreu a partir de 1980? *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, v.18, n.1, p.37-53, abr. 1988.

————. Indicadores de liquidez: agregação monetária com o índice de Divisia. *Perspectivas da Economia Brasileira - 1994*. Rio de Janeiro, IPEA, Cap.8 p.155-170, 1993.

ROSSI, J. W., SILVA, M. da C. Índices ponderados de agregados monetários para o Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Rio de Janeiro, v.21, n.3, p.511-532, dez. 1991*a*.

————. A liquidez revisitada. *Perspectivas da Economia Brasileira - 1992*. Rio de Janeiro, IPEA, Cap. 3, p.41-58, 1991*b*.

SPINDT, P. A. Money is what money does: monetary aggregation and the equation of exchange. *Journal of Political Economy*, v.93, n.1, p.175-204, Feb. 1985.

YUE, P., FLURI, R. Divisia monetary services indexes for Switzerland: are they useful for monetary targeting? *Review of the Federal Reserve Bank of St. Louis*, v.73, n.5, p.19-33, Sept./Oct. 1991.

(Originais recebidos em abril de 1993. Revistos em julho de 1993.)