

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA TÉCNICA DOS MUNICÍPIOS BRASILEIROS NA EDUCAÇÃO PÚBLICA¹

Bernardo P. Schettini²

Este artigo estima escores de eficiência técnica por meio da análise envoltória de dados (DEA), com o intuito de compreender quais fatores explicam os diferenciais nas taxas de retorno entre os municípios brasileiros no ensino fundamental público. Quatro aspectos do trabalho são dignos de nota: *i)* considera um rol amplo de insumos e produtos; *ii)* abrange municípios de todo o Brasil, diferentemente dos estudos prévios com validade externa incerta; *iii)* analisa cuidadosamente a influência das observações extremas, estima o viés dos escores intrínseco à técnica não paramétrica e obtém coeficientes e erros-padrão no modelo econométrico que apresentam melhores propriedades estatísticas; e *iv)* implementa dois testes de comparação de grupos para compreender a influência de algumas políticas. Cumpre destacar alguns dos resultados novos: *i)* a ineficiência média caiu de 24% para 12% após eliminar as observações mais influentes, mas com a correção do viés chegou-se à estimativa final de 17%, que ainda é bem menor do que nos estudos anteriores; *ii)* a região mais ineficiente na esfera municipal é o Centro-Oeste, o que fica mais claro após levar em consideração a escassez dos insumos não discricionários no Nordeste; e *iii)* a disseminação nas escolas de programas de reforço de aprendizagem e de redução das taxas de abandono ou reprovação, assim como a existência de plano municipal de educação e consócio público na área, está associada a maiores níveis de eficiência técnica.

Palavras-chave: eficiência técnica; municípios; ensino fundamental público.

JEL: C14; H75; I22.

EVALUATION OF THE TECHNICAL EFFICIENCY OF BRAZILIAN MUNICIPALITIES IN PUBLIC EDUCATION

This paper estimates technical efficiency scores using data envelopment analysis (DEA), in order to understand what factors explain the variance in return rates across municipalities in primary public education. Four features of the study are noteworthy: *i)* it considers a wide range of inputs and outputs; *ii)* it includes municipalities from all over Brazil, in contrast to previous estimates with uncertain external validity; *iii)* it carefully examines the influence of extreme observations, estimates the bias intrinsic to the nonparametric method, and obtains coefficients and standard-errors in the econometric model which exhibit better statistical properties; and *iv)* it also implements two group comparison tests to clarify the importance of some policies. Some of the new results are as follows: *i)* the average inefficiency dropped from 24% to 12% after eliminating the most influential data points, but the final estimate is 17% due to the bias correction, which is still much lower than in previous studies; *ii)* the midwest is the most inefficient region at the local level, which is particularly clear after the scarcity of non-discretionary inputs in the northeast is accounted for; and *iii)* the dissemination among schools of programs for tutoring and reduction of dropout or repetition rates, as well as the existence of a municipal plan of education and public consortium in this area, is associated with higher levels of technical efficiency.

Keywords: technical efficiency; municipalities; primary public education.

1. O autor é grato a dois pareceristas anônimos desta revista pelas suas considerações. Os eventuais erros remanescentes são de sua inteira responsabilidade.

2. Técnico de planejamento e pesquisa da Diretoria de Estudos e Políticas Macroeconômicas (Dimac) do Ipea. *E-mail:* <bernardo.schettini@ipea.gov.br>.

1 INTRODUÇÃO

O Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) enxergava a necessidade de aumentar a despesa pública em educação para 7% do produto interno bruto (PIB) (Brasil, 2007). Este percentual aparecia como meta no projeto de lei do Plano Nacional da Educação (PNE) para o período de 2011 a 2020.³ Durante a tramitação no Congresso, tal parcela foi elevada para 10% do PIB. O plano foi sancionado pela presidente da República em junho de 2014.

Segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o “investimento direto em educação” era de 4,5% do PIB em 2007 (Maciel, 2012).⁴ De acordo com informações extraídas do Sistema de Informações sobre Orçamentos Públicos em Educação (Siope), que é operacionalizado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), o gasto total nas subfunções típicas era de 4,2% do PIB no mesmo ano. Estes valores cresceram, respectivamente, para 5,3% e 4,8% do PIB em 2011. Grande parte dessas despesas é executada pelas prefeituras e suas secretarias de educação (cerca de 45% nos últimos anos, sendo 75% deste total aplicado no ensino fundamental). Deve-se considerar que a capacidade de gestão e planejamento nesta esfera de governo é quase sempre bastante limitada, o que pode levar a muitos desperdícios diante da expansão pretendida nos recursos. De fato, estudos sobre eficiência técnica sugerem haver substancial desperdício de recursos no nível municipal.⁵

Rocha *et al.* (2013), usando a técnica não paramétrica denominada análise envoltória de dados (DEA), estimam que os resultados medidos pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) poderiam ser alcançados com um gasto por aluno cerca de 40% menor. Zoghbi *et al.* (2011) e Rosano-Peña, Albuquerque e Marcio (2012) analisam, respectivamente, os municípios dos estados de São Paulo e de Goiás, tendo encontrado níveis de ineficiência elevados. Ambos também estimam a eficiência do gasto, desconsiderando a variância nos demais insumos disponíveis. No entanto, esses trabalhos examinam a influência de alguns fatores ambientais.⁶

Gasparini e Ramos (2003) desenvolvem um estudo pioneiro usando a técnica DEA para analisar a eficiência do gasto dos estados e do Distrito Federal nos ensinos

3. O projeto de lei do PNE encontra-se disponível em: <<https://goo.gl/mvUw9a>>.

4. Maciel (2012) descreve a metodologia usada pelo Inep no cálculo de indicadores financeiros da área da educação pública. Segundo a terminologia adotada, o “investimento total em educação” é a soma de todos os recursos aplicados pelo setor público (União, estados e municípios), incluindo estimativa da aposentadoria futura do pessoal ativo no setor. O “investimento direto” exclui, além da estimativa da aposentadoria futura, o pagamento de bolsas de estudo, financiamento estudantil e transferências para entidades privadas.

5. As análises empreendidas aqui e na literatura citada apoiam-se no conceito de eficiência técnica. Isso diz respeito à utilização ótima dos insumos em face da tecnologia de produção, mas desconsidera os vetores de preços necessários para analisar a eficiência alocativa, uma vez que eles não se encontram disponíveis no nível municipal ou mesmo estadual.

6. Os fatores ambientais são variáveis que podem afetar os níveis de eficiência técnica, mas que estão fora do controle dos gestores no curto prazo (como renda *per capita*, taxa de pobreza, níveis de instrução e saúde). Eles também são chamados na literatura especializada de insumos não discricionários.

fundamental e médio. Após a mensuração, estimam uma regressão dos escores em alguns fatores ambientais. Este procedimento é conhecido como DEA em dois estágios. Mais recentemente, Zoghbi *et al.* (2009), Alves Junior (2010) e Benegas (2012) adotam métodos distintos para analisar o mesmo fenômeno, bem como consideraram outros insumos além das disponibilidades financeiras. Zoghbi *et al.* (2009) escolhem o envoltório de livre descarte (FDH), que é similar ao método DEA, mas não supõe convexidade. Alves Júnior (2010) combina DEA ao método paramétrico de fronteiras estocásticas (SFA). Por sua vez, Benegas (2012) adota o procedimento *network* DEA, que concebe a produção em duas etapas (abrangência da oferta e efetividade do ensino).

Para alguns autores, as unidades de tomada de decisão relevantes são as instituições de ensino. Delgado e Machado (2007) analisam as escolas dos ensinos fundamental e médio da rede estadual em Minas Gerais usando o procedimento DEA em dois estágios. Como havia muitas escolas no banco de dados, os autores analisam a influência das observações mais extremas, pois técnicas não paramétricas são muito sensíveis a *outliers*. Já Trigo (2010), que analisou a eficiência de escolas de todo o Brasil, opta pelo método SFA. Alguns pesquisadores analisam com maior profundidade o ensino superior. Marinho, Resende e Façanha (1997), por exemplo, usam DEA para estimar a eficiência das universidades federais brasileiras. Posteriormente, Façanha e Marinho (1999) relacionam a eficiência estimada com o modelo de financiamento dessas instituições de ensino à luz das teorias dos contratos e incentivos. Façanha e Marinho (2001) realizam estimativas DEA incluindo instituições de ensino superior do governo e privadas.

Este artigo estima escores de eficiência técnica no ensino fundamental público na esfera municipal do Brasil usando o método DEA. Após a mensuração, é feita uma investigação dos fatores capazes de explicar a variância dos escores entre as unidades tomadoras de decisão consideradas. Esta etapa diferencia os fatores ambientais, que estão fora do controle dos gestores no curto prazo, das políticas escolhidas por estes mesmos gestores. A seguir são elencadas as principais contribuições do trabalho. Alguns dos resultados encontrados são mencionados para ilustrar a importância dos procedimentos adotados.

Em primeiro lugar, o trabalho engloba municípios de todo o Brasil em vez de delimitar as estimações a uma Unidade da Federação (UF) em específico, como na maioria dos estudos anteriores. Isto é importante devido à questão da validade externa. Com efeito, não está claro, em princípio, se as conclusões obtidas com dados de São Paulo ou Goiás são generalizáveis para os municípios do restante do Brasil. Além disto, a distribuição espacial da ineficiência traz algumas indicações importantes, notadamente o fato de que há relativamente muito desperdício entre os municípios do Centro-Oeste, o que fica especialmente claro depois de eliminar a influência dos insumos não discricionários sobre os escores dos municípios do Nordeste.

Segundo, no lugar de analisar apenas a eficiência do gasto, como fazem os três estudos para municípios citados anteriormente, considera-se aqui os insumos trabalho e capital físico que são essenciais nessa área. Os produtos escolhidos buscam captar também as dimensões mais relevantes da produção: proficiência, repetência e abandono. Este aspecto por si só resulta em uma redução considerável da ineficiência estimada, que foi de 24% na primeira etapa do trabalho empírico. Rocha *et al.* (2013), na única investigação conhecida para municípios de todo o Brasil, encontram desperdício médio de quase 50% para retornos variáveis de escala usando o gasto em educação como o único insumo discricionário e o Ideb como produto.

Em terceiro lugar, o presente trabalho faz uma análise cuidadosa da influência das observações mais extremas sobre a fronteira de produção estimada. Na área da educação, apenas Delgado e Machado (2007) observam que escolas com desempenho excepcional podem prejudicar a mensuração pretendida. A técnica adotada aqui é conhecida como *jackstrap* e foi proposta por Sampaio de Sousa e Stošić (2005), sendo adequada para situações em que há muitas unidades tomadoras de decisão. Após eliminar os *outliers*, a ineficiência média cai para próximo de 12%. Mas há mudanças não apenas na média, mas em toda a distribuição.

Em quarto lugar, seguindo Simar e Wilson (2007), são adotadas técnicas de reamostragem apropriadas ao método DEA, visando estimar o viés de subestimação intrínseco aos escores não paramétricos e obter coeficientes e erros-padrão no modelo econométrico que apresentam melhores propriedades em amostras finitas. A ineficiência média ficou próxima a 17% após a correção dos escores. Houve mudanças também na regressão estimada, não cabendo aqui explorar os detalhes.

Em quinto lugar, após eliminar a influência dos fatores ambientais, o trabalho investiga a relação com algumas políticas específicas da área da educação, o que foi feito por meio dos testes F e Kolmogorov-Smirnov de comparação de grupos. Os resultados indicam que a existência de plano municipal de educação e consórcio público na área e a disseminação de programação de programas de reforço de aprendizagem e de redução das taxas de abandono ou reprovação estão associadas a maiores níveis de eficiência.

O presente estudo compreende outras quatro seções. A seção 2 mostra a estratégia empírica adotada. Na seção 3 descrevemos os dados e reportamos as estatísticas descritivas relevantes. Na seção 4 são apresentados os resultados encontrados na pesquisa. Por fim, a seção 5 faz as considerações finais.

2 ESTRATÉGIA EMPÍRICA

O método adotado é conhecido como “DEA em dois estágios”, uma vez que combina a análise envoltória com modelos de regressão. No que diz respeito ao enfoque empírico adotado, o que diferencia este trabalho dos demais estudos sobre

eficiência na provisão de educação pública pelos municípios é a utilização intensiva de técnicas de amostragem. Os passos descritos na sequência mostram como elas foram usadas para lidar com observações influentes, estimar o viés dos escores de eficiência e viabilizar a inferência estatística.⁷

2.1 Método semiparamétrico

As análises de eficiência têm como principal referencial, na área de economia, a teoria da produção. No caso do ensino fundamental, as principais unidades tomadoras de decisão (DMUs) são as prefeituras, uma vez que grande parte das decisões acerca da alocação de recursos orçamentários foge do escopo de atuação das escolas.

O modelo empírico pressupõe que os N municípios defrontam-se com uma tecnologia comum (Ψ). No que se segue, iremos denotar por $x_n (x_{n1}, \dots, x_{np}) \in \mathbb{R}_+^p$ e $y_n (y_{n1}, \dots, y_{nq}) \in \mathbb{R}_+^q$ os vetores de insumos e produtos da DMU n ($n = 1, \dots, N$). Dado isso, o conjunto de possibilidade de produção (CPP) é formado pelos planos (x, y) factíveis:

$$P = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid x \text{ pode produzir } y\}. \quad (1)$$

Essa tecnologia não é observável, mas a técnica DEA possibilita chegar a uma estimativa \hat{P} a partir dos dados. Para tal, adota o expediente de programação linear matemática, aliado ao princípio da extrapolação mínima.

Segundo tal princípio, a estimativa \hat{P} é o menor subconjunto no espaço $\mathbb{R}_+^p \times \mathbb{R}_+^q$ que contém os dados (x_n, y_n) , para todo n , e satisfaz certos pressupostos que podem variar de acordo com a aplicação. Entre essas condições de regularidade, as mais comuns são: *i*) o livre descarte de insumos e produtos; *ii*) a convexidade do conjunto de possibilidade de produção; e *iii*) algum tipo de retorno de escala.

A primeira condição significa ser possível produzir menos com mais, isto é, $(x, y) \in P, x' \geq x$ e $y' \leq y \Rightarrow (x', y') \in P$. De acordo com a segunda, combinações convexas de planos de produção são factíveis, ou seja, $(x, y) \in P, (x', y') \in P, \alpha \in [0, 1] \Rightarrow \alpha \cdot (x, y) + (1 - \alpha) \cdot (x', y') \in P$. A terceira condição de regularidade atribui γ -retornos de escala à tecnologia de produção, onde $\gamma = crs$ (retornos constantes de escala), drs (não crescentes), irs (não decrescentes) ou $vors$ (variáveis) são as hipóteses possíveis.

7. Simar e Wilson (2015) descrevem o estado da arte do campo da mensuração da eficiência técnica por meio de métodos não paramétricos e apresentam as principais soluções disponíveis para endereçar problemas empíricos como os que serão abordados a seguir. Em especial, a estimação de fronteiras de "ordem m " constitui uma alternativa interessante para lidar com *outliers* que pode ser explorada em trabalhos futuros, conforme indicou um parecerista desta revista. Para mais detalhes sobre este tópico, ver Simar (2003).

A tecnologia que será encontrada é a seguinte (Bogetoft e Otto, 2011):

$$\hat{\mathcal{P}}(\gamma) = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid \exists n \in \Lambda^N(\gamma): x \geq \sum_{n=1}^N \lambda_n x_n, y \leq \sum_{n=1}^N \lambda_n y_n \right\}, \quad (2)$$

onde:⁸

$$\Lambda^N(crs) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^N \mid \sum_{n=1}^N \lambda_n \text{ livre} \right\},$$

$$\Lambda^N(drs) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^N \mid \sum_{n=1}^N \lambda_n \leq 1 \right\},$$

$$\Lambda^N(irs) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^N \mid \sum_{n=1}^N \lambda_n \geq 1 \right\},$$

$$\Lambda^N(vrs) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^N \mid \sum_{n=1}^N \lambda_n = 1 \right\}.$$

No que se refere à métrica de eficiência, é bastante usual trabalhar com medidas radiais ao invés de direcionais. Na orientação pelos produtos, que é adotada neste estudo, os índices radiais mensuram a mudança proporcional nos produtos que é factível, considerando os insumos como dados. Especificamente, o índice de Farrell da DMU o na orientação pelos produtos é dado pelo escalar abaixo (o índice de Shephard é a recíproca deste escalar):

$$\delta_o = \delta(x_o, y_o | \mathcal{P}) = \max\{\delta \in \mathbb{R}_+ \mid (x_o, \delta y_o) \in \mathcal{P}\}. \quad (3)$$

Geometricamente, esse escore de eficiência irá refletir a distância euclidiana paralela aos eixos dos produtos e perpendicular aos eixos dos insumos do ponto (x_o, y_o) até a fronteira da tecnologia de produção estimada.

8. O CPP mais amplo é o de retornos constantes, pois permite mudanças arbitrárias de escala ($\sum_{n=1}^N \lambda_n$ livre). A tecnologia de retornos não crescentes permite mudanças radiais somente na direção da origem ($\sum_{n=1}^N \lambda_n \leq 1$). O contrário é válido para a de retornos não decrescentes ($\sum_{n=1}^N \lambda_n \geq 1$). A tecnologia de retornos variáveis envelopa melhor os dados, sendo definida pela intersecção desses dois últimos CPPs ($\sum_{n=1}^N \lambda_n = 1$).

O programa DEA é dado por:

$$\begin{aligned}
 \hat{\delta}_o &= \max_{\delta, \lambda_1, \dots, \lambda_N} \delta \\
 \text{s.t.} \quad x_{oi} &\geq \sum_{n=1}^N \lambda_n x_{ni}, \quad (i = 1, \dots, p) \\
 \delta y_{oj} &\geq \sum_{n=1}^N \lambda_n y_{nj}, \quad (j = 1, \dots, q) \\
 \lambda &\in \Lambda^N(\gamma).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Portanto, o problema de otimização descrito envolve, para cada DMU o , encontrar $N + 1$ variáveis a partir de uma função objetivo linear e $p + q + 1$ restrições lineares.

Para examinar os determinantes ambientais dos escores de eficiência e obter um *ranking* livre da influência desses fatores (z_n), normalmente são empregados modelos de regressão em uma segunda etapa do procedimento. O ponto de partida deste estudo é a especificação *log*-linear abaixo:

$$\ln \delta_n = z_n \beta + \varepsilon_n, \quad (n = 1, \dots, N), \tag{5}$$

onde β denota o vetor de parâmetros que precisa ser estimado e ε_n é um termo de erro *i.i.d.* não correlacionado com z_n .

Os escores verdadeiros de eficiência δ_n não são observáveis, mas sim uma versão $\hat{\delta}_n$ estimada por meio da técnica DEA, que apresenta certa concentração de valores na fronteira de produção. Como em diversos outros estudos, optou-se pelo modelo Tobit. Dessa forma, temos:

$$\ln \hat{\delta}_n = z_n \beta + \xi_n \geq 0. \quad (n = 1, \dots, N), \tag{6}$$

onde ξ_n é *n.i.d.* com média 0 e variância σ_ξ^2 constante entre as observações, sendo truncada à esquerda no ponto $-z_n \beta$.

Esse modelo decompõe a ineficiência em uma parcela que é exógena ($z_n \beta$) e outra parte que reflete o desempenho aleatório da administração local (ξ_n). Assim, as estimativas de máxima verossimilhança para β possibilitam chegar nos chamados escores residuais, que representam a ineficiência não correlacionada com fatores ambientais.

Os escores residuais podem ser normalizados da seguinte forma:

$$\tilde{\delta}_n = \exp(\xi_n - \xi_{\min}), \quad (n = 1, \dots, N), \quad (7)$$

onde ξ_{\min} denota o mínimo de ξ_n (DMU mais eficiente).

Cumpra observar que o modelo empírico descrito acima pode conduzir a análises equivocadas, uma vez que os escores são bastante sensíveis à presença de *outliers* quando calculados pela técnica DEA. Além disso, os estimadores apresentados não estão livres de vies. Apesar de consistentes, a convergência é muito lenta no modelo não paramétrico. Há também questões relacionadas à eficiência dos estimadores que precisam ser resolvidas. O restante da seção descreve a maneira escolhida para lidar com essas dificuldades práticas.

2.2 Outliers

A principal vantagem da técnica da DEA é a flexibilidade na adequação aos dados. A principal fraqueza, entretanto, reside no fato de não levar em consideração perturbações aleatórias nos dados, decorrentes, por exemplo, de erros de mensuração nas variáveis. Na ótica DEA, qualquer desvio em relação à fronteira de produção significa ineficiência.

Esses fatores fazem com que a mensuração pretendida seja sensível à presença de *outliers*, uma vez que a fronteira é constituída por combinações lineares dos pontos extremos da amostra. Sampaio de Sousa e Stošić (2005) propõem uma maneira de encontrar escores robustos a observações influentes, que é atrativa quando a quantidade de DMUs é elevada, pois não depende da inspeção visual dos dados.⁹

Essa técnica é denominada *jackstrap*, pois combina um esquema *jackknife* com a reamostragem estocástica *bootstrap* (o que reduz o custo computacional). Esses expedientes são usados para calcular a influência de cada observação sobre a fronteira de produção.

A alavancagem da DMU o refere-se ao impacto da sua retirada da amostra sobre a mensuração da eficiência das demais DMUs, podendo ser medida pelo desvio-padrão dos escores antes e depois:

$$\ell_o = \sqrt{\frac{\sum_{n=1; n \neq o}^N (\delta_n^{o^-} - \tilde{\delta}_n)^2}{N - 1}}, \quad (8)$$

9. Sampaio de Sousa e Stošić (2005) exemplificam a utilização dessa técnica em um exercício empírico com dados municipais brasileiros. Santos, Cribari-Neto e Sampaio de Sousa (2007) e Sampaio de Sousa, Cribari-Neto e Stošić (2005) fazem aplicações semelhantes para mensurar a eficiência nas principais áreas de atuação das prefeituras. Delgado e Machado (2007) empregam essa técnica nas suas análises sobre as escolas estaduais de Minas Gerais.

onde $\{\hat{\delta}_n | n = 1, \dots, N\}$ refere-se aos escores calculados para cada DMU usando todos os dados, enquanto $\{\hat{\delta}_n^o | n = 1, \dots, N; n \neq o\}$ denota os escores calculados sem a observação da DMU o .¹⁰

Os passos relevantes são descritos a seguir (Sampaio de Sousa e Stošić, 2005).

- 1) Selecionar aleatoriamente um subconjunto de L DMUs e calcular as alavancagens $\tilde{\ell}_l$, onde l assume L valores distintos sorteados do conjunto $\{1, \dots, N\}$, pois não há reposição.
- 2) Repetir o passo anterior B vezes para calcular as alavancagens $\tilde{\ell}_{lb}$ ($b = 1, \dots, B$), notando que, para B grande o suficiente, cada DMU l será selecionada $n_l \approx BL/N$ vezes.
- 3) Calcular a média para cada DMU l :

$$\tilde{\ell}_l = \frac{\sum_{b=1}^{n_l} \tilde{\ell}_{lb}}{n_l}, \quad (9)$$

e a média global das alavancagens:

$$\tilde{\ell} = \frac{\sum_{l=1}^N \tilde{\ell}_l}{N}. \quad (10)$$

É possível atribuir menor chance de selecionar DMUs muito influentes no cálculo de distribuições empíricas via reamostragem, adotando uma função de probabilidade que penaliza a alavancagem elevada. Esses valores possibilitam também identificar e eliminar observações muito influentes para refazer os cálculos via DEA, sendo necessário escolher um valor de limiar.

Além de combinar essas duas ideias, a seguinte função de probabilidade (*heaviside step function*) apresentou os resultados mais satisfatórios nas simulações reportadas pelos autores:

$$P(\tilde{\ell}_o) = \begin{cases} 1, & \tilde{\ell}_o < \tilde{\ell}^* \\ 0, & \tilde{\ell}_o \geq \tilde{\ell}^* \end{cases}, \quad (11)$$

onde $\tilde{\ell}^* = \tilde{\ell} \log N$ é o valor do limiar (que leva em consideração o tamanho da amostra de dados).

10. Para N grande, é praticamente proibitivo calcular alavancagens para todas as DMUs, uma vez que isso exigiria resolver $N \times (N - 1)$ programas lineares.

2.3 Viés e imprecisão

A análise econométrica descrita anteriormente – modelo de regressão (6) – pode ser comprometida, pois o estimador de β tende a ser enviesado, além de impreciso, devido aos problemas descritos no que se segue.

É importante notar que, embora a estimativa DEA dos escores seja consistente, a taxa de convergência é muito baixa e depende da dimensionalidade do plano de produção (maldição da dimensionalidade) (Kneip, Park e Simar, 1998):

$$\hat{\delta}_o = \delta_o + O_p \left(N^{-\frac{2}{p+q+1}} \right). \quad (12)$$

As análises descritas anteriormente são válidas assintoticamente. No entanto, três problemas precisam ser considerados para melhorar as propriedades do estimador em amostras finitas.

Em primeiro lugar, os resíduos ξ_n são serialmente correlacionados. Isso decorre do fato de que os escores DEA dependem das observações de (x, y) de maneira complexa por intermédio do CPP. Essa estrutura de correlação, que é desconhecida, deve contaminar a distribuição dos resíduos.

Segundo, as variáveis que integram o plano de produção (x_n, y_n) são correlacionadas com os fatores ambientais no vetor z_n (caso contrário, não haveria motivação para as análises econométricas). Isso, por sua vez, faz com que os resíduos ξ_n sejam correlacionados com as variáveis de z_n .

Em terceiro lugar, os próprios escores são enviesados para baixo (subestimam a real ineficiência), uma vez que o CPP estimado via DEA constitui uma aproximação interior da tecnologia. Esse viés tende a ser maior em regiões esparsas do CPP, pois há menos informação em relação à localização da fronteira. Trata-se de outro canal pelo qual os resíduos ξ_n podem estar correlacionados com (x_n, y_n) e, por conseguinte, com z_n .

Esses problemas podem ser contornados com o auxílio de técnicas de reamostragem. Contudo, chama-se atenção para o fato de que o *bootstrap* usual não se aplica no caso da técnica DEA (Simar e Wilson, 1998).¹¹

Simar e Wilson (2007) propõem um algoritmo (que aplica *bootstrap* duas vezes nos dados) para corrigir o viés e aumentar a precisão.

11. Não faz sentido reamostrar B vezes diretamente $\hat{\delta}_n$ para calcular os momentos necessários e realizar testes de hipóteses, pois tal procedimento considera que toda a diferença entre os escores é aleatória. Contudo, também não é adequado reamostrar o conjunto \mathcal{C} e, para cada réplica \mathcal{C}^b , calcular a tecnologia $\hat{\mathcal{P}}^b$ e os escores δ_n^b ($n = 1, \dots, N$), uma vez que isso irá produzir $\delta_n^b \leq 1$ sempre que $(x_n, y_n) \notin \hat{\mathcal{P}}^b$.

- 1) Usando os dados originais $P = \{(x_n, y_n); n = 1, \dots, N\}$, calcular os escores $\hat{\delta}_n = \hat{\delta}(x_n, y_n | \hat{P})$ ($n = 1, \dots, N$) com base no programa (4).
- 2) Usar o método de máxima verossimilhança para obter estimativas $\hat{\beta}$ de β e $\hat{\sigma}_\xi$ de σ_ξ na regressão de $\ln \hat{\delta}_n$ em z_n conforme (6), usando as $M < N$ observações que obtiveram $\hat{\delta}_n > 1$.
- 3) Repetir os passos (3.1) a (3.4) L_1 vezes para obter N conjuntos de estimativas *bootstrap* $\mathcal{A}_n = \{\hat{\delta}_{nb}^*\}_{b=1}^{L_1}$.
 - 3.1) Para $n = 1, \dots, N$, sortear ξ_n da distribuição $N(0, \hat{\sigma}_\xi^2)$ truncada em $(-z_n \hat{\beta})$.
 - 3.2) Computar $\ln \delta_n^* = z_n \hat{\beta} + \xi_n$ ($n = 1, \dots, N$).
 - 3.3) Definir $x_n^* = x_n, y_n^* = y_n \hat{\delta}_n / \delta_n^*$ ($n = 1, \dots, N$).
 - 3.4) Computar $\delta_n^* = \delta(x_n, y_n | \hat{P}^*)$ ($n = 1, \dots, N$), onde \hat{P}^* é obtido de (2) substituindo (x, y) por (x^*, y^*) .
- 4) Usando as estimativas em \mathcal{A}_n e o estimador original $\hat{\delta}_n$, calcular o estimador com correção de viés $\hat{\delta}_n = 2\hat{\delta}_n - \frac{1}{L_1} \sum_{b=1}^{L_1} \delta_{n,b}^*$ ($n = 1, \dots, N$).¹²
- 5) Usar o método da máxima verossimilhança para estimar a regressão de $\ln \hat{\delta}_n$ em z_n e obter as estimativas $(\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\xi)$.
- 6) Repetir os passos (6.1) a (6.3) L_2 vezes para obter um conjunto de estimativas *bootstrap* $\mathcal{B}_n = \{\hat{\beta}^*, \hat{\sigma}_\xi^*\}_{b=1}^{L_2}$.
 - 6.1) Para $n = 1, \dots, N$, sortear ξ_n da distribuição $N(0, \hat{\sigma}_\xi^2)$ truncada em $(-z_n \hat{\beta})$.
 - 6.2) Computar $\ln \delta_n^{**} = z_n \hat{\beta} + \xi_n$ ($n = 1, \dots, N$).
 - 6.3) Usar o método da máxima verossimilhança para estimar a regressão de $\ln \delta_n^{**}$ em z_n e obter as estimativas $(\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\xi)$.
- 7) Usar os valores de *bootstrap* em \mathcal{B} e as estimativas originais $\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\xi$ para construir intervalos de confiança para cada elemento de β e para σ_ξ .¹³

12. Vale lembrar que viés $p_n = E_p(\hat{\delta}_n) - \delta_n$. O estimador *bootstrap* calcula $\widehat{\text{viés}}_n = \bar{\delta}_n^* - \hat{\delta}_n$, onde $\bar{\delta}_n^* = \frac{1}{L_1} \sum_{b=1}^{L_1} \delta_{n,b}^*$ como aproximação para viés $p_n = E_p(\hat{\delta}_n) - \delta_n$ (Simar e Wilson, 1998). Segue que a eficiência com correção de viés é dada por $\hat{\delta}_n = \hat{\delta}_n - \widehat{\text{viés}}_n = 2\hat{\delta}_n - \bar{\delta}_n^*$.

13. Vale ressaltar que, como o passo (1) gera a estimativa $\hat{\delta}_n$ consistente de δ_n , segue que o método de máxima verossimilhança usado no passo (2) produz a estimativa $\hat{\beta}$ do vetor β que também é consistente. Contudo, a usual taxa de convergência \sqrt{n} não é verificada. Em face disso, os passos (3) e (4) aplicam o *bootstrap* nesses dados para chegar à estimativa $\hat{\delta}$ com correção de viés. Finalmente, os passos (5) e (6) executam um *bootstrap* paramétrico no modelo de regressão não linear, enquanto o passo (7) usa os percentis da distribuição empírica para construir intervalos de confiança para os parâmetros relevantes.

3 BASE DE DADOS

Esta seção mostra os dados usados nas análises empreendidas. Inicialmente é feita uma breve descrição das variáveis. Na sequência são reportados os resultados da análise de componentes principais. A última parte mostra algumas estatísticas descritivas.

Há duas diferenças principais em relação aos estudos anteriores no tocante aos dados, que devem ser destacadas antes de prosseguir. Primeiro, o presente trabalho considera que as DMUs relevantes são as prefeituras e usa informações dos municípios de todo o Brasil nas estimativas. Este aspecto é importante, sobretudo do ponto de vista da validade externa dos resultados. Em segundo lugar, em vez de estimar a eficiência do gasto apenas, considera um rol amplo de insumos, incluindo medidas de trabalho e capital físico. Da mesma forma, os produtos abrangem as diferentes dimensões da produção na área, incluindo a proficiência dos alunos e a incidência de reprovação e abandono nas escolas.

3.1 Descrição das variáveis

As principais fontes consultadas para a análise de eficiência foram o Inep e o FNDE. As análises de regressão, assim como a comparação de distribuições por intermédio de indicadores de gestão, contaram com dados de outros órgãos, como o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e o Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud).

As bases de dados do Inep usadas foram o Censo da Educação Básica (Censo Escolar) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Prova Brasil), que consiste na parte quase censitária do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), abrangendo as escolas públicas urbanas e rurais do ensino fundamental que tenham pelo menos vinte alunos matriculados nas séries avaliadas. No caso do FNDE, as análises contaram com dados do Siope.

A definição realista do rol de insumos e produtos da educação é relevante para as análises de eficiência.¹⁴ O quadro 1 descreve as variáveis empregadas no estudo. Cabe observar que elas se referem a médias extraídas das escolas cuja dependência administrativa é municipal. Os dados abrangem os anos iniciais do ensino fundamental (primeiro ao quinto), pois os municípios têm atuação prioritária nessas séries.

No que se refere aos produtos, são consideradas três variáveis que captam dimensões distintas da qualidade na área da educação: proficiência em matemática (*nota_mt*), inverso da taxa de distorção idade-série (*inv_tx_distorcao*) e inverso da taxa de abandono (*inv_tx_abandono*). No tocante aos insumos, são adotadas *proxies* dos insumos trabalho, capital físico e financeiro, que compõem a função de

14. Se o CPP abranger insumos e produtos que importam pouco, isso deve levar à classificação incorreta de DMUs como eficientes em decorrência da ausência de pares para comparação ou porque algumas unidades especializaram-se em produtos irrelevantes. Vale notar também que a técnica sofre da maldição da dimensionalidade – ver seção 2, equação (12).

produção educacional. Especificamente, as variáveis empregadas são o número de professores com ensino superior por matrícula (*prof_es*), horas-aula (*horas_aula*), salas de aula por matrícula (*num_salas*), um índice de infraestrutura que abrange outras instalações disponíveis (*pca_k*) e o gasto por aluno (*gasto_aluno*).

QUADRO 1
Insumos e produtos (2011)

Variável	Definição	Descrição	Fonte
<i>prof_es</i>	Número de professores com ensino superior por matrícula	É feita a contagem do número de professores com ensino superior e do número de matrículas separadamente para as séries iniciais do EF nas escolas de dependência administrativa municipal.	Censo Escolar/Inep
<i>horas_aula</i>	Número médio de horas-aula diária	O Inep disponibiliza o número médio de horas-aula de forma separada para os anos iniciais do EF nas escolas de dependência administrativa municipal.	Censo Escolar/Inep
<i>num_salas</i>	Número de salas existentes por matrícula	É feita a contagem do número total de salas existentes e o número total de alunos no EF nas escolas de dependência administrativa municipal.	Censo Escolar/Inep
<i>pca_k</i>	Infraestrutura: instalações auxiliares disponíveis nas escolas	PCA na proporção de escolas que contam com biblioteca, sala de leitura, laboratório de informática, laboratório de ciências, quadra de esportes, sala de professores e sala da diretoria.	Censo Escolar/Inep
<i>gasto_aluno</i>	Gasto em MDE por matrícula	Considera-se, no orçamento municipal, a função 12 (educação), subfunção 361 (EF). Enquadram-se nos gastos com MDE aqueles previstos na LDB, artigo 70. O denominador é dado pelo número de matrículas. A variável usada foi a média do indicador entre 2008 e 2011.	Siope/FNDE e Censo Escolar/Inep
<i>nota_mt</i>	Proficiência média em matemática	Nota média em matemática obtida pelos alunos do quinto ano do EF nas escolas de dependência administrativa municipal. O Inep pondera os alunos, as turmas e as escolas para fazer os cálculos de média.	Prova Brasil/Inep
<i>inv_tx_distorcao</i> ¹	Inverso da taxa de distorção idade-série	Essa taxa indica, entre os alunos matriculados, a proporção de matrículas fora da idade correta. O Inep disponibiliza a taxa de distorção separadamente para as séries iniciais do EF nas escolas municipais.	Censo Escolar/Inep
<i>inv_tx_abandono</i> ²	Inverso da taxa de abandono	Essa taxa indica a porcentagem de alunos que deixaram de frequentar a escola após a data de referência do Censo Escolar. O Inep faz os cálculos separadamente para as séries iniciais do EF nas escolas municipais.	Censo Escolar/Inep

Elaboração do autor.

Notas: ¹ Vamos considerar o Censo do ano t e a série k do ensino fundamental, cuja idade adequada é de i anos. A taxa calculada pelo Inep é dada pelo quociente entre o número de alunos que, no ano t , completam $i + 2$ anos ou mais (nascimento antes de $t - [i + 1]$), e a matrícula total na série k .

² Taxa de abandono = $[ABA / (APR + REP + ABA)]$, onde: ABA = número de alunos que deixaram de frequentar; APR = número de alunos que aprovaram; e REP = número de alunos que reprovaram. Nos casos em que ABA = 0, imputamos o valor 1.000 para essa variável.

Obs.: EF = ensino fundamental; MDE = manutenção e desenvolvimento do ensino; LDB = Lei nº 9.394, de dezembro de 1996, conhecida como Lei de Diretrizes e Bases da Educação.

A variável de infraestrutura é elaborada por meio da análise de componentes principais (PCA) aplicada na proporção de escolas que contam com biblioteca, sala de leitura,

laboratório de informática, laboratório de ciências, sala de professores e sala da diretoria.¹⁵ Os resultados referentes a tal análise são reportados mais à frente.

Com relação às demais variáveis usadas, adota-se aqui a distinção entre fatores ambientais e de gestão da área da educação. Os primeiros são variáveis exógenas que estão fora do controle no curto prazo, ao passo que os últimos refletem escolhas realizadas pelos gestores.

Entre os fatores ambientais, estão incluídos a proporção de escolas urbanas (*urbana*) e o número total de matrículas (*lmat*). Ambas foram extraídas do Censo Escolar e buscam captar, respectivamente, as condições mais desfavoráveis enfrentadas no campo e as possíveis economias de escala ou efeitos de congestionamento na oferta de educação. Dos questionários da Prova Brasil (respondidos pelos alunos e professores) foram obtidos o percentual de alunos que trabalham (*trab_aluno*), o percentual de pais que frequentam as reuniões escolares “sempre” ou “quase sempre” (*reuniao_pais*) e o percentual de professores que exercem outra atividade fora da área da educação (*prof_outro_trab*).

As demais variáveis deste grupo foram extraídas do Atlas do Desenvolvimento Humano 2013.¹⁶ São elas: a renda domiciliar média *per capita* (*renda_pc*), a taxa de desemprego (*tx_des*), o percentual de crianças pobres (*pob_crianca*), o coeficiente de Gini da renda (*gini*), o percentual de domicílios com abastecimento de água e esgotamento sanitário inadequados (*tx_agua_esgoto*), a esperança de vida ao nascer (*exp_vida*), a mortalidade infantil (*mort_infantil*) e a taxa de analfabetismo (*tx_analf*).

Grande parte das variáveis relacionadas à gestão foram obtidas da Pesquisa de Informações Básicas Municipais (Munic) do IBGE. São elas: a existência de plano municipal de educação (*plano_munic*), consórcio público intermunicipal, com o estado ou a União (*cons_pub*), consórcio administrativo intermunicipal, com o estado ou a União (*cons_adm*), convênio de parceria com o setor privado (*conv_priv*) e apoio privado ou de comunidades (*apoio_priv*).

Outras vieram dos questionários da Prova Brasil (agora os respondidos pelos diretores). Calculou-se o percentual de escolas que adotam programas de redução das taxas de abandono ou reprovação (*reduc_abandono*), o percentual dos que desenvolvem regularmente programa de apoio ou reforço de aprendizagem (*reforco*), o percentual em que o diretor assumiu por meio de indicação (*dir_indicacao*) e o percentual em que mais da metade dos professores possui vínculo estável (*prof_vinculo*).¹⁷

15. As condições das instalações escolares (energia e água pública, esgoto sanitário, banheiros etc.) não comparecem entre os insumos, pois fica a impressão de que a variabilidade relevante desaparece quando se tira a média municipal. Equipamentos audiovisuais de apoio ao ensino (televisores, videocassete, DVD e retroprojetores) são desconsiderados, uma vez que é bastante questionável a influência exercida por esses itens. No caso de computadores, internet e banda larga, observa-se proporção elevada de não respostas.

16. Elaborado pelo Pnud e instituições parceiras com base nos dados do Censo Demográfico de 2010.

17. Diferentemente dos indicadores da Munic, as variáveis obtidas dos questionários da Prova Brasil são contínuas e tiveram que ser dicotomizadas. O limite do primeiro quartil da distribuição foi o valor de corte escolhido. Ver tabela 6 mais à frente.

3.2 Análise de componentes principais

A aplicação da técnica de estatística multivariada, denominada PCA, surge da necessidade de incorporar no modelo empírico a variabilidade percebida na infraestrutura média das escolas entre os municípios, sem aumentar demais a dimensionalidade do vetor de insumos.

Para uma descrição do método PCA, ver, por exemplo, Mardia, Kent e Bibby (1979). Faz-se aqui uma breve exposição, seguindo Mingoti (2005), para auxiliar na interpretação dos resultados reportados na sequência.

O vetor x_k de dimensão $p_k \times 1$ contém as variáveis que indicam a proporção de escolas que contam com as instalações auxiliares em um dado município. O vetor de médias é indicado por μ_k , enquanto $\Sigma_{p_k \times p_k}$ denota a matriz de covariância. Os autovalores de Σ são indicados por $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{p_k}$, sendo seus respectivos autovetores normalizados dados por e_i ($i = 1, 2, \dots, p_k$).

Seja $\tilde{x}_k = O'x_k$, onde $O = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_{p_k}]$ é a matriz ortogonal ($p_k \times p_k$) formada pelos autovetores de Σ (matriz de *loadings*). A matriz de covariância de \tilde{x}_k é dada por $\Omega = O\Sigma O$, onde Ω é diagonal, sendo formada pelos autovalores ordenados de Σ . A j -ésima componente principal de Σ é dada por $\tilde{x}_{jk} = e_j'x_{jk}$, sendo $\text{var}[\tilde{x}_{jk}] = \lambda_j$ e $\text{cov}[\tilde{x}_{jk}, \tilde{x}_{lk}] = 0$ sempre que $j \neq l$. Dessa forma, a matriz de dados X_{p_k} ($p_k \times N$) deve ser multiplicada por O' para se chegar nos valores numéricos das componentes principais, conhecidos como escores.¹⁸

As estatísticas descritivas das variáveis de infraestrutura consideradas são mostradas na tabela 1 ($N = 5.563$; $p = 7$). A PCA permitiu reduzir essa dimensionalidade, pois consiste em um resumo parcimonioso da variabilidade encontrada nos dados.

TABELA 1
Estatística descritiva (infraestrutura)

Variável	N = 5.563				
	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
<i>biblioteca</i>	0,00	1,00	0,21	0,24	1,15
<i>sala_leitura</i>	0,00	1,00	0,11	0,17	1,63
<i>lab_informatica</i>	0,00	1,00	0,28	0,24	0,88
<i>lab_ciencias</i>	0,00	1,00	0,02	0,07	3,84
<i>quadra_esportes</i>	0,00	1,00	0,17	0,22	1,28
<i>sala_professor</i>	0,00	1,00	0,39	0,29	0,76
<i>sala_diretoria</i>	0,00	1,00	0,52	0,31	0,60

Fonte: Censo Escolar.
Elaboração do autor.

18. É importante perceber que cada autovetor promove uma rotação distinta nos dados, sendo cada uma delas ortogonal às demais. A primeira dessas rotações é a combinação linear padronizada (soma dos quadrados dos pesos é igual à unidade) das variáveis, que obtém a maior variância possível. A segunda combinação novamente maximiza a variância, mas é restrita pela exigência de ser ortogonal ao primeiro autovetor. E assim por diante.

Na prática, trabalhamos apenas com a primeira componente principal da matriz de covariância reportada na tabela 2. Como todas as variáveis estão na mesma escala, não há necessidade de se trabalhar com a matriz de correlação. Por isso, a padronização adotada consistiu em centralizar as variáveis em torno de seus respectivos valores médios.

TABELA 2
Matriz de covariância (infraestrutura)

	<i>biblioteca</i>	<i>sala_leitura</i>	<i>lab_informatica</i>	<i>lab_ciencias</i>	<i>quadra_esportes</i>	<i>sala_professor</i>	<i>sala_diretoria</i>
<i>biblioteca</i>	0,0563	0,0028	0,0290	0,0050	0,0247	0,0397	0,0380
<i>sala_leitura</i>	0,0028	0,0304	0,0138	0,0022	0,0125	0,0204	0,0206
<i>lab_informatica</i>	0,0290	0,0138	0,0598	0,0050	0,0282	0,0425	0,0448
<i>lab_ciencias</i>	0,0050	0,0022	0,0050	0,0055	0,0047	0,0054	0,0053
<i>quadra_esportes</i>	0,0247	0,0125	0,0282	0,0047	0,0470	0,0399	0,0369
<i>sala_professor</i>	0,0397	0,0204	0,0425	0,0054	0,0399	0,0864	0,0654
<i>sala_diretoria</i>	0,0380	0,0206	0,0448	0,0053	0,0369	0,0654	0,0976

Elaboração do autor.

A tabela 3 traz os resultados encontrados pela PCA. A componente principal 1 (PC1), que está relacionada ao maior autovalor, resume a maior parte da variância total (62,9%) e tem uma interpretação simples. Como todas as variáveis apresentam o mesmo sinal, ela pode ser vista como o vetor de pesos para o índice de infraestrutura médio. A dispersão do índice PC1 para os municípios é mostrada no gráfico 1.¹⁹

As demais componentes principais (PC2 a PC7) apresentaram sinais contrários para algumas variáveis. De acordo com a interpretação usual, PC2 (10,2% da variância total) compara a proporção de escolas que têm biblioteca com os itens sala de leitura e sala da diretoria, enquanto PC7 (1,2% da variância) reflete essencialmente a proporção de escolas que contam com laboratório de ciências. Para interpretar as demais componentes, basta aplicar raciocínio semelhante.

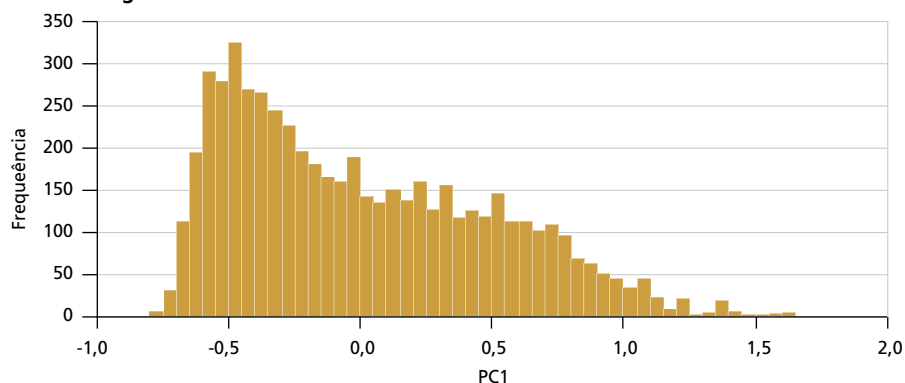
19. A variável *pca_k* é formada pelos escores de PC1 normalizados (normalização linear no intervalo [0, 1]). Essa variável satisfaz a restrição de positividade do programa. Os municípios que obtiveram valores iguais a zero foram excluídos da amostra de dados devido à ausência de informações para outras variáveis.

TABELA 3
Componentes principais (infraestrutura)

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7
<i>biblioteca</i>	0,34	0,76	-0,19	-0,04	-0,04	0,51	0,07
<i>sala_leitura</i>	0,16	-0,51	0,32	-0,11	-0,11	0,76	0,05
<i>lab_informatica</i>	0,38	0,11	0,56	0,68	-0,20	-0,17	0,03
<i>lab_ciencias</i>	0,05	0,04	0,05	0,00	0,04	0,07	-0,99
<i>quadra_esportes</i>	0,33	0,06	0,40	-0,34	0,77	-0,13	0,06
<i>sala_professor</i>	0,54	-0,07	0,03	-0,56	-0,54	-0,33	-0,02
<i>sala_diretoria</i>	0,56	-0,36	-0,62	0,32	0,25	-0,01	-0,01

Elaboração do autor.

GRÁFICO 1
Histograma dos escores de PC1



Elaboração do autor.

3.3 Estatística descritiva

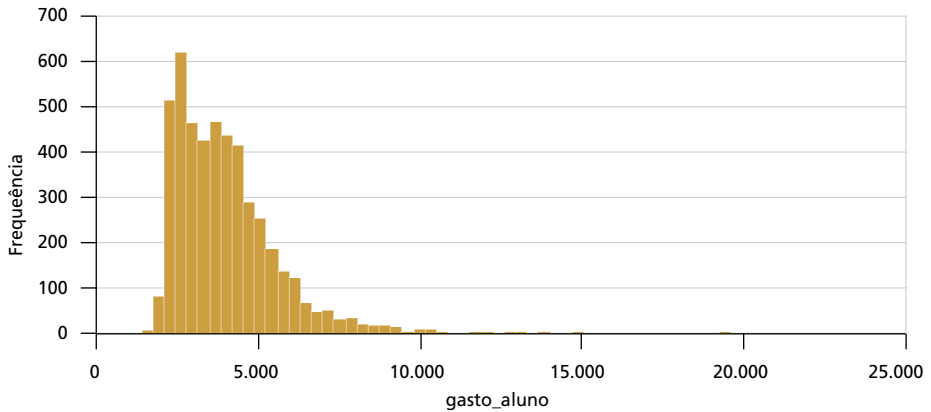
Os escores PC1 normalizados apresentam baixa correlação com o gasto por aluno ($r \approx 0,35$). A associação do gasto por aluno é maior com o número de salas por matrícula ($r \approx 0,5$), que também mensura a infraestrutura das escolas. Embora seja baixa a correlação com o número médio de horas-aula ($r \approx 0,32$), o mesmo não pode ser dito no que se refere ao número de professores com ensino superior por matrícula ($r \approx 0,52$).

Essas ordens de magnitude encontradas motivam a inclusão do gasto por aluno como um insumo adicional na função de produção. O gráfico 2 evidencia que a distribuição dessa variável é bastante assimétrica.²⁰

20. Há sinais de erros de mensuração nas despesas por matrícula, como valores muito elevados em certas localidades. É impossível visualizar a situação de alguns municípios, como Magda (São Paulo), São João de Iracema (São Paulo), Jateí (Mato Grosso do Sul), Pinhal da Serra (Rio Grande do Sul), Abdon Batista (Santa Catarina) e Mirante do Paranapanema (São Paulo), que tiveram valores acima de R\$ 15 mil por ano. Vários municípios de Alagoas, do Maranhão e do Pará reportaram valores médios abaixo de R\$ 2 mil.

GRÁFICO 2
Histograma do gasto por aluno

(Em R\$ de 2011)



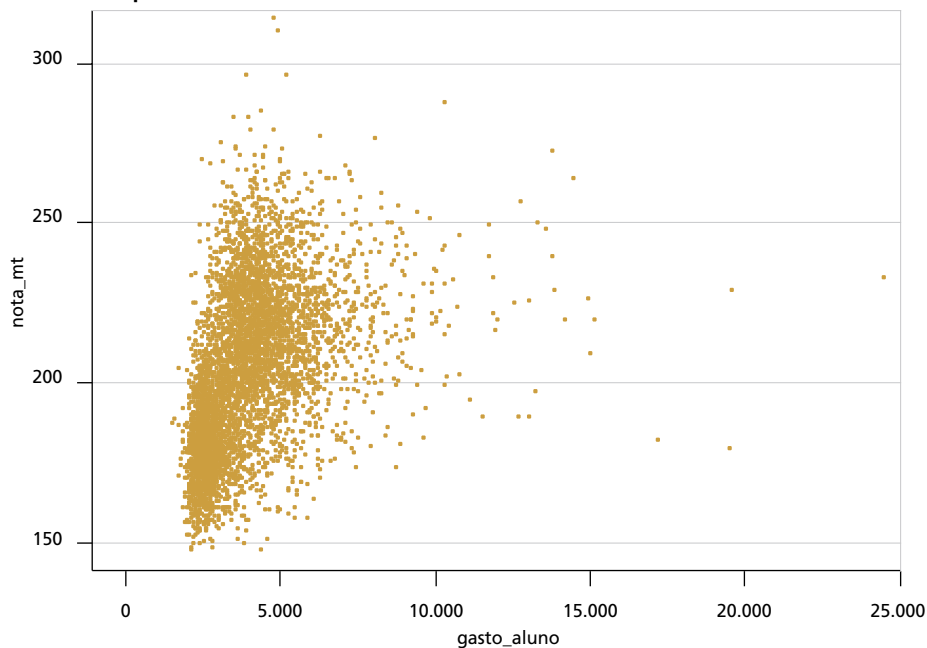
Fonte: Siope.
Elaboração do autor.

Cumprir notar que a relação entre as despesas por matrícula e a nota média em matemática na Prova Brasil é relativamente fraca ($r \approx 0,43$). O mesmo pode ser dito sobre os demais produtos. A associação com o inverso da taxa de abandono é semelhante ($r \approx 0,45$), mas o inverso da taxa de distorção apresenta correlação ainda mais baixa ($r \approx 0,35$).

A fim de ilustrar este fato, o gráfico 3 mostra a relação do gasto por aluno e o desempenho médio no teste padronizado por município. Fica claro que tal associação é mais relevante para níveis baixos de despesa.

A tabela 4 faz a descrição dos insumos e produtos da educação pública usados no programa DEA. A tabela 5 apresenta as estatísticas relevantes dos fatores ambientais usados no modelo econométrico. Por fim, a tabela 6 faz análise semelhante para as variáveis relacionadas à gestão.

GRÁFICO 3
Gasto por aluno x nota de matemática na Prova Brasil



Fonte: Siope e Prova Brasil.
 Elaboração do autor.

TABELA 4
Estatística descritiva (insumos e produtos)

Variável	N = 4.757				
	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
<i>prof_es</i>	0,00	0,14	0,04	0,02	0,51
<i>horas_aula</i>	3,50	9,70	4,31	0,50	0,12
<i>num_salas</i>	0,00	0,18	0,01	0,01	1,23
<i>pca_k</i>	0,01	1,00	0,32	0,21	0,64
<i>gasto_aluno</i>	1.511,44	24.456,35	4.007,08	1.673,08	0,42
<i>nota_mt</i>	147,94	314,46	204,29	25,61	0,13
<i>inv_tx_distorcao</i>	1,46	333,33	9,35	13,93	1,49
<i>inv_tx_abandono</i>	4,29	1.000,00	370,90	403,15	1,09

Fonte: Censo Escolar, Siope e Prova Brasil.
 Elaboração do autor.

Cabe observar que o conjunto de 4.757 observações é menor que o total de 5.563 municípios existentes no Brasil em 2011. Essa perda de 806 observações, equivalente a 14,5% do universo estudado, deve-se principalmente ao fato de que, mesmo após tomar as médias dentro de cada município (ignorando a falta de dados para algumas escolas), foram detectadas ausências de informações para algumas das variáveis descritas anteriormente.

TABELA 5
Estatística descritiva (fatores ambientais)¹

Variável	N = 4.757				
	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
<i>urbana</i>	0,00	1,00	0,47	0,33	0,70
<i>lmat</i>	-2,63	6,29	0,36	1,17	3,28
<i>lrenda_pc</i>	-0,04	3,02	1,46	0,50	0,34
<i>tx_des</i>	0,00	0,42	0,07	0,04	0,53
<i>pob_criana</i>	0,00	0,85	0,34	0,22	0,65
<i>gini</i>	0,28	0,80	0,50	0,07	0,13
<i>trab_aluno</i>	0,00	0,62	0,17	0,08	0,47
<i>prof_outro_trab</i>	0,00	1,00	0,08	0,16	1,90
<i>tx_agua_esgoto</i>	0,00	0,85	0,10	0,13	1,36
<i>exp_vida</i>	0,65	0,79	0,73	0,03	0,04
<i>mort_infantil</i>	0,09	0,47	0,20	0,07	0,37
<i>tx_analf</i>	0,01	0,44	0,16	0,10	0,60
<i>reuniao_pais</i>	0,05	1,00	0,59	0,11	0,19

Elaboração do autor.

Nota: ¹ Variáveis que denotam porcentagem foram expressas como proporção. O número de matrículas foi transformado para milhares antes de tirar o logaritmo. Da mesma forma, a renda por habitante foi convertida para centenas de reais. A expectativa de vida e a mortalidade infantil também foram divididas por 100.

TABELA 6
Estatística descritiva (variáveis relacionadas à gestão)

Variável	N = 4.757						N(i=1)
	Mínimo	1º quartil	Mediana	Média	3º quartil	Máximo	
<i>plano_munic</i>	0,00	0,00	1,00	0,62	1,00	1,00	2.927
<i>cons_pub</i>	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	1,00	620
<i>cons_adm</i>	0,00	0,00	0,00	0,24	0,00	1,00	1.149
<i>conv_priv</i>	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	1,00	639
<i>apoio_priv</i>	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	1,00	401
<i>reduc_abandono</i>	0,00	0,38	0,79	0,66	1,00	1,00	2.378
<i>reforco</i>	0,00	0,67	1,00	0,80	1,00	1,00	3.556
<i>dir_indicacao</i>	0,00	0,57	1,00	0,75	1,00	1,00	3.571
<i>prof_vinculo</i>	0,00	0,71	1,00	0,81	1,00	1,00	3.540

Elaboração do autor.

4 RESULTADOS

Na sequência são reportados os resultados encontrados por meio da técnica DEA em dois estágios e dos testes de comparação de grupos. Inicialmente é examinado o impacto da reamostragem nos escores de eficiência. Em seguida são apresentados os resultados das regressões dos escores nos fatores ambientais. Para encerrar, a influência da gestão é avaliada comparando as distribuições dos escores residuais.²¹

4.1 Reamostragem

Como explicado anteriormente (subseção 2.2), a estimativa não paramétrica da função de produção é bastante sensível à presença de *outliers*. Em virtude disso, com o auxílio da técnica *jackstrap*, foram computados índices para mensurar a influência de cada um dos 4.757 municípios presentes na base de dados. Especificamente, foram construídas $B = 2.000$ réplicas de amostras aleatórias (bolhas) de tamanho $L = 500$ para calcular a alavancagem média de cada um deles, assim como o valor de limiar.

TABELA 7
Resultados da técnica *jackstrap* ($L = 500$; $B = 2.000$)

Região	UF	Número de municípios	<i>crs</i> (limiar = $0,975 \times 10^{-3}$)			<i>vrs</i> (limiar = $0,930 \times 10^{-3}$)			<i>nrs</i> (limiar = $0,756 \times 10^{-3}$)		
			<i>Leverage</i> $\times 10^3$	Total <i>hits</i>	<i>Leverage hits</i>	<i>Leverage</i> $\times 10^3$	Total <i>hits</i>	<i>Leverage hits</i>	<i>Leverage</i> $\times 10^3$	Total <i>hits</i>	<i>Leverage hits</i>
CO	GO	2	1,99	226,5	179,0	1,11	226,5	172,5	1,14	226,5	173,5
	MT	2	1,44	207,0	175,5	0,43	207,0	123,0	0,21	207,0	94,0
	MS	1	1,91	189,0	150,0	1,56	189,0	151,0	1,93	189,0	157,0
NE	AL	4	0,55	215,0	110,3	1,62	215,0	143,3	0,41	215,0	102,5
	BA	61	2,85	211,9	137,6	3,34	211,9	165,7	2,33	211,9	137,3
	CE	29	6,32	211,0	169,3	5,24	211,0	164,3	4,80	211,0	153,2
	MA	11	2,95	202,5	130,0	3,03	202,5	157,5	1,67	202,5	133,4
	PB	2	3,73	195,5	177,0	4,03	195,5	177,0	3,12	195,5	176,0
	PE	13	2,09	212,0	128,6	2,48	212,0	150,6	2,29	212,0	142,4
	PI	8	3,20	210,8	122,9	3,34	210,8	155,9	2,65	210,8	110,5
N	AC	2	0,93	228,0	133,5	1,37	228,0	160,5	1,34	228,0	159,0
	AM	8	5,32	214,1	170,5	5,35	214,1	170,9	4,91	214,1	167,5
	PA	31	3,63	206,9	154,8	4,11	206,9	165,3	2,86	206,9	153,8
	RO	1	1,39	193,0	150,0	0,51	193,0	101,0	0,46	193,0	98,0
	TO	4	1,97	201,0	167,8	0,78	201,0	120,3	0,60	201,0	105,0

(Continua)

21. A implementação da técnica *jackstrap*, descrita em Sampaio de Sousa e Stošić (2005), contou com o aplicativo disponibilizado por Borko Stošić em sua página pessoal na internet: <<https://goo.gl/Sf38nk>>. A aplicação do método DEA semiparamétrico valeu-se dos códigos em R escritos por Paul Wilson. O pacote Fear é disponibilizado em sua página pessoal: <<https://goo.gl/X4qKni>>. Ver Wilson (2008).

(Continuação)

Região	UF	Número de municípios	crs (limiar = $0,975 \times 10^{-3}$)			vrs (limiar = $0,930 \times 10^{-3}$)			nrs (limiar = $0,756 \times 10^{-3}$)		
			Leverage $\times 10^3$	Total hits	Leverage hits	Leverage $\times 10^3$	Total hits	Leverage hits	Leverage $\times 10^3$	Total hits	Leverage hits
SE	ES	2	2,10	204,0	167,5	0,75	204,0	140,5	0,45	204,0	148,0
	MG	64	2,45	209,9	150,5	2,66	209,9	160,8	2,83	209,9	161,4
	RJ	17	1,37	213,6	148,5	1,34	213,6	157,4	1,36	213,6	156,9
	SP	46	2,84	213,1	144,7	2,02	213,1	158,2	1,86	213,1	159,2
S	PR	37	3,19	209,9	166,4	2,29	209,9	157,3	1,86	209,9	146,5
	RS	7	1,48	203,7	162,1	1,11	203,7	152,4	0,77	203,7	139,4
	SC	19	2,74	208,1	166,8	1,47	208,1	143,1	1,02	208,1	130,9

Elaboração do autor.

Visando eliminar todas as DMUs influentes que representam potencial dano à mensuração pretendida, são descartados os municípios apontados como *outliers* nos três cenários mais comuns para a tecnologia de produção (incluindo retornos constantes e não crescentes), embora a função de produção baseie-se em retornos variáveis de escala.

A tabela 7 mostra o total de municípios por estado considerados influentes sob retornos constantes (*crs*), variáveis (*vrs*) ou não crescentes (*nrs*). A tabela apresenta também a alavancagem das DMUs excluídas (*leverage*), quantas vezes elas foram selecionadas em uma bolha (*total hits*), assim como o número de vezes que tiveram alavancagem diferente de zero (*leverage hits*). Esses números são os valores médios dos municípios excluídos dentro de cada estado.

A técnica *jackstrap* identificou 371 DMUs que podem ser consideradas influentes demais. Destas, 292 foram detectadas sob a tecnologia de retornos constantes, ao passo que sob retornos variáveis e não crescentes de escala foram encontrados 294 e 272 pontos extremos, respectivamente. Em face da influência excessiva sobre a estimativa não paramétrica da fronteira de produção, essas DMUs foram excluídas das análises subsequentes. Essa perda de 371 observações corresponde a 6,7% do total e 7,8% do grupo que possui dados completos (5.563 e 4.757 municípios, respectivamente). Dessa forma, a base de dados passou a contar com 4.386 municípios, isto é, 78,8% do universo analisado.

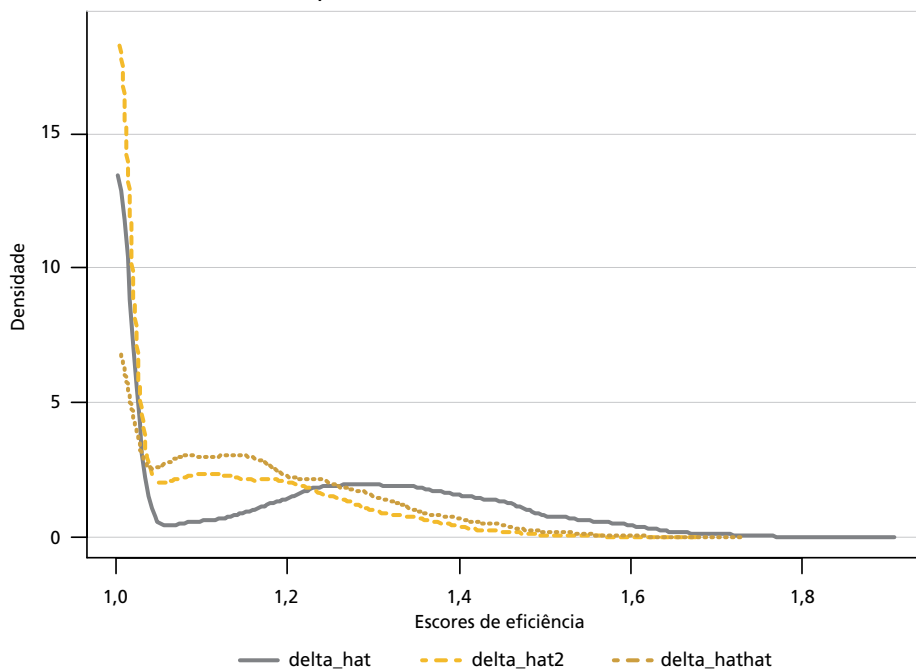
No tocante ao impacto da exclusão desses 371 municípios, cumpre destacar que: *i*) a ineficiência média passou de 23,6% para 11,7%, isto é, caiu praticamente pela metade; *ii*) a ineficiência máxima diminuiu de 90,9% para 67,8%; e *iii*) o número de DMUs eficientes elevou-se de 1.371 para 1.508 (28,8% e 34,4% do total de prefeituras consideradas em cada um desses exercícios).

É necessário fazer outro tipo de ajuste nos escores de eficiência, pois, como exposto anteriormente (subseção 2.3), o método não paramétrico adotado resulta em escores que subestimam a real ineficiência em amostras finitas. As estimativas do viés intrínseco aos escores DEA foram obtidas por meio da técnica *bootstrap*. O impacto deste procedimento também é notável. Com efeito, a ineficiência média encontrada passou para 16,9%, enquanto seu valor máximo chegou a 73,1%.²²

O gráfico 4 evidencia as mudanças ocorridas ao longo de toda a distribuição em decorrência da implementação das técnicas de reamostragem *jackstrap* (que calcula as alavancagens e exclui as DMUs influentes) e *bootstrap* (que estima o viés de subestimação em amostras finitas e corrige os escores).

GRÁFICO 4

Estimativas kernel das densidades (impacto da reamostragem sobre a distribuição dos escores de eficiência)^{1,2}



Elaboração do autor.

Notas: ¹ Kernel gaussiano aliado ao método *reflection*.

² Neste gráfico, "*delta_hat*" são os escores DEA brutos, "*delta_hat2*" desconsidera os 371 *outliers* na estimação e "*delta_hathat*" exclui as estimativas do viés.

22. Isso significa que os municípios poderiam, em média, expandir proporcionalmente os produtos em 17% sem alterar o nível de insumos disponível. O pior caso é aquele em que o município poderia expandir em até 73% os produtos. Por construção, os municípios na fronteira têm escore igual a 1 e não podem expandir os produtos sem incrementar os insumos.

TABELA 8
Ranking parcial (bootstrapped scores)

UF	Município	δ	Insumos					Produtos		
			<i>prof_es</i>	<i>horas_aula</i>	<i>num_salas</i>	<i>gasto_aluno</i>	<i>pca_k</i>	<i>nota_mt</i>	<i>inv_tx_distorcao</i>	<i>inv_tx_abandono</i>
Painel A: dez mais eficientes										
SP	Emilianópolis	1,00	0,06	5,00	0,05	4.801,27	0,65	200,58	9,62	1.000,00
GO	Lagoa Santa	1,00	0,07	4,80	0,04	10.263,69	0,58	215,01	6,25	1.000,00
SP	Luiz Antônio	1,00	0,06	5,00	0,01	4.484,82	0,73	204,06	6,10	1.000,00
GO	Aporé	1,00	0,06	8,10	0,03	8.838,58	0,64	227,59	6,49	1.000,00
PR	Lupionópolis	1,00	0,08	4,70	0,02	6.460,28	0,61	219,86	6,49	1.000,00
SP	Mineiros do Tietê	1,00	0,07	7,20	0,02	5.417,19	0,75	222,81	13,16	1.000,00
SP	Nova Luzitânia	1,00	0,05	5,00	0,04	5.584,47	0,77	215,24	13,89	1.000,00
SP	Platina	1,00	0,06	5,20	0,03	6.205,28	0,61	222,52	13,33	1.000,00
SP	Taruã	1,00	0,06	6,70	0,01	5.934,65	0,74	227,87	6,94	1.000,00
SP	Ipeúna	1,00	0,05	5,80	0,03	5.379,76	0,59	218,79	12,20	1.000,00
Painel B: dez menos eficientes										
RN	Lagoa d'Anta	1,61	0,04	4,50	0,01	3.029,53	0,24	158,71	2,57	17,54
TO	Ananás	1,62	0,03	4,30	0,01	5.469,67	0,34	160,85	9,35	250,00
PB	Pedro Régis	1,64	0,05	4,30	0,01	3.034,84	0,25	157,06	2,64	17,54
RN	São Bento do Trairi	1,64	0,04	4,50	0,01	3.541,99	0,15	161,96	3,70	50,00
SE	General Maynard	1,68	0,04	4,10	0,01	5.225,63	0,39	158,98	2,54	40,00
RN	Várzea	1,69	0,05	4,00	0,02	3.802,69	0,23	150,25	3,23	18,52
RN	Lagoa de Velhos	1,72	0,04	4,50	0,01	3.619,74	0,23	154,64	2,68	31,25
PB	Poço Dantas	1,73	0,04	4,30	0,01	3.606,93	0,31	151,46	2,51	30,30
RN	Messias Targino	1,73	0,04	4,50	0,02	3.904,70	0,17	157,50	3,68	21,28
MT	Santa Cruz do Xingu	1,73	0,06	4,00	0,03	5.487,76	0,42	157,70	4,00	16,39

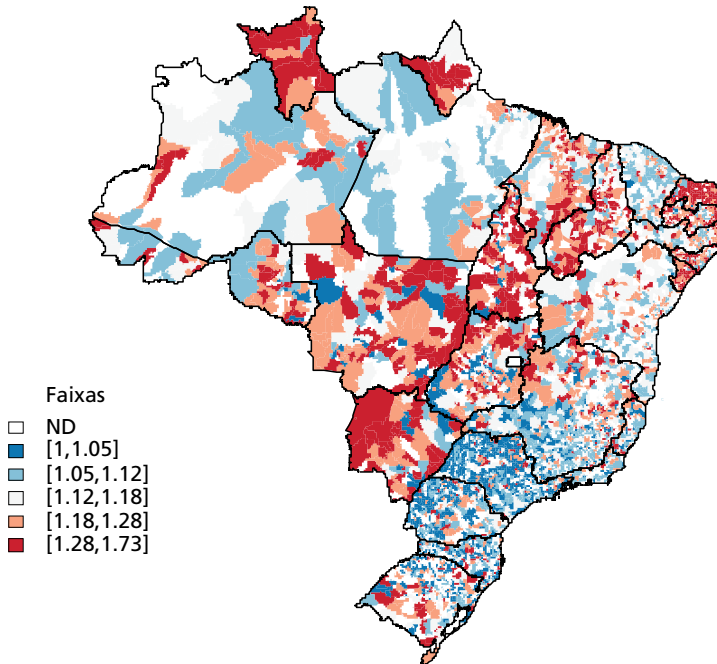
Elaboração do autor.

A tabela 8 mostra um *ranking* simplificado dos dez municípios mais eficientes (painel A) e das dez localidades mais ineficientes (painel B), assim como os valores dos insumos e produtos dessas DMUs. Entre os dez mais eficientes, sete estão localizados no estado de São Paulo. Já entre os dez menos eficientes, cinco são do Rio Grande do Norte e outros três também são da região Nordeste.

A figura 1 mostra a distribuição dos escores municipais no território brasileiro. Cabe ressaltar o fato de que o Centro-Oeste e o Nordeste são retratados como

localidades em que predomina a ineficiência na provisão da educação pública. Alguns estados da região Norte também são marcados por elevados níveis de ineficiência. Já no Sudeste há muitos municípios próximos à fronteira de produção, isto é, com níveis relativamente baixos de desperdício.

FIGURA 1
Distribuição dos escores de eficiência DEA no Brasil



Elaboração do autor.
Obs.: ND significa não disponível.

4.2 Análise econométrica

Os escores calculados pelo programa DEA desconsideram as distintas realidades socioeconômicas enfrentadas pelas populações dos municípios brasileiros. Não obstante, há ampla evidência na literatura econômica e de áreas afins acerca da importância dessas variáveis. De fato, a análise empreendida a seguir mostra que parte da variância dos escores deve-se aos chamados fatores ambientais.

Para obter escores livres da influência dessas variáveis, adota-se o modelo econométrico Tobit, conforme exposto anteriormente (subseção 2.1). A tabela 9 reporta as estimativas da regressão dos escores calculados nos fatores ambientais. Estas estimativas não incluem os *outliers*, mas ignoram os demais problemas abordados anteriormente (Tobit 0).

TABELA 9
Regressão Tobit nos fatores ambientais

Variável dependente: $\ln \delta$	Tobit 0			
	Coeficiente	Erro-padrão ¹	IC 95% ¹	
			Limite inferior	Limite superior
<i>Intercepto</i>	-0,170	0,266	-0,692	0,352
<i>urbana</i>	-0,017	0,010	-0,037	0,002
<i>lmat*</i>	-0,012	0,002	-0,016	-0,007
<i>lrenda_pc</i>	-0,030	0,020	-0,069	0,008
<i>tx_des*</i>	0,554	0,063	0,430	0,677
<i>pob_crianca*</i>	-0,103	0,051	-0,203	-0,002
<i>gini*</i>	0,355	0,059	0,240	0,471
<i>trab_aluno*</i>	0,281	0,031	0,220	0,342
<i>prof_outro_trab</i>	0,020	0,013	-0,006	0,045
<i>tx_agua_esgoto</i>	-0,034	0,024	-0,081	0,013
<i>exp_vida</i>	0,150	0,337	-0,510	0,810
<i>mort_infantil</i>	0,143	0,122	-0,096	0,382
<i>tx_analf*</i>	0,329	0,051	0,230	0,428
<i>reuniao_pais*</i>	-0,205	0,020	-0,245	-0,166
$N = 4.386$				
$LogLik = 564,34, \sigma = 0,1040$				

Elaboração do autor.

Nota: ¹ Erros-padrão e intervalo de confiança assintóticos.

Obs.: * Significante a 5%.

Algumas das variáveis que mensuram o nível socioeconômico dos municípios (renda *per capita*, percentual de professores que complementam renda, percentual de domicílios com abastecimento de água e saneamento inadequados, expectativa de vida e mortalidade infantil, além do percentual de escolas urbanas) não são significantes. Apenas o número de matrículas, a taxa de desemprego, a taxa de pobreza entre as crianças, a desigualdade de renda, o percentual de alunos que trabalham, a taxa de analfabetismo e o percentual de pais que comparecem às reuniões escolares com frequência são estatisticamente diferentes de zero. Apesar de significativa, a pobreza apresentou sinal contrário ao esperado.

Além do viés inerente aos escores calculados pelo método DEA, a regressão Tobit 0 desconsidera a correlação serial dos escores e a correlação dos insumos e produtos com os fatores ambientais, problemas estes causadores de viés e ineficiência. Com o intuito de resolver essas questões, a tabela 10 reporta as estimativas obtidas por meio do algoritmo de Simar e Wilson (2007) (subseção 2.3). Há duas regressões nessa tabela: a primeira (Tobit 1) inclui todas as variáveis, e a segunda (Tobit 2)

somente as que foram estatisticamente diferentes de zero. É importante notar que a mortalidade infantil passou a ser significativa, enquanto a pobreza entre as crianças tornou-se um zero estatístico. Já a expectativa de vida passou a ser significativa com o sinal diferente do esperado.

TABELA 10
Regressões Tobit nos fatores ambientais (*bootstrap duplo*)

Variável dependente: $\ln \delta$	Tobit 1				Tobit 2			
	Coeficiente	Erro-padrão ¹	IC 95% ¹		Coeficiente	Erro-padrão ¹	95% C.I. ¹	
			Limite inferior	Limite superior			Limite inferior	Limite superior
<i>Intercepto*</i>	-0,295	0,021	-0,593	-0,026	-0,275	0,020	-0,590	-0,029
<i>urbana</i>	-0,012	0,000	-0,018	0,003	-	-	-	-
<i>lmat*</i>	-0,014	0,000	-0,013	-0,009	-0,015	0,000	-0,014	-0,009
<i>lrenda_pc</i>	-0,014	0,000	-0,028	0,017	-	-	-	-
<i>tx_des*</i>	0,420	0,002	0,281	0,430	0,407	0,001	0,272	0,414
<i>pob_crianca</i>	-0,043	0,001	-0,080	0,039	-	-	-	-
<i>gini*</i>	0,205	0,001	0,079	0,211	0,192	0,000	0,099	0,187
<i>trab_aluno*</i>	0,225	0,000	0,148	0,220	0,232	0,000	0,154	0,225
<i>prof_outro_trab</i>	0,014	0,000	-0,004	0,027	-	-	-	-
<i>tx_agua_esgoto</i>	0,013	0,000	-0,016	0,043	-	-	-	-
<i>exp_vida*</i>	0,418	0,033	0,106	0,824	0,352	0,031	0,105	0,795
<i>mort_infantil*</i>	0,293	0,005	0,162	0,431	0,282	0,005	0,163	0,429
<i>tx_analf*</i>	0,200	0,001	0,107	0,227	0,214	0,001	0,129	0,219
<i>reuniao_pais*</i>	-0,132	0,000	-0,124	-0,081	-0,137	0,000	-0,128	-0,086
	<i>N</i> = 4.386				<i>N</i> = 4.386			
	<i>LogLik</i> = 4.323,00, σ = 0,0903				<i>LogLik</i> = 4.324,34, σ = 0,09028			

Elaboração do autor.

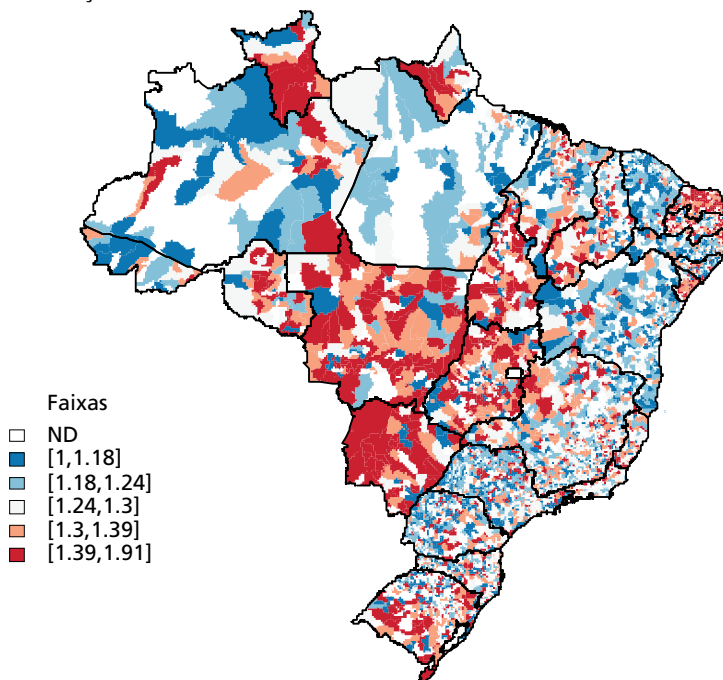
Nota: ¹ Erros-padrão e intervalor de confiança assintóticos.

Obs.: * Significante a 5%.

Os desperdícios diminuem de acordo com o número de matrículas, indicando a existência de economias de escala na provisão pública de ensino fundamental. Quanto mais desemprego e desigualdade no município, maior é a incidência de ineficiência na sua rede de ensino. O mesmo pode ser dito sobre a fração de alunos que trabalham. O efeito do nível de instrução da sociedade é captado pela taxa de analfabetismo e a participação dos pais pelo indicador de frequência nas reuniões escolares. Conforme esperado, ambos estão associados a menores níveis de ineficiência. Já a mortalidade infantil está associada à ocorrência de mais desperdícios, mostrando que as condições de saneamento e saúde importam, apesar de a taxa de acesso à água e ao esgoto não ter sido estatisticamente diferente de zero.

Os escores de eficiência residuais foram calculados com base no modelo Tobit 2. A figura 2 mostra sua dispersão no território brasileiro. A comparação com a figura anterior deixa claro que os fatores ambientais fazem toda a diferença na mensuração da eficiência relativa. O perfil regional da eficiência é alterado de forma considerável. Para ver isto, basta notar que a região Nordeste deixou de ser predominantemente ineficiente, ao passo que certas localidades do Sul e do Sudeste tiveram visível queda no *ranking* apurado por quintis. A região Norte também se beneficiou da correção empreendida nos escores em alguma medida, mas a situação do Centro-Oeste ficou ainda pior em termos relativos.

FIGURA 2
Distribuição dos escores de eficiência residuais no Brasil



Elaboração do autor.
Obs.: ND significa não disponível.

4.3 Comparação de grupos

Este passo final examina se algumas das escolhas feitas pelos gestores públicos afetam o aproveitamento dos recursos disponíveis na sua rede de ensino. Os níveis de ineficiência são medidos pelos escores residuais. Para fazer as comparações pretendidas, os municípios foram divididos em dois grupos de acordo com cada

uma das variáveis relacionadas à gestão. Os testes usados comparam a distribuição acumulada dos escores, e não apenas a média.²³

A tabela 11 reporta os resultados dos testes unilaterais F e Kolmogorov-Smirnov. Nos dois casos a hipótese nula é a de que a densidade acumulada dos escores é igual para os dois grupos, enquanto a alternativa é de que a densidade é maior no grupo formado pelas DMUs que adotaram a política. O primeiro desses testes é paramétrico, pois pressupõe que os escores seguem uma distribuição normal. Já o segundo é não paramétrico, dado que não faz qualquer suposição acerca da distribuição. Apesar desta diferença, os resultados qualitativos são muito similares.

TABELA 11
Testes de hipóteses (comparação entre grupos)¹

	Teste F			Kolmogorov-Smirnov		
	F_N	F_N^* (alpha = 0,05)	p-valor	D_{KS}	D_{KS^*} (alpha = 0,05)	p-valor
<i>plano_munic*</i>	1,13	1,07	0,00	0,07	0,03	0,00
<i>cons_pub*</i>	1,08	1,07	0,00	0,06	0,06	0,04
<i>cons_adm</i>	1,04	1,09	0,20	0,03	0,04	0,21
<i>conv_priv</i>	1,04	1,11	0,26	0,05	0,06	0,09
<i>apoio_priv</i>	0,95	1,14	0,75	0,02	0,07	0,85
<i>reduc_abandono*</i>	1,19	1,08	0,00	0,10	0,02	0,00
<i>reforco*</i>	1,18	1,08	0,00	0,10	0,02	0,00
<i>dir_indicacao</i>	1,00	1,09	0,54	0,02	0,02	0,51
<i>prof_vinculo</i>	1,02	1,08	0,34	0,03	0,02	0,17

Elaboração do autor.

Nota: ¹ No caso das variáveis binárias da base Munic, a implementação dos testes é direta. No caso das variáveis contínuas da Prova Brasil, elas foram dicotomizadas adotando o limite do primeiro quartil como valor de corte. O indicador que mede a disseminação de programas de reforço escolar (*reforco*), por exemplo, é igual a 1 quando mais de 66,67% das escolas da rede de ensino municipal adotam o programa. No caso dos programas de redução das taxas de abandono ou reprovação (*reduc_abandono*), esta fração é de 37,5%.

Obs.: * Significante a 5%.

Os resultados sugerem que a existência de plano municipal de educação está relacionada a escores de eficiência mais concentrados à esquerda da distribuição. O mesmo pode ser dito acerca da existência de consórcio público. No primeiro caso a hipótese nula é rejeitada tanto no teste F quanto no teste Kolmogorov-Smirnov a 1% de significância. Já no segundo rejeita-se a nula a 1% no teste F e a 5% no teste Kolmogorov-Smirnov. Há uma indicação fraca (10% de significância para o teste de Kolmogorov-Smirnov) de que municípios que possuem convênio firmado com o setor privado são mais eficientes.

23. Os resultados apresentados aqui são exploratórios. Como as políticas são escolhidas pelos gestores e não sorteadas aleatoriamente entre os municípios, os testes não são imunes a problemas de autoseleção. Porém, acredita-se que o exercício é válido, dado que os escores estão ao menos livres da influência de fatores ambientais.

A disseminação de programas de redução das taxas de abandono ou de reprovação (programa presente em mais de 37,5% das escolas) e reforço escolar (mais de 66,7% das escolas) possui efeito positivo sobre a eficiência da rede de ensino de acordo com os testes realizados. Em ambos os casos a nula é rejeitada a 1% de significância, tanto no teste F quanto no teste Kolmogorov-Smirnov.

Para os outros aspectos analisados (existência de consórcio administrativo e apoio privado, fração elevada de diretores indicados e de professores com vínculo de trabalho estável), não é possível rejeitar a nula de que a distribuição dos dois grupos é igual.

5 CONCLUSÃO

Dadas as perspectivas de crescimento das despesas públicas com educação nos próximos anos, o presente artigo estima escores de eficiência técnica para a rede pública municipal de ensino fundamental. O objetivo final é avaliar quais fatores ambientais e políticas explicam os diferenciais nas taxas de retorno. O artigo faz inovações na parte empírica e chega a alguns resultados novos.

No tocante aos dados, dois aspectos devem ser sublinhados. O primeiro deles se refere aos insumos e produtos considerados. Diferentemente dos estudos anteriores para a esfera municipal que estimam apenas a eficiência do gasto, neste trabalho considera-se um rol diversificado de insumos e produtos. Os insumos incluem medidas das quantidades de trabalho, capital físico e financeiro empregados na produção, ao passo que os produtos englobam medidas de proficiência, repetência e abandono. O segundo aspecto diz respeito à abrangência. Os estudos anteriores que analisam um estado da Federação específico possuem validade externa duvidosa. Em face disso, são considerados aqui municípios de todo o Brasil.

No que se refere aos métodos, há duas outras características que diferenciam este trabalho dos estudos anteriores sobre eficiência no ensino público da esfera municipal. Primeiro, são adotadas técnicas de reamostragem com o intuito de identificar as observações mais extremas que deslocam a fronteira de produção, estimar o viés dos escores intrínseco ao método DEA e tornar válida a inferência no modelo econométrico. Em segundo lugar, após estimar os escores livres da influência dos fatores ambientais, são realizados testes de comparação de grupos para examinar a importância de algumas políticas. Portanto, há inovações tanto no campo da mensuração dos escores quanto nas investigações subsequentes.

A ineficiência média encontrada é inferior à reportada nos estudos anteriores. Após eliminar as observações extremas, ela cai de 23,6% para 11,7%. Cabe observar que este procedimento muda substancialmente não apenas a média, mas toda a distribuição. Com a correção do viés de subestimação dos escores DEA, chega-se à estimativa final de 16,9%. A análise econométrica evidenciou que existem

economias de escala na provisão de ensino e que as condições socioeconômicas da população estão relacionadas de forma sistemática aos escores. Os escores residuais, que descontam a influência dos fatores ambientais, mostram um panorama distinto para a distribuição regional da ineficiência. Em particular, como os insumos não discricionários são escassos no Nordeste, os municípios dessa região ficam geralmente mais bem posicionados no *ranking* nacional. Fica claro também que o Centro-Oeste é a região em que há mais incidência de desperdícios.

Entre os demais resultados, cumpre destacar que há evidências de que algumas políticas estão relacionadas a maiores taxas de retorno. Este é o caso dos programas de reforço escolar e de redução das taxas de abandono ou reprovação. A existência de plano municipal de educação e de consórcio público na área também aparenta fazer diferença. Contudo, essas evidências são preliminares, uma vez que não são imunes, por exemplo, a problemas de autosseleção.

REFERÊNCIAS

- ALVES JUNIOR, J. **Avaliação de eficiência na aplicação de recursos educacionais em presença de condicionantes externos e efeitos aleatórios**: uma abordagem em três estágios. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.
- BENEGAS, M. O uso do modelo NetWork DEA para avaliação da eficiência técnica do gasto público em ensino básico no Brasil. **Economia**, v. 13, p. 569-601, 2012.
- BOGETOFT, P.; OTTO, L. **Benchmarking with DEA, SFA, and R**. New York: Springer, 2011.
- BRASIL. Ministério da Educação. **O plano de desenvolvimento da educação**: razões, princípios e programas. Brasília: MEC, 2007.
- DELGADO, V.; MACHADO, A. Eficiência das escolas públicas estaduais de minas gerais. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 37, n. 3, p. 427-464, 2007.
- FAÇANHA, L.; MARINHO, A. Instituições federais de ensino superior: modelos de financiamento o incentivo à eficiência. **Revista Brasileira de Economia**, v. 53, n. 3, p. 357-386, 1999.
- _____; _____. Instituições de ensino superior governamentais e particulares: avaliação comparativa da eficiência. **Revista de Administração Pública**, v. 35, n. 6, p. 83-105, 2001.
- GASPARINI, C.; RAMOS, F. Efetividade e eficiência no ensino médio brasileiro. **Economia Aplicada**, v. 7, n. 2, p. 389-411, 2003.
- KNEIP, A.; PARK, B.; SIMAR, L. A note on the convergence of nonparametric DEA estimators for production efficiency scores. **Econometric Theory**, v. 14, n. 6, p. 783-793, 1998.

MACIEL, W. **Metodologia para o cálculo do indicador “investimento público em educação em relação ao PIB” de 2000 a 2010**. Brasília: Inep, 2012. (Texto para Discussão, n. 34).

MARDIA, K.; KENT, J.; BIBBY, J. **Multivariate analysis**. London: Academic Press, 1979.

MARINHO, A.; RESENDE, M.; FAÇANHA, L. Brazilian federal universities: relative efficiency evaluation and data envelopment analysis. **Revista Brasileira de Economia**, v. 51, n. 4, p. 489-508, 1997.

MINGOTI, S. **Análise de dados a partir de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005.

ROCHA, F. *et al.* **É possível atingir as metas para a educação sem aumentar os gastos?** Uma análise para os municípios brasileiros. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional, 2013. (Texto para Discussão, n. 19).

ROSANO-PEÑA, C.; ALBUQUERQUE, P.; MARCIO, C. A eficiência dos gastos públicos em educação: evidências georreferenciadas nos municípios goianos. **Economia Aplicada**, v. 16, n. 3, p. 421-443, 2012.

SAMPAIO DE SOUSA, M.; CRIBARI-NETO, F.; STOŠIĆ, B. Explaining DEA technical efficiency scores in an outlier corrected environment: the case of public services in Brazilian municipalities. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 25, n. 2, p. 287-313, 2005.

SAMPAIO DE SOUSA, M.; STOŠIĆ, B. Technical efficiency of the Brazilian municipalities: correcting nonparametric frontier measurements for outliers. **Journal of Productivity Analysis**, v. 24, n. 2, 157-181, 2005.

SANTOS, E.; CRIBARI-NETO, E.; SAMPAIO DE SOUSA, M. Uma avaliação da eficiência do gasto público no Brasil. **Revista Brasileira de Estatística**, v. 68, n. 228, p. 7-55, 2007.

SIMAR, L. Detecting outliers in frontier models: a simple approach. **Journal of Productivity Analysis**, v. 20, n. 3, p. 391-424, 2003.

SIMAR, L.; WILSON, P. Sensitivity analysis of efficiency scores: how to bootstrap in nonparametric frontier models. **Management Science**, v. 44, n. 1, p. 49-61, 1998.

_____; _____. Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. **Journal of Econometrics**, v. 136, n. 1, p. 31-64, 2007.

_____; _____. Statistical approaches for non-parametric frontier models: a guided tour. **International Statistical Review**, v. 83, n. 1, p. 77-110, 2015.

TRIGO, P. **Avaliação da eficiência técnica no ensino básico brasileiro**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2010.

WILSON, P. Fear: a package for frontier efficiency analysis with R. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 42, n. 4, p. 247-254, 2008.

ZOGHBI, A. *et al.* Mensurando e avaliando a eficiência dos gastos estaduais em educação fundamental e média. **Estudos Econômicos**, v. 39, p. 1-20, 2009.

_____. Uma análise da eficiência nos gastos em educação fundamental para os municípios paulistas. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 36, p. 9-61, 2011.

